

## ДО РОЗРАХУНКУ ЗЕРНОПОТОКУ НА ПЛОСКОМУ ВІБРОРЕШЕТИ

**Ольшанський В.П., д.ф.-м.н, проф.,**

*Харківський національний технічний університет сільського господарства  
імені Петра Василенка*

**Ольшанський О.В., к.е.н., доц.,**

*Харківський державний університет харчування та торгівлі*

*Запропонована узагальнена континуальна нелінійна модель руху зерноsumіші по плоскому віброрешету, в основу якої покладено квадратично-поліноміальну залежність дотичного напруження в сипкому матеріалі від швидкості деформацій зсуву. Врахована також наявність у рухомій суміші залишкового сухого тертя. Одержано компактні формули для обчислення швидкості усталеного потоку та об'ємної продуктивності решета. На числових прикладах з'ясовано вплив різних чинників на кінематичні параметри потоку зерноsumіші.*

*Ключові слова: плоске віброрешето, усталений потік зерноsumіші, квадратично-поліноміальна реологічна залежність, залишкове сухе тертя.*

**Постановка проблеми.** Від швидкості руху зерноsumіші залежать якість сепарування зернового матеріалу і продуктивність віброрешета. Збільшення швидкості зернопотоку супроводжується збільшенням продуктивності віброрешета, але при цьому може понизитись якість сепарування. Тому раціональне використання зерноочисної техніки пов'язане зі знанням впливу різних чинників на швидкість зернопотоку. Дослідження впливу можна проводити з малими затратами, маючи адекватні математичні моделі руху зерноsumіші, розробка яких відноситься до актуальних науково-прикладних задач.

**Аналіз останніх публікацій.** В теоретичних дослідженнях руху сепарованих зерноsumішей по поверхнях решіт використовують різні варіанти математичних моделей. В останні роки були розроблені континуальні моделі, що ґрунтуються на нелінійних залежностях дотичного напруження від швидкості деформацій зсуву [1-4]. Одним із перших, хто привернув увагу до нелінійної квадратичної реологічної залежності, був Бегнолд [5]. Реологічний зв'язок вказаного типу в своїх теоретичних дослідженнях використовував також Севідж [6-8]. Він додатково, окрім в'язкого опору, враховував наявність у рухомому сипкому середовищі залишкового сухого тертя. Тут пропонуємо узагальнену трьох параметричну нелінійну модель руху з квадратично-поліноміальною реологічною залежністю, яка відрізняється від моделі Севіджа наявністю лінійної складової у в'язкому опорі. Як окремі випадки, із узагальненої теорії випливають моделі руху, висвітлені в роботах [1, 6, 7].

**Метою статті** є виведення та апробація нових розрахункових формул для

обчислень швидкості стаціонарного зернопотоку з використанням трьох параметричної реологічної залежності. Ставиться також задача теоретичного аналізу впливу різних чинників на швидкість руху і продуктивність решета.

**Викладення основного матеріалу.** Виходячи з розрахункової схеми, поданої на рис. 1, розглядаємо усталений потік суміші в напрямі вісі  $ox$  у вигляді шару сталості товщини  $h$ . Будемо знаходити розподіл швидкості потоку по координаті  $y$  та інші кінематичні характеристики, коли віброрешето нахилено під кутом  $\theta$  до горизонту. Питому масу суміші  $\rho$  вважаємо сталою величиною, тобто приймаємо її осереднене значення по координаті  $y$ .

