УДК 631.639.22 : 519.22

АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЕЙ ЛОГИСТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЁЖНОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Дубницкий В. Ю.

Харьковский институт ГВУЗ «Университет банковского дела»

Фесенко Г. В.

Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А.Н. Бекетова

Черепнев И. А.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

На основе анализа статистических данных о человеческих потерях при техногенных катастрофах установлено, что основной причиной их вызывающих может быть недостаточная прочность материалов конструкций по отношению к внешним воздействиям.

Показано, что вероятностные модели, применяемые при расчете надежности механических конструкций по отношению к внешним воздействиям, могут быть источником снижения техногенной опасности. Так, как эти модели основаны на анализе композиций функций распределения прочности материала и внешнего воздействия, то их результат может быть представлен с применением специальных функций, например, функции нормального распределения. Для удобства численного анализа полученных результатов в работе предложена аппроксимация функции нормального распределения функцией логистического распределения.

В работе рассмотрены различные виды такой аппроксимации и оценена их абсолютная погрешность. Предложена оценка абсолютной погрешности надежности конструкции при условии, что закон распределения нагрузки экспоненциальный, закон распределения нагрузки нормальный. Предложен способ оценки абсолютной погрешности величины надежности при условии замены нормального распределения логистическим.

В том случае, когда параметры логистического распределения необходимо оценить по выборочным данным, предложены уравнения метода максимума правдоподобия.

Уравнения приведены для двух случаев. В первом следует оценить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение, во втором случае следует оценить параметры положения и масштаба. Для решения уравнений методом Ньютона приведены для каждого случая системы уравнений. Приведены оценки параметров логистического распределения,

полученные по методу моментов и рекомендуемые в качестве начального приближения при решении систем уравнений метода максимума правдоподобия.

Ключевые слова: надежность механических систем, логистическое распределение, аппроксимация нормального распределения, метод максимума правдоподобия.

Введение. Один из основоположников теории надёжности в своей, ставшей на долгие годы программной работе [1], определил её основную задачу так: «Синтез надежных организмов из ненадежных компонент». При управлении надежностью радиоэлектронных систем у конструктора есть три источника влияния: элементная база, программные средства и архитектура устройства. Весьма приблизительным аналогом этого понятия применительно к механической системе может быть её расчетная или кинематическая схема. Важной методической особенностью расчета надежности механической системы является то, что необходимо учитывать не только случайный характер её свойств, но и случайный характер воздействий на неё внешней среды.

В работе [2] отмечено, что одним из наиболее перспективных методов усовершенствования расчетов надёжности машин и оборудования сельскохозяйственного производства может быть разработка новых и совершенствование существующих вероятностных моделей механической надежности, отвечающих закономерностям функционирования машин и оборудования сельскохозяйственного производства. Сюда же следует добавить и модели возникновения отказов при их эксплуатации.

В работах [3, 4] рассмотрены вероятностные модели возникновения отказов при работе различных видов сельскохозяйственной техники. Методическая особенность этих работ в том, что в них изучены статистические свойства явления отказа, но не рассмотрено взаимодействие напряжений, возникающих в конструктивных элементах под влиянием внешних воздействий и прочностных свойств материалов, из которых они изготовлены.

Подтверждение сказанного можно найти в работах [5-8]. Начиная со второй половины XX века, практически во всём мире, фиксируется устойчивый рост количества катастроф техногенного характера (рисунок 1) [5].

