УДК 621.81

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ОТКАЗАХ

Гринченко А.С., д.т.н., проф., Савченко В.Б., к.т.н., доц., Юрьева А.П., магистр

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Предложен общий подход к прогнозированию механической надежности по внезапным отказам, использующий метод статистического моделирования. Выполнен численный анализ надежности элемента, подтверждающий эффективность метода.

Введение. Известно [1, 2], что механическая надежность элементов и систем определяется рисками возникновения внезапных и постепенных отказов. При этом к внезапным механическим отказам относят случаи потери несущей способности, которые не связаны с эффектами накопления механических повреждений. Для возникновения внезапного отказа достаточно однократного кратковременного превышения действующей экстремальной нагрузкой несущей способности конструкции, которая предполагается не зависящей от предыстории нагружения.

Анализ публикаций и результатов. Задача прогнозирования надежности по внезапным механическим отказам рассматривалась во многих работах [3, 4, 5], где получены различные аналитические модели. Удобными при проведении прикладных инженерных расчетов являются модели, использующие схему дискретного потока независимых случайных экстремальных нагрузок, воздействующих на объекты с фиксированными во времени случайными значениями несущей способности [6, 7]. Применение таких моделей приводит задачу прогнозирования вероятности безотказной работы при воздействии m экстремальных независимых нагружений к вычислению интеграла

$$R(m) = \int_0^\infty F^m(P)\mathrm{g}(P)dP, \tag{1}$$

где $F(P)$ - функция распределения случайной величины экстремальных нагрузок;

$\mathrm{g}(P)$ - плотность распределения случайной несущей способности элемента или системы.

Основное содержание исследования. Для некоторых видов распределений экстремальных нагрузок и несущей способности с помощью (1) можно получить удобные для проведения прикладных инженерных расчетов аналитические выражения [8, 9]. В частности, рассматривая системы с последовательной в смысле надежности структурой, из (1) может быть получено [2] выражение

$$R_c(m) = -\int_0^{\infty} F^m(P) d\left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 - G_i(P)\right) \right), \tag{2}$$

где $G_i(P)$ - функции распределений несущей способности элементов системы; i =1, 2, ..., n.

В случае, когда функции распределений экстремальных нагрузок $F(P)$ и несущей способности элементов $G_i(P)$ описываются законами Вейбулла с одинаковым параметром формы b (одним и тем же коэффициентом вариации), с помощью интегрирования (2) может быть получено [8] выражение

$$R_c(m) = \prod_{j=1}^{m} \frac{jK_{\min}^b}{jK_{\min}^b + \chi}, \tag{3}$$

где $\chi = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{K_{\min}}{K_i} \right)^b$ - условное число элементов в системе, "приведенное" к наиболее нагруженному;

$K_i = \frac{\overline{P}_{\text{п}i}}{\overline{P}_{\text{н}}}$ - коэффициенты запаса по средним значениям несущей способности $\overline{P}_{\text{п}i}$ и общей нагрузки $\overline{P}_{\text{н}}$ на элементы;

$K_{\min}$ - коэффициенты запаса у наиболее нагруженных элементов системы.

Наличие (3) позволяет в рассматриваемом частном случае решать задачу прогнозирования вероятности безотказной работы по внезапным отказам аналитически. Однако, возможности такого подхода ограничены необходимостью использования только определенных видов законов распределения несущей способности и нагрузки с взаимозависимыми параметрами. Поэтому целесообразен поиск общих методов, дающих численное решение при различных вариантах распределений нагрузки и несущей способности. Наряду с численным интегрированием выражения (2) для этого могут использоваться модели, основанные на применении статистического моделирования. При этом точные решения типа (3) следует использовать для тестового контроля, дающего возможность оценивать достаточный объем моделируемых реализаций.