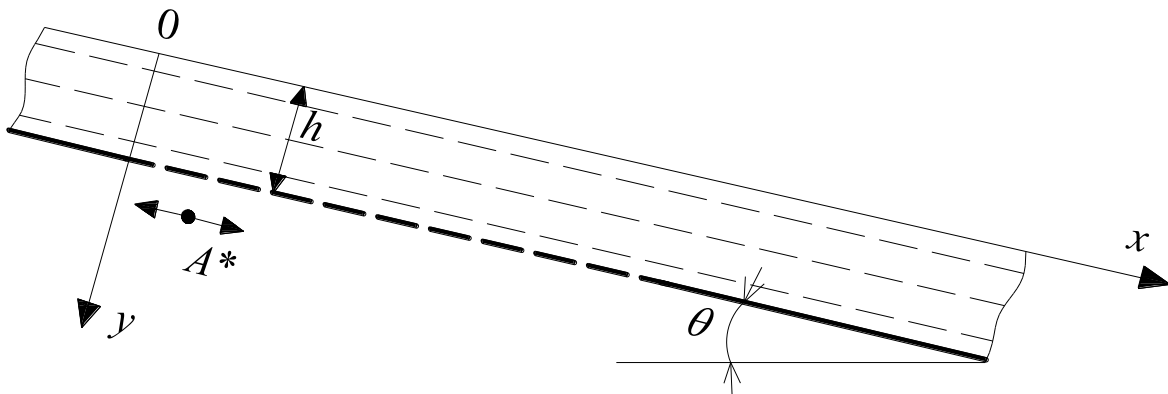


Рис. 1 – Розрахункова схема

В рамках викладених припущень маємо лінійний розподіл дотичного напруження  $\tau$  в суміші по координаті  $y$  [9]:

$$\tau = \rho g \sin \theta \cdot y, \quad (1)$$

Тут  $g$  – прискорення вільного падіння.

Реологічну залежність беремо в формі:

$$\tau = \left( \mu + \mu_* \left| \frac{du}{dy} \right| \right) \frac{du}{dy} + f \cdot p(y) \text{sign} \left( \frac{du}{dy} \right), \quad (2)$$

де  $p(y)$  – внутрішній надлишковий тиск в суміші;  $\mu, \mu_*, f$  – реологічні сталі.

Оскільки  $\frac{du}{dy} < 0$ ,  $p(y) = \rho g \cos \theta \cdot y$ , то із (1), (2) витікає, що:

$$\mu_* \left( \frac{du}{dy} \right)^2 - \mu \frac{du}{dy} = \rho g (\sin \theta - f \cos \theta) \cdot y,$$

тобто маємо квадратне рівняння відносно  $\frac{du}{dy}$ . Тому:

$$\frac{du}{dy} = \frac{\mu}{2\mu_*} - \sqrt{\frac{\mu^2}{4\mu_*^2} + \frac{\gamma}{\mu_*}} y. \quad (3)$$

Тут  $\gamma = \rho g(\sin \theta - f \cos \theta)$ . Якщо параметри  $\theta$  і  $f$  такі, що  $\gamma \leq 0$ , то треба покласти  $f = 0$ , тобто не враховувати залишкове сухе тертя в рухомій суміші.

Проінтегрувавши рівняння (3), при крайовій умові  $u(h) = u_0$ , одержуємо розподіл швидкості по товщині рухомого шару:

$$u(y) = \frac{\mu}{3\beta\mu_*} \left[ (1 + \beta h)^{3/2} - (1 + \beta y)^{3/2} \right] + \frac{\mu_*}{2\mu_*} (y - h) + u_0. \quad (4)$$

$$\text{Тут } \beta = \frac{4\rho g \mu_*}{\mu^2} (\sin \theta - f \cos \theta).$$

Коли не враховувати ковзання суміші по поверхні решета, а цьому сприяє просіювання проходової фракції, то  $u_0 = 0$ . При урахуванні ковзання, константу  $u_0$  можна обчислити по формулі:

$$u_0 = \frac{\gamma h}{\lambda_1} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Сталі  $\lambda_1, \lambda_2$  залежать від технічного стану поверхні решета (наявності ребер, рифлів, тощо) та фізико-механічних характеристик зерносуміші. Формули для обчислень  $\lambda_1, \lambda_2$  є в [9, 10] і їх вписувати тут не будемо.