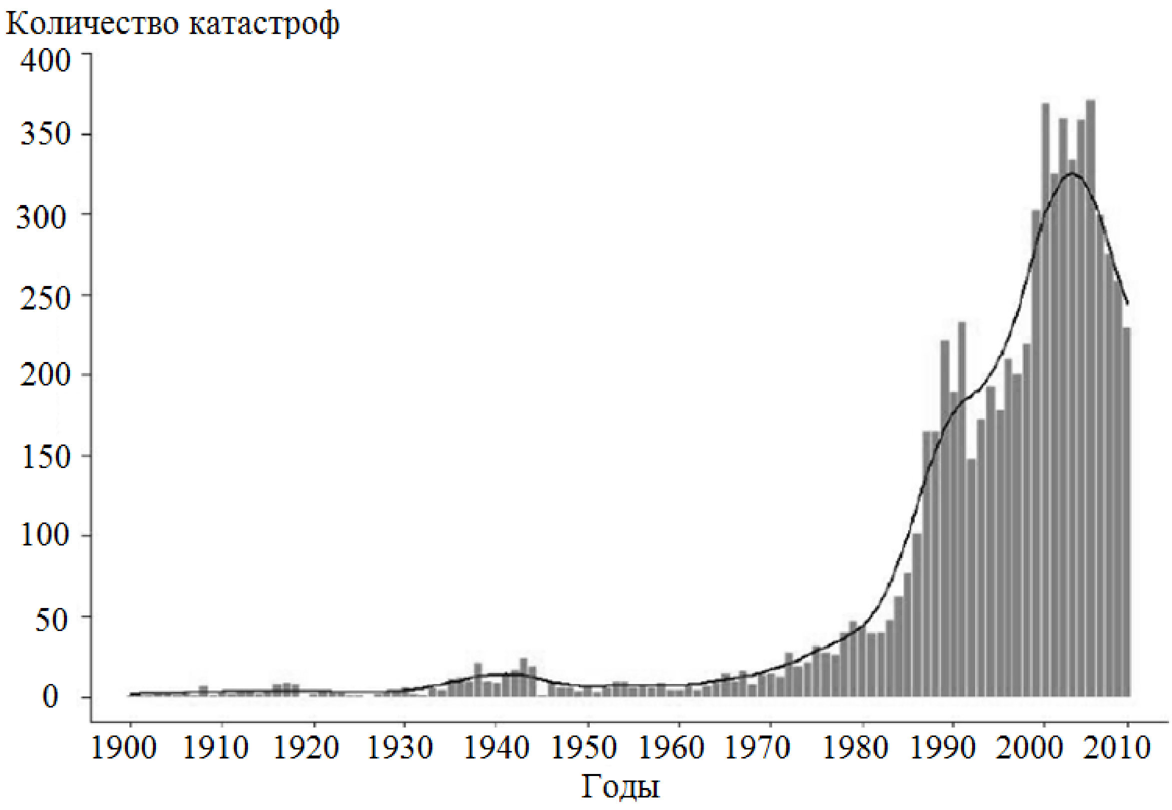

Рис. 1 – Техногенные катастрофы 1900-2010 гг.

В Украине также наблюдалась устойчивая тенденция преобладания чрезвычайных ситуаций техногенного характера в общем перечне происшествий. Исключением стал только 2015 год: «У 2015 році зареєстровано найменшу кількість загиблих у надзвичайних ситуаціях (НС) та найменшу кількість НС техногенного характеру за весь період спостережень 1997-2015 років» [6] (цитируется на языке оригинала).