Основной принцип статистического моделирования обычно заключается в воспроизведении (с помощью компьютера) больших выборок реализаций случайных величин с заранее заданными распределениями. Под заданием распределения понимается определение его вида (нормальное, Вейбулла и т.д.) и числовых значений всех параметров. Для выполнения такого моделирования предварительно используют генераторы "чистой" случайности (аналог рулетки в казино), которые воспроизводят значения случайной величины, равномерно распределенной на заданном интервале. Затем эти значения преобразуются в реализации случайной величины с заданным распределением [10]. Преимуществом статистического моделирования является то, что с его помощью может многократно численно воспроизводиться логическая модель возникновения внезапных отказов и формирования надежности, которая лежит в основе получения аналитического выражения (1). Таким образом осуществляется "математический эксперимент", одной из задач которого может быть подтверждение справедливости выражений типа (3). Следует отметить, что проведение достоверных в статистическом смысле реальных экспериментов, имеющих эту же цель, практически невозможно.

На рис.1,а показана схема наложения нестационарных экстремальных нагрузок на основной стационарный режим. Величина случайной экстремальной нагрузки $P_{\text{н}}$ при этом определяется разностью между максимумом возникающей экстремальной нагрузки и нижней границей распределения несущей способности $\widetilde{P}_o$, являющейся условным неповреждающим уровнем. На практике такой уровень можно принимать, оценивая его, как верхнюю границу диапазона возможных значений основного постоянно действующего стационарного процесса нагружения.

Используемый далее при построении моделей надежности способ схематизации внешнего экстремального нагружения объекта реализует известный подход, который заключается в замене непрерывного случайного процесса нагружения дискретным потоком стохастически независимых случайных воздействий.

Соответствующая схема приведена на рис.1,б. Учитывая, что на практике при эксплуатации мобильной техники возникновение экстремальных нагрузок - достаточно редкое событие, а опасность внезапного квазистатического разрушения в основном определяется величиной максимальных напряжений, возникающих при кратковременном нагружении, можно считать такой способ схематизации экстремального нагружения оправданным. Его использование при построении моделей надежности существенно упрощает математический аппарат и в ряде случаев позволяет получать результаты в аналитическом виде, что немаловажно для проведения инженерных расчетов.

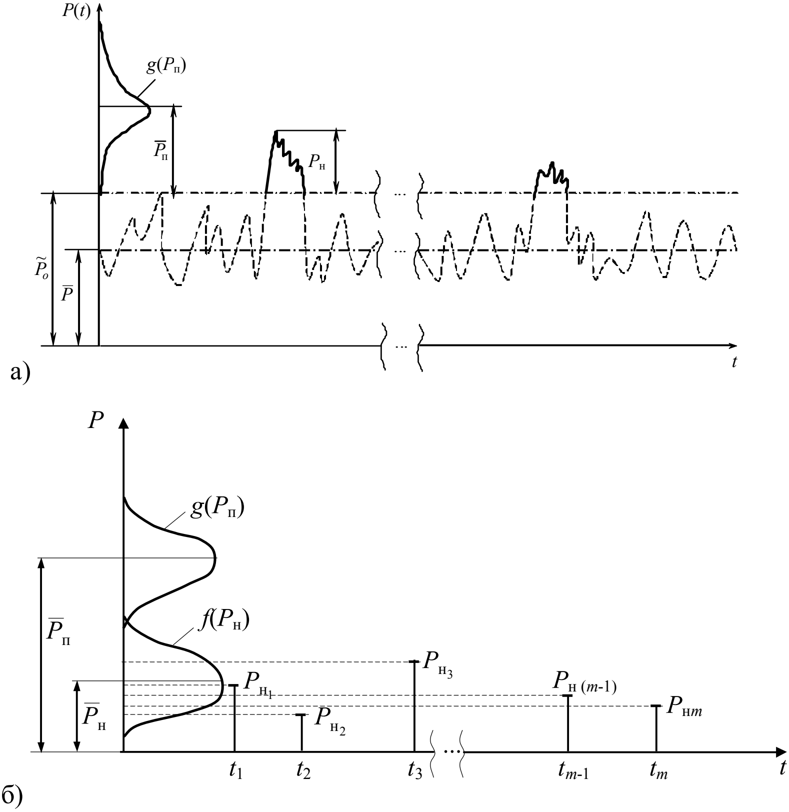

Рис.1. Моделирование многократного экстремального нагружения: а - наложение экстремального нагружения на стационарный режим; б - схематизация в виде независимых многократных экстремальных нагружений.