Із (4) одержуємо компактну формулу для обчислення максимальної швидкості потоку. Вона досягається на вільній поверхні рухомого шару і становить:

$$u(0) = \frac{\mu}{3\beta\mu_*} \left[ (1 + \beta h)^{3/2} - 1 \right] - \frac{\mu_* h}{2\mu_*} + u_0. \quad (5)$$

Використовуючи (4), інтегруванням знаходимо продуктивність  $Q$ , що дістається на одиницю ширини решета  $H$ :

$$\frac{Q}{H} = \int_0^h u(y) dy = \frac{\mu}{15\beta\mu_*} \left[ (1 + \beta h)^{3/2} \left( 3h - \frac{2}{\beta} \right) + \frac{2}{\beta} \right] - \frac{\mu h^2}{4\mu_*} + u_0 h. \quad (6)$$

Щоб мати уявлення, до яких значень кінематичних параметрів потоку призводять розрахункові формули (5), (6), було проведено обчислення  $u(0)$  і  $Q/H$  при  $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$ ;  $\theta = 8^\circ$ ;  $u_0 = 0$  та різних:  $h, \mu, \mu_*, f$ . Одержані результати записано в табл. 1 і табл. 2.

У залежності від заданих товщин рухомого шару і значень реологічних сталей, у декілька разів відрізняються розраховані кінематичні параметри потоку суміші. Тому, використовуючи результати з табл. 1 і табл. 2, є можливість, принаймні орієнтовно, задавати такі значення сталей математичної моделі, щоб теоретичні результати узгоджувались з практикою вібросепарування.

Таблиця 1 – Розрахункові значення  $u(0)$ 

$\mu$ , Па·с	$\mu_* / \mu$ , с	$f$	$h = 0,008$ с	$h = 0,010$ с	$h = 0,012$ с
			$10 \cdot u(0)$ , м/с		
0,04	0,01	0,04	3,72	5,48	7,48
0,04	0,01	0,08	2,53	3,76	5,17
0,04	0,05	0,04	2,22	3,18	4,27
0,04	0,05	0,08	1,60	2,32	3,12
0,04	0,10	0,04	1,69	2,41	3,21
0,04	0,10	0,08	1,24	1,78	2,39
0,06	0,01	0,04	2,74	4,06	5,58
0,06	0,01	0,08	1,82	2,73	3,79
0,06	0,05	0,04	1,71	2,47	3,33
0,06	0,05	0,08	1,22	1,78	2,40
0,06	0,10	0,04	1,32	1,89	2,53
0,06	0,10	0,08	0,97	1,39	1,87
0,08	0,01	0,04	2,18	3,25	4,49
0,08	0,01	0,08	1,44	2,16	3,01
0,08	0,05	0,04	1,42	2,05	2,77
0,08	0,05	0,08	1,00	1,46	1,99
0,08	0,10	0,04	1,11	1,59	2,13
0,08	0,10	0,08	0,80	1,16	1,56

Таблиця 2 – Розрахункові значення  $Q/H$ 

$\mu$ , Па·с	$\mu_* / \mu$ , с	$f$	$h = 0,008$ с	$h = 0,010$ с	$h = 0,012$ с
			$10^3 \cdot Q/H$ , м <sup>2</sup> /с		
0,04	0,01	0,04	1,903	3,486	5,700
0,04	0,01	0,08	1,304	2,413	3,976
0,04	0,05	0,04	1,104	1,975	3,170
0,04	0,05	0,08	0,804	1,448	2,334
0,04	0,10	0,04	0,834	1,481	2,366
0,04	0,10	0,08	0,618	1,103	1,768
0,06	0,01	0,04	1,409	2,603	4,282
0,06	0,01	0,08	0,948	1,768	2,934
0,06	0,05	0,04	0,858	1,542	2,485
0,06	0,05	0,08	0,617	1,117	1,810
0,06	0,10	0,04	0,657	1,171	1,876
0,06	0,10	0,08	0,482	0,865	1,391
0,08	0,01	0,04	1,129	2,096	3,465
0,08	0,01	0,08	0,749	1,405	2,343
0,08	0,05	0,04	0,713	1,287	2,080
0,08	0,05	0,08	0,508	0,924	1,502
0,08	0,10	0,04	0,552	0,987	1,585
0,08	0,10	0,08	0,402	0,724	1,167

## **Висновки.**

1. Розглянута узагальнена нелінійна модель руху зерноsumіші по плоскому решету призводить до компактних розрахункових формул.
2. При належному виборі значень констант в моделі є можливість досягти гарного узгодження теорії з експериментом.
3. Із викладеної теорії, як окремі випадки, впливають відомі континуальні моделі руху зерноsumіші при решітному віброресепаруванні.