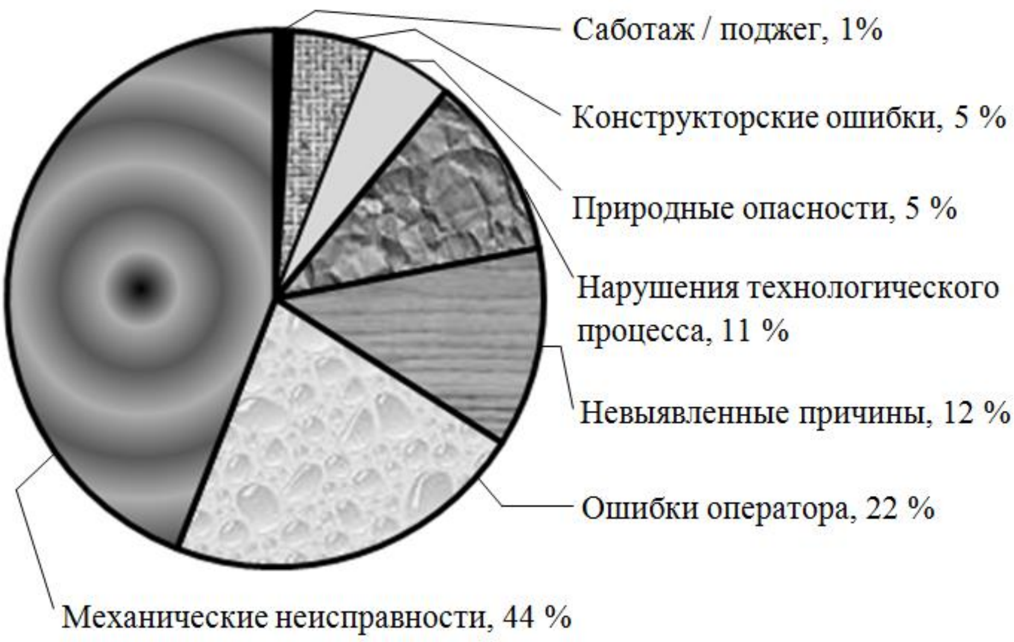

Рис. 2 – Основные причины наиболее крупных аварий

По данным Организации Объединенных Наций основной причиной наиболее масштабных аварий были механические неисправности (44%), на втором месте – т.н. «человеческий фактор» (22%) (рисунок 2) [7].

В табл. 1 представлены обработанные авторами сведения о количестве несчастных случаев со смертельным исходом, которые произошли на предприятиях АПК Украины за период 2007- 2011 г.г. Первичный материал для построения таблицы 1 приведен в работе [8].

Таблица 1 – Наиболее травмоопасные профессии на предприятиях АПК Украины

№ п/п	Наименование професии	Года				
		2007	2008	2009	2010	2011
1	Тракторист-машинист	24	19	20	19	25
2	Подосбный рабочий	30	16	8	10	18
3	Водитель	28	20	13	13	16
4	Сторож (охранник)	18	11	11	9	9
5	Слесарь	7	10	8	5	8

Из этой таблицы видно, что на долю трактористов-машинистов и водителей приходится около половины инцидентов. Причины этого, по мнению авторов данного сообщения, в том, что в обслуживаемых ими объектах не были в полной мере учтены разного рода экстремальные воздействия на материал конструкций.

Анализ литературы. В работе [9] надежность Н конструкции определена в виде условия:

$$H = P(R > S), \qquad (1)$$

где: Р – вероятность события, состоящего в том, что случайная величина R, определяемая как несущая способность конструкции, превысит значение случайной величины S, определяемой как действующее максимальное напряжение. Законы распределения этих величин и их параметры могут быть известны или определены по выборочным данным.

В свою очередь предполагается что:

$$S = Kq, \qquad (2)$$

где: q – нагрузка, действующая на конструкцию, К – коэффициент, зависящий от размеров поперечного сечения конструкции. Для основных типов конструкций способ его определения приведен в работе [9].

Решение задачи, сформулированной в виде условия (1) для различных вариантов сочетания законов распределения величин R и S дано в работах [9-13]. В этих работах не все полученные результаты приведены в явном виде. Во многих случаях использованы специальные функции, свойственные некоторым из функций распределений, что затрудняет управление ими. Необходимость такого управления для организации вычислительных процессов показана в работе [14]. В работе [15] показано, что применение управления функцией распределения необходимо в тех случаях, когда при оценке надёжности конструкций невозможно пренебречь особенностями процессов, происходящих в них под влиянием внешней среды, например, в механических конструкциях. Способом, упрощающим процесс управления функциями распределения случайных величин, может быть их аппроксимация более простыми выражениями. В работе [16] отмечено, что одним из способов аппроксимации функции нормального распределения может быть её замена функцией логистического распределения. Однако анализ способов такой аппроксимации в доступной авторам литературе отсутствует.

Постановка задачи. Сравнение погрешностей различных способов аппроксимации нормального распределения логистическим, решение уравнений метода максимума правдоподобия, необходимых для оценки параметров логистического распределения, применение полученной аппроксимации для оценки надёжности механических систем.

Полученные результаты. Подробные сведения о свойствах логистического распределения изложены в работе [17]. Логистическим распределением называют распределение случайной величины X, плотность распределения которой имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 1-\left[\exp\left(\dfrac{x-a}{b}\right)\right]^{-1} \\ \left[1+\exp\left(-\dfrac{x-a}{b}\right)\right]^{-1} \\ \dfrac{1}{2}\left[1+th\left\{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x-a}{b}\right)\right\}\right] \end{cases}, \quad (3)$$

при условии, что $x\in(-\infty,+\infty)$ и $b>0$.