Прогнозирование вероятности безотказной работы элемента осуществляется с помощью следующего алгоритма. Из заданного распределения несущей способности $g(P_п)$ (см. рис.1) генерируется случайная реализация $P_п$. Затем из заданного распределения экстремальных нагрузок $f(P_н)$ генерируется случайная последовательность реализаций независимых нагрузок $P_{нi}$ до тех пор, пока наибольшая из них не превысит величину $P_п$, т.е. происходит "отказ", или пока число таких реализаций i не достигнет заданного значения M. В результате регистрируется, при каком значении $i = i_o$ произошел отказ или фиксируется его отсутствие при $i \le M$. Процесс моделирования повторяется циклически: генерируется следующая реализация несущей способности $P_п$ и новая последовательность действующих нагрузок $P_{нi}$. Число таких циклов N определяет объем моделирования. Объемом моделирования N определяется точность прогнозирования вероятности отказа, которая рассчитывается как относительная частота возникновения отказов при каждом значении $i \le M$.

В случае анализа надежности последовательной системы из n одинаковых элементов в каждом цикле моделирования сначала генерируют n реализаций несущей способности $P_{пj}$, из которых отбирается $\min P_{пj}$. Дальнейший процесс моделирования полностью идентичен используемому для элемента.

На рис.2 приведены результаты прогнозирования вероятности безотказной работы элемента по внезапным механическим отказам, выполненного методом статистического моделирования. Выявлены закономерности изменения вероятности безотказной работы в зависимости от числа экстремальных нагружений элемента. Распределения несущей способности $P_п$ и экстремальных нагрузок $P_н$ моделировались с помощью закона Вейбулла:

$$g(P_п) = \frac{b_п}{a_п}\left(\frac{P_п}{a_п}\right)^{b_п - 1} \exp\left[-\left(\frac{P_п}{a_п}\right)^{b_п}\right];$$
$$f(P_н) = \frac{b_н}{a_н}\left(\frac{P_н}{a_н}\right)^{b_н - 1} \exp\left[-\left(\frac{P_н}{a_н}\right)^{b_н}\right]. \tag{4}$$

Параметры формы $b_п$ и $b_н$ определялись в соответствии с заданными значениями коэффициентов вариации несущей способности $V_п$ и экстремальной нагрузки $V_н$. Некоторые справочные данные относительно однозначного соответствия значений коэффициента вариации и параметра формы закона Вейбулла приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения коэффициента вариации и параметра формы закона Вейбулла

Коэффициент вариации V	0,10	0,12	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40
Параметр формы b	12,15	10,03	7,907	5,797	4,542	3,713	2,696

Величина отношения параметров масштаба распределений несущей способности $a_п$ и экстремальной нагрузки $a_н$ при моделировании определялась в зависимости от заданного коэффициента запаса $K = \overline{P}_п / \overline{P}_н$ по формуле

$$\frac{a_п}{a_н} = K \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{b_н}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{b_п}\right)}; \qquad (5)$$

Моделирование выполнялось для случаев, когда коэффициент запаса $K = 1{,}5$, коэффициент вариации случайной несущей способности $V_п = 0{,}1$ (сплошные линии на рис. 2) и при $V_п = 0$ (штриховые линии на рис.2), т.е. при постоянной и неслучайной несущей способности у элементов. Достаточное число моделируемых реализаций $N \geq 10^6$ предварительно определялось по совпадению (до трех значащих цифр) результатов моделирования при $b_п = b_н$ с результатами расчета по формуле (3).