## **Список використаних джерел**

1. Тіщенко Л.М. Квадратично-нелінійна модель руху зернової суміші на плоскому віброрешеті / Л.М. Тіщенко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський // Физические и компьютерные технологии: труды 21 международной научно-практической конференции. – Днепропетровск: Лира, 2015. – С. 204-209.
2. Тіщенко Л.М. Про нелінійну модель руху сепарованих сумішей у циліндричному віброрешеті / Л.М. Тіщенко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський // Інженерія природокористування. – 2015. – № 1(3). – С. 29-33.
3. Tishchenko L. Quadratic nonlinear model of grain mixture movement in a cylindrical vibratory centrifugal sifter / L. Tishchenko, V. Olshansky, S. Olshansky // Poland, Lublin : ТЕКА, 2015. – V. 15, № 3. – P. 67-72.
4. Тіщенко Л. М. Про нелінійну модель руху зернової суміші на плоскому віброрешеті / Л. М. Тіщенко, В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. Вісник ХНТУСГ. – Харків : ХНТУСГ, 2015. – Вип.166 – С. 37-43.
5. Bagnold R. A. Experiments on a gravity Free Dispersion of large solid spheres in a Newtonian Fluid under shear / R. A. Bagnold // Proc. Roy. Soc. – London, 1954. – V. 225. – P. 49-63.
6. Savage S. B. The stress tensor in a granular flow at high shear rates / S. B. Savage, D. J. Jeffrey // Journal of Fluid Mech. – 1981. – V. 110. – P. 225-272.
7. Сэвидж С. Гравитационное течение несвязанных гранулированных материалов в лотках и каналах / С. Сэвидж // Механика гранулированных сред: теория быстрых движений: сб. ст.; пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – С. 86-146.
8. Долгунин В.Н. Быстрые гравитационные течения зернистых материалов: техника изменения, закономерности, технологическое применение / В. Н. Долгунин, В. Я. Борщёв. – М.: Машиностроение, 2005. – 73 с.
9. Тищенко Л.Н. Гидродинамика сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. – Харків : Міськдрук, 2010. – 174 с.
10. Тищенко Л. Н. Виброрешетная сепарация зерновых смесей / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. – Харків : Міськдрук, 2011. – 280 с.

## Аннотация

### К РАСЧЕТУ ЗЕРНОПОТОКА НА ПЛОСКОМ ВИБРОРЕШЕТЕ

Ольшанский В.П., Ольшанский А.В.

*Предложена обобщенная континуальная нелинейная модель движения зерносмеси на плоском виброрешете, в основу которой положено квадратично-полиномиальную зависимость касательного напряжения в сыпучем материале от скорости деформаций сдвига. Учтено также наличие в движущейся смеси остаточного сухого трения. Получены компактные формулы для вычисления скорости установившегося потока и объемной производительности решета. На численных примерах выяснено влияние различных факторов на кинематические параметры потока зерносмеси.*

*Ключевые слова: плоское виброрешето, установившийся поток зерносмеси, квадратично-полиномиальная реологическая зависимость, остаточное сухое трение.*

## Abstract

### CALCULATION OF GRAIN FLOW IN THE PLANE VIBRATING SIEVE

V. Olshansky, A. Olshansky

*The generalized nonlinear continuum model of the motion on a flat grain mixture vibrating sieve, which is based on quadratic polynomial dependence of the shear stress in the bulk material from the shear strain rate. It is considered as the presence of a moving mixture of residual dry friction. A compact formula for calculating the velocity of a steady flow of volume and performance of the sieve. In numerical examples, found the influence of various factors on the kinematic parameters of grain mixture flow.*

*Keywords: flat vibrating sieve, the steady flow of grain mixture, quadratic polynomial rheological relationship, the residual dry friction.*