Плотность этого распределения имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases} b^{-1}\left[\exp\left(\dfrac{x-a}{b}\right)\right]^{-1}\left[1+\exp\left(\dfrac{x-a}{b}\right)\right]^{-2} \\ b^{-1}\left[\exp\left(-\dfrac{x-a}{b}\right)\right]^{-1}\left[1+\exp\left(-\dfrac{x-a}{b}\right)\right]. \\ (4b)^{-1}sch^{2}\left\{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x-a}{b}\right)\right\} \end{cases} \quad (4)$$

В условиях (3) и (4) величина a – параметр положения, величина b – параметр масштаба. В работе [18] показано, что параметр положения и параметр масштаба связаны с числовыми характеристиками случайной величины X, распределённой по логистическому закону следующими соотношениями:

$$m=a,\ b=\frac{\sigma\sqrt{3}}{\pi},\ v=\frac{\sigma}{m}=\frac{b\pi}{m\sqrt{3}}, \quad (5)$$

где m – математическое ожидание,

σ – среднеквадратическое отклонение,
v – коэффициент вариации.

В работе [17] предложено для аппроксимации функции нормального распределения использовать функции логистического распределения в виде:

$$F_1(x)=\left[1+\exp\left\{-\frac{\pi(x-a)}{\sigma\sqrt{3}}\right\}\right]^{-1} \tag{6}$$

и

$$F_2(x)=\left[1+\exp\left(-\frac{\pi(x-a)}{\sigma\sqrt{3.41}}\right)\right]^{-1}. \tag{7}$$

Приняв, что:

$$y=\frac{x-m}{\sigma}, \tag{8}$$

представим функцию нормального распределения в виде:

$$\Phi_1(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{y}\exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)dy \tag{9}$$

и

$$\Phi_2(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{16y/15}\exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)dy. \tag{10}$$

Пусть x_L и x_N переменные, распределённые по логистическому и нормальному закону соответственно. Тогда справедливо равенство:

$$\frac{\pi(x_L-m)}{\sigma\sqrt{3{,}41}}=\frac{16}{15}\cdot\frac{(x_N-a)}{\sigma}. \tag{11}$$

В общем случае условие аппроксимации можно представить в виде:

$$\Phi(x)=\left[1+\exp\left(-k\frac{x-a}{\sigma}\right)\right]^{-1}, \tag{12}$$

при условии, что:

$$k=\begin{cases} k_1=\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}=1{,}81379 \\ k_2=\dfrac{\pi}{\sqrt{3{,}41}}=1{,}70127 \end{cases}. \tag{13}$$

Для сравнения предлагаемых методов рассмотрим числовой пример.

Таблица 2. Результаты численной аппроксимации нормального распределения логистическим

Значения переменной x	Значения функций плотности вероятности			
	$\Phi_1(x)$	$\Phi_2(x)$	F1(y)	F2(y)
3	0,0002	0,002	0,0002	0,0025
5	0,0062	0,0106	0,0098	0,0104
7	0,0668	0,061	0,1026	0,0722
9	0,3085	0,2873	0,4207	0,2992
11	0,9151	0,7123	0,8069	0,7007
13	0,9932	0,9328	0,9733	0,9277
15	0,9938	0,9893	0,9986	0,9860

Примечание: пояснения к обозначению функций даны в тексте статьи.

Все результаты, приведенные в таблице 2, выполнены при условии, что m = 10 и σ = 2. Из приведенных в этой таблице результатов вычислений следует, что результаты с одинаковыми нижними индексами дают хорошее совпадение. Выбор более предпочтительного варианта представления переменных выходит за рамки данного сообщения.

При подготовке данных для расчета надёжности могут возникнуть следующие ситуации:

Параметры аппроксимируемого распределения известны. В этом случае для выполнения вычислений достаточно использовать приведенные выше условия (6)-(9).