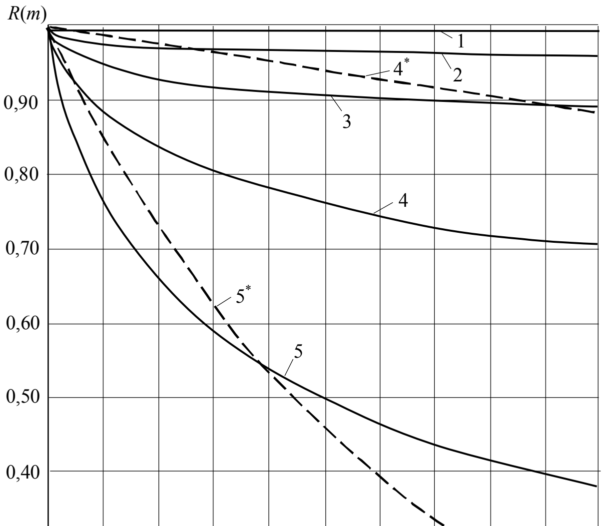

Рис.2. Графики прогнозируемой вероятности безотказной работы в зависимости от числа экстремальных нагружений при: 1 - $V_н = 0$; 2 - $V_н = 0{,}1$; 3 - $V_н = 0{,}15$; 4 - $V_н = 0{,}2$; 5 - $V_н = 0{,}25$; 4* - $V_п = 0$; $V_н = 0{,}2$; 5* - $V_п = 0$; $V_н = 0{,}25$

Анализировалось влияние уровня рассеивания экстремальной нагрузки (по коэффициенту вариации $V_н$) и несущей способности на характер изменения вероятности безотказной работы $R(m)$ в зависимости от числа экстремальных нагружений. Выявлено, что при $V_н \leq V_п = 0{,}1$ с увеличением m графики $R(m)$ имеют практически горизонтальный участок, т.е. $R(m) \approx const$. С увеличением $V_н$ характер изменения $R(m)$ становится более интенсивно убывающим (кривые 3, 4 и 5). Если рассеивание несущей способности отсутствует ($V_п = 0$), то убывание $R(m)$ имеет экспоненциальный характер (кривые 4^* и 5^*), когда $R(m) = R^m(1)$ и интенсивность внезапных отказов постоянна.

Выводы. Статистическое моделирование может служить общим методом прогнозирования механической надежности элементов и систем при внезапных отказах. Его использование не ограничивает возможности при выборе законов распределения несущей способности и экстремальных нагрузок, а также при задании числовых значений параметров этих распределений. Проведен численный анализ с использованием статистического моделирования закономерностей изменения вероятности безотказной работы в зависимости от числа экстремальных нагружений. Результаты этого анализа подтверждают эффективность применения статистического моделирования при решении задач прогнозирования механической надежности машин и конструкций.

Список использованных источников

1. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: Оценка, моделирование, контроль [монография]/А.С. Гринченко. - Харьков: Віровець А.П. "Апостроф", 2012. - 259 с.
2. Гринченко О.С. Наукові методи моделювання та прогнозування механічної надійності сільськогосподарської техніки: Автореф. дис... докт.техн.наук. - Харків, 2014. - 40 с.
3. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. - 239 с.
4. Визир П.Л. Надежность элемента системы.- В кн.: Нагрузки и надежность строительных конструкций. Труды ЦНИИСК, вып. 21, М., 1973. - С. 26-42.
5. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений.- М.: Стройиздат, 1971. - 256 с.
6. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. М.: Машиностроение, 1989. - 248 с.
7. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем. М.: Мир, 1980. - 604 с.

8. Гринченко А.С. Модели прогнозирования прочностной надежности элементов машин при однократном разрушении / Підвищення надійності відновлюємих деталей машин. Вісник ХДТУСГ. Випуск.4, Харків, 2000. С.21-27.

9. Гринченко А.С. Модели прочностной надежности при внезапном разрушении на основе логарифмически логистического распределения / Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва. Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. Вип. 51. Харків, 2007. – С. 38-49.

10. Раскин Л.Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления [монография]/Л.Г. Раскин. - М., Сов. радио, 1976. - 344 с.

Анотація

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РАПТОВИХ МЕХАНІЧНИХ ВІДМОВ

Гринченко О.С., Савченко В.Б., Юр'єва Г.П.

Запропоновано загальний підхід до прогнозування механічної надійності за раптових механічних відмов, який використовує метод статистичного моделювання. Виконано числовий аналіз надійності елемента, який підтверджує ефективність методу.

Abstract

STATISTICAL DESIGN AND PROGNOSTICATION OF RELIABILITY AT SUDDEN MECHANICAL REFUSALS

Grynchenko A.S., Savchenko V.B., Yureva A.P.

In the article described general approach to prognostication of mechanical reliability on the sudden refusals is offered, which using method of statistical design. The numerical analysis of element, reliability confirmative efficiency of method, is executed.