Параметры аппроксимируемого распределения неизвестны и их следует определить по результатам наблюдений. В этом случае предлагается предварительно использовать метод максимума правдоподобия для получения оценок параметров и после этого также использовать условия (6)-(9). Для нормального распределения оценки его параметров, определённые по методу моментов и методу максимума правдоподобия, совпадают и будут равны величинам:

$$\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\,; \quad \hat{s} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \hat{m}\right)^2}\,. \tag{14}$$

В том случае, когда по результатам наблюдений нужно определить величины $\hat{m}$ и $\hat{s}$ в предположении справедливости логистического распределения система уравнений метода максимума правдоподобия примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left[1+\exp\left\{\dfrac{\pi\left(x_i-\hat{m}\right)}{\hat{s}\sqrt{3}}\right\}\right]^{-1} - \dfrac{1}{2} = 0 \\ \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{x_i-\hat{m}}{\hat{s}}\right)\cdot\dfrac{1-\exp\left\{\pi\left(x_i-\hat{m}\right)/\left(\hat{s}\sqrt{3}\right)\right\}}{1+\exp\left\{\pi\left(x_i-\hat{m}\right)/\left(\hat{s}\sqrt{3}\right)\right\}} - \dfrac{\sqrt{3}}{\pi} = 0 \end{cases}. \tag{15}$$

В том случае, когда по результатам наблюдений нужно определить величины a и b в предположении справедливости логистического распределения, система уравнений метода максимума правдоподобия примет вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \frac{\exp\left[\left(x-\hat{a}\right)/\hat{b}\right]}{1+\exp\left[\left(x-\hat{a}\right)/\hat{b}\right]} - \frac{n}{2} = 0 \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\hat{m}}{\hat{s}}\right)\cdot\frac{1-\exp\left\{\pi\left(x_i-\hat{m}\right)/\left(\hat{s}\sqrt{3}\right)\right\}}{1+\exp\left\{\pi\left(x_i-\hat{m}\right)/\left(\hat{s}\sqrt{3}\right)\right\}} - \frac{\sqrt{3}}{\pi} = 0 \end{cases}. \tag{16}$$

Решение этого уравнений может быть получено, например, методом Ньютона в том виде, в котором он описан в работе [19]. Для упрощения работы при составлении программной реализации указанного метода приведём необходимые соотношения. Для решения системы вида:

$$\begin{cases} U_1(t_1,t_2=0 \\ U_2(t_1,t_2=0 \end{cases} \tag{17}$$

относительно неизвестных $T(t_1,t_2)$ следует определить матрицу:

$$W(T) \quad = \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial t_1} & \frac{\partial U_1}{\partial t_2} \\ \frac{\partial U_2}{\partial t_1} & \frac{\partial U_2}{\partial t_2} \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Для системы (15) получим, что:

$$T(t_1,t_2)=T(\hat{m},\hat{s}) \tag{19}$$

и для системы (16) получим, что:

$$T(t_1,t_2\ )=T(\ \hat{a},\hat{b}\ ). \tag{20}$$

Тогда решение этих систем будем искать в виде:

$$T^{(p+1)}=T^{(p)}-W^{-1}\left(T^{p}\right)\,U\left(T^{p}\right). \tag{21}$$

В качестве начальных приближений следует принять значения параметров распределений, полученных по методу моментов и заданных условиями (5) и (14). Для упрощения дальнейших преобразований примем, что:

$$g=\pi\frac{\sqrt{3}}{3}=1{,}813799. \tag{22}$$

Элементы матрицы W для системы (15) представим в виде:

$$\frac{\partial U_1}{\partial m}=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{\exp\left(\frac{gx_i}{s}\right)+\exp\left(\frac{gm}{s}\right)}{ns\sqrt{3}\cdot\left(\exp\left(\frac{gx_i}{s}\right)+\exp\left(\frac{gm}{s}\right)\right)^2}; \tag{23}$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial s} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\exp\left(\frac{gx_i}{s}\right) + \exp\left(\frac{gm}{s}\right)}{ns^2\sqrt{3} \cdot \left(\exp\left(\frac{gx_i}{s}\right) + \exp\left(\frac{gm}{s}\right)\right)^2}; \tag{24}$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial m} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[s\sqrt{3} \cdot A + 2\pi B(x_i - m) - sC\sqrt{3}\right]}{ns^2\sqrt{3} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left[\exp\left(\frac{gx_i}{s}\right) + \exp\left(\frac{gm}{s}\right)\right]^2}; \tag{25}$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial s} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)\left[s\sqrt{3} \cdot A + 2\pi B(x_i - m) - sC\sqrt{3}\right]}{ns^3\sqrt{3} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left[\exp\left(\frac{gx_i}{s}\right) + \exp\left(\frac{gm}{s}\right)\right]^2}. \tag{26}$$

Для упрощения дальнейших преобразований примем, что

$$A = \exp\left(2g\frac{x_i}{s}\right); \tag{27}$$

$$B = \exp\left(g\frac{x_i}{s} + g\frac{m}{s}\right); \tag{28}$$

$$C = \exp\left(2g\frac{m}{s}\right). \tag{29}$$

Элементы матрицы W для системы (6) представим в виде:

$$\frac{\partial U_3}{\partial a} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\exp\left(\frac{x_i + a}{b}\right)}{b\left[\exp\left(\frac{x_i}{b}\right) + \exp\left(\frac{a}{b}\right)\right]^2}; \tag{30}$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(a - x_i)\exp\left(\frac{x_i + a}{b}\right)}{b^2\left[\exp\left(\frac{x_i}{b}\right) + \exp\left(\frac{a}{b}\right)\right]^2}; \tag{31}$$

$$\frac{\partial U_4}{\partial a} = -\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[b\exp\left(\frac{2x_i}{b}\right) + 2\left(\frac{a + x_i}{b}\right)(x_i - a) - b\exp\left(\frac{2a}{b}\right)\right]}{\left[b^2\left(\exp\left(\frac{x_i}{b}\right) + \exp\left(\frac{2a}{b}\right)\right)\right]^2}; \tag{32}$$

$$\frac{\partial U_4}{\partial a} = -\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[b\exp\left(\frac{2x_i}{b}\right) + 2\left(\frac{a + x_i}{b}\right)(x_i - a) - b\exp\left(\frac{2a}{b}\right)\right]}{\left[b^2\left(\exp\left(\frac{x_i}{b}\right) + \exp\left(\frac{2a}{b}\right)\right)\right]^2}; \tag{33}$$

$$\frac{\partial U_4}{\partial b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(a-x_i\right)\left[b\exp\left(\frac{2x_i}{b}\right)+2\left(\frac{a+x_i}{b}\right)\left(x_i-a\right)-b\exp\left(\frac{2a}{b}\right)\right]}{\left[b^3\left(\exp\left(\frac{x_i}{b}\right)+\exp\left(\frac{2a}{b}\right)\right)\right]^2}. \qquad (34)$$

В работе [9] определена надёжность конструкции при условии, что закон распределения нагрузки экспоненциальный и несущей способности нормальный.

Если принять для упрощения, что:

$$\eta = m_R / Km_q; \qquad (35)$$

$$\Pi_1=\frac{v_q+\eta-1}{\eta v_q}; \qquad (36)$$

$$\Pi_2=\Pi_1-\frac{\eta v_r}{v_q}; \qquad (37)$$

$$\Pi_3=\frac{\eta^2 v_R^2}{2v_q^2}+\frac{1-\eta v_q}{v_q}; \qquad (38)$$

то надёжность конструкции можно определить по условию:

$$H=\Phi(\Pi_1)-\Phi(\Pi_2)\cdot\exp(\Pi_3) \qquad (39)$$

или, используя полученную аппроксимацию, по формуле:

$$H_1=\left[1+\exp(k\Pi_1)\right]^{-1}-\left[1+\exp(k\Pi_2)\right]^{-1}\cdot\exp(\Pi_3). \qquad (40)$$

Абсолютная погрешность аппроксимации в этом случае будет равна величине, определённой по условию:

$$\Delta H_1=\Delta\left[1+\exp(k\Pi_1)\right]^{-1}+\Delta\left[1+\exp(k\Pi_2)\right]^{-1}\cdot\exp(\Pi_3). \qquad (41)$$

Условия (36)-(38) позволяют сформулировать требования к материалу конструкции для обеспечения заданной надёжности.

Исследование этого процесса выходит за рамки данной работы.

Выводы.

1. На основе анализа статистических данных о человеческих потерях при техногенных катастрофах установлено, что основной причиной их вызвавших может быть недостаточная прочность материалов конструкций по отношению к внешним воздействиям.

2. Показано, что вероятностные модели, применяемые при расчете надежности механических конструкций по отношению к внешним воздействиям, могут быть источником снижения техногенной опасности.

3. Так как эти модели основаны на анализе композиции функций распределения прочности материала и внешнего воздействия, то их результат может быть представлен с применением специальных функций, например, функции нормального распределения.

4. Для удобства численного анализа полученных результатов в работе

предложена аппроксимация функции нормального распределения функцией логистического распределения.

5. В работе рассмотрены различные виды такой аппроксимации и оценена их абсолютная погрешность.

6. Предложена оценка абсолютной погрешности надежности конструкции при условии, что закон распределения нагрузки экспоненциальный, закон распределения нагрузки нормальный.

7. Предложен способ оценки абсолютной погрешности величины надежности при условии замены нормального распределения логистическим.

8. В том случае, когда параметры логистического распределения необходимо оценить по выборочным данным, предложены уравнения метода максимума правдоподобия.

9. Уравнения приведены для двух случаев. В первом следует оценить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение, во втором случае следует оценить параметры положения и масштаба.

10. Для решения уравнений методом Ньютона приведены для каждого случая системы уравнений.

11. Приведены оценки параметров логистического распределения, полученные по методу моментов и рекомендуемые в качестве начального приближения при решений систем уравнений метода максимума правдоподобия.

Список используемой литературы

1. Нейман фон Дж. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонент / Джон фон Нейман // Сб. Автоматы (под ред. К.Э. Шеннона и Дж. Маккарти). – Москва: Издательство «Иностранная литература», 1956. – С. 68 – 139.
2. Гринченко О. С. Концептуальні питання забезпечення механічної надійності сільськогосподарської техніки / О. С. Гринченко // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. – 2015. – Вип. 45, ч. 1. – С. 298 – 301.
3. Чалаби И. Г. Функция распределения отказов для оценки показателей надёжности современных механических систем / И. Г. Чалаби // Вісник СевНТУ. Зб. наук. пр. Серія: Механіка, енергетика, екологія. – 2013. – Вип. 137. – С. 289 – 293.
4. Гринченко О. Побудова моделей формування поступових механічних відмов сільськогосподарської техніки / Гринченко О., Алфьоров О., Козлов Ю. // Зб. наук. пр. «Техніко- технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технології для сільського господарства». – 2014. – Вип. 18 (32), кн. 1. – С.80 – 86.
5. Сычев Я. В. Опасности техногенных катастроф современности [Электронный ресурс] / Я. В. Сычев // Интернет-журнал «Технологии техносферной безопасности». – 2012. – Вып. 1 (41). – С. 1 – 9. – Режим доступа: http://agps-2006.narod.ru/ttb/2012-1/05-01-12.ttb.pdf.
6. Аналітичний огляд стану техногенної та природної безпеки в Україні за

2015 рік. Глава 3. Статистичні дані про надзвичайні ситуації та стан травматизму [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://undicz.dsns.gov.ua/files/2016/8/9/Glava_3.pdf.
7. Комар А. С. Визначення ризику відмов машинно-тракторного агрегату на підприємствах АПК [Електронний ресурс] / А. С. Комар. – Режим доступу: http://nauka.tsatu.edu.ua/print-journals-tdatu/13-6/13_6/33.pdf.
8. Войналович А. В. Анализ причин травмирования работников АПК на механизированных и транспортных работах [Электронный ресурс] / А. В. Войналович, М. М. Мотрич. – Режим доступа: http://www.sworld.com.ua/konfer37/332.pdf.
9. Арасланов А. М. Расчет элементов конструкций заданной надёжности при случайных воздействиях / А. М. Арасланов. – Москва: «Машиностроение», 1987. – 128 с.
10. Екимов В. В. Вероятностные методы в строительной механике корабля / В. В. Екимов. – Москва: «Судостроение», 1966. – 327 с.
11. Болотин В. В. Применение методов теории надёжности в расчетах сооружений / В. В. Болотин. – Москва: Стройиздат, 1971. – 255 с.
12. Капур К. Надёжность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ламберсон. – Москва: «МИР», 1980. – 604 с.
13. Переверзев Е. С. Надёжность и испытание технических систем / Е. С. Певерзев. – К.: «Наукова думка», 1990. – 327 с.
14. Какабадзе Д. П. Управление функцией распределения случайных шагов дискретной адаптивной системы / Д. П. Какабадзе, Г. М. Кубинцев, В. А. Таран // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 2. – С. 99 – 107.
15. Дубницкий В. Ю. Управление функцией распределения случайной величины / В. Ю. Дубницкий, А. И. Ходырев // Системи обробки інформації. – 2011. – Вип. 5 (95). – С. 147 – 151.
16. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 816с.
17. Джонсон Н. Л. Одномерные непрерывные распределения. В 2 ч. Ч. 2 / Н. Л. Джонсон, С. Коц, Н. Балакришнан. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010-2012. – 600 с.
18. Forbes C. Statistical distributions / C. Forbes, M. Evance, B. Piecock. – Hoboken, New Jersey: John Wiley@ Sons, Inc, 2011. – 2012 p.
19. Исаков В. Б. Элементы численных методов / В. Б. Исаков. – Москва: Академия, 2003. – 192 с.

Анотація

АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЇ НОРМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ФУНКЦІЄЮ ЛОГІСТИЧНОГО РОЗПОДІЛУ І ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Дубницький В.Ю., Фесенко Г. В., Черепньов І.А.

На основі аналізу статистичних даних про людські втрати при техногенних катастрофах встановлено, що основною причиною їх виникнення *може бути недостатня міцність матеріалів конструкцій по відношенню до зовнішніх впливів.*

Показано, що імовірнісні моделі, які застосовуються при розрахунку надійності механічних конструкцій по відношенню до зовнішніх впливів, можуть бути джерелом зниження техногенної небезпеки. Оскільки ці моделі засновані на аналізі композицій функцій розподілу міцності матеріалу і зовнішнього впливу, їх результат може бути представлений із застосуванням спеціальних функцій, наприклад, функції нормального розподілу. Для зручності чисельного аналізу отриманих результатів в роботі запропонована апроксимація функції нормального розподілу функцією логістичного розподілу.

В роботі розглянуто різні види такої апроксимації та оцінено їх абсолютну похибку. Запропоновано оцінку абсолютної похибки надійності конструкції за умови, що закон розподілу навантаження є експонентним, а також закон розподілу навантаження є нормальний. Запропоновано спосіб оцінки абсолютної похибки величини надійності за умови заміни нормального розподілу логістичним.

У тому випадку, коли параметри логістичного розподілу необхідно оцінити за вибірковими даними, запропоновані рівняння методу максимуму правдоподібності.

Рівняння наведено для двох випадків. У першому випадку слід оцінити математичне очікування і середньоквадратичне відхилення, у другому випадку слід оцінити параметри положення і масштабу. Для розв'язання рівнянь методом Ньютона наведено системи рівнянь для кожного випадку. Наведено оцінки параметрів логістичного розподілу, які отримано за методом моментів і рекомендовано застосовувати їх в якості початкового наближення при розв'язанні систем рівнянь метода максимуму правдоподібності.

Ключові слова: надійність механічних систем, логістичний розподіл, апроксимація нормального розподілу, метод максимуму правдоподібності.

Abstract

APPROXIMATION OF THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION BY THE LOGISTIC DISTRIBUTION FUNCTION AND ITS USE TO DETERMINE THE RELIABILITY OF MECHANICAL SYSTEMS

V. Dubnytsky, H. Fesenko, I. Cherepnev

According to the analysis of statistical data on human losses during man-made disasters, lack of strength structural materials in relation to external influences can be the main reason causing these losses. It is shown that the probability models used for calculating the mechanical structures' reliability considering external influences, can be a source of reducing the man-made hazards. As these models are based on both an analysis of the material strength distribution functions compositions and the external action, the models' effect can be presented using special functions, such as the normal distribution function. To simplify the numerical analysis of the obtained results, the approximation of the normal distribution function by the logistic distribution is proposed.

The different types of such an approximation are discussed and their absolute error is evaluated. An absolute error estimate of the design reliability is considered for both exponential and normal distribution law. A method for evaluating the absolute error of reliability values when replacing the normal distribution by logistic one is proposed.

To estimate the logistic distribution parameters based on the sample data, equations of the maximum likelihood method are proposed. Equations are presented for two cases. According to the first case, the mean and standard deviation are evaluated. According to the second one, the parameters of the position and scale are evaluated. To solve proposed equations using the Newton's method, needed system of equations are presented. The estimates of the logistic distribution parameters, that is obtained by the method of moments and recommended as an initial approximation for solving systems of equations by the maximum likelihood method, are given.

Keywords: reliability of mechanical systems, logistic distribution, the approximation of the normal distribution, the maximum likelihood method.