

УДК 631.363.636.085

## ОДНОСЛОЙНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ЗЕРНОВОГО МАТЕРИАЛА ПО НАКЛОННОЙ КРУГОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Шацкий В.В., д.т.н., с.н.с., Демьяненко Д.В., магистр

(Таврический государственный агротехнологический университет)

*Разрабатывается модель движения частиц зернового материала на наклонной круговой поверхности, совершающей горизонтальные гармонические колебания.*

**Постановка проблемы.** Проблема создания технических средств для микронизации зернового материала заключается в относительно высокой энергоёмкости этого процесса, что зависит от качества однослойного распределения зернового материала по поверхности термической обработки (без наличия пустых от зерна участков плоскости) при его перемещении с обязательным переворачиванием зернин. Решение этих вопросов позволит обеспечить высококачественное кормление крупного рогатого скота и свинопоголовья.

**Анализ последних исследований.** На сегодня создан целый ряд микронизаторов, где процесс перемещения осуществляется при вибротранспортировании или с использованием механических устройств для перемещения и переворачивания зернового материала [1].

Проведенные ранее теоретические исследования направлены в основном на определение допустимых отклонений как энергетического потока для обработки [2] так и для зернового материала [3] и определение параметров дозирующих устройств [3]. При этом вопросы качественного распределения при перемещении обрабатываемого материала не рассматривались в совокупности проблем энергоёмкости и качества осуществления процесса микронизации различных зерновых продуктов, отличающимися своими физико-механическими свойствами, но имеющими важное значение при использовании их при производстве комбикормов для различных видов животных.

**Формулирование целей статьи.** Отсутствие математических моделей процессов формирования и однослойного перемещения зернового материала по наклонной круговой поверхности не представляет возможности на стадии проектирования определять конструктивные и кинематические параметры основного рабочего органа микронизатора – поверхности для термической обработки обрабатываемого однослойного потока зерна. Поэтому целью

настоящей работы является определение параметров процесса однослойного перемещения сыпучего материала по наклонной круговой поверхности, обеспечивающих стабильность процесса микронизации кормового материала с различными физико-механическими свойствами, на основе разработки математической модели этого процесса во взаимосвязи с параметрами этой поверхности.

**Методы исследований.** Моделирование процесса перемещения обрабатываемого материала на наклонной круговой поверхности осуществляется, методом дискретных элементов (МДЭ) [4], высокая эффективность которого обусловлена его универсальностью и практически неограниченными возможностями диагностики моделируемых явлений [5]. При этом принимаются следующие допущения:

- зерновой материал представляет собой совокупность из  $N$  упругих частиц сферической формы радиуса  $r_{ki}$ , располагающихся по элементарным круговым слоям, где в последующем слое количество частиц увеличивается на шесть единиц кормового материала среднего размера;

- за элементарный круговой слой принимаем слой материала, расположенный между двух условных окружностей шириной, равной среднему размеру (диаметру) частиц сыпучего материала;

**Основная часть.** Качество распределения частиц на обрабатываемой поверхности зависит как от формы этой поверхности, ее кинематических параметров так и физико-механических свойств обрабатываемого зернового материала.

Форма круговой наклонной поверхности описывается системой уравнений, где, последовательно, начиная с  $\alpha_0$ , угол наклона поверхности уменьшается на  $\Delta\alpha_{hi}$  с шагом  $h_i$  соизмеримо с радиальной скоростью перемещения частиц по наклонной поверхности диска, которая находится в обратной зависимости изменения количества частиц кругового слоя определенного радиуса  $R_{hi}$

$$\alpha_{h_i} = (\alpha_{i-1} + \alpha_{h_n}) \frac{n_{i-1}}{n_i} - \alpha_{h_n}, \quad (1)$$

что аппроксимируется в выражение

$$\alpha_{h_i} = bR_i - \alpha_{h_n} \quad (2)$$

где  $b$  – коэффициент аппроксимации;

$R_i$  – промежуточный радиус диска;

$\alpha_{h_n}$  – угол наклона крайней поверхности диска.

Форма поверхности определяется исходя из зависимости скорости перемещения зернового материала по наклонной поверхности от угла наклона этой поверхности на каждом шаге  $h_i$  моделированием.

Движение стола описывается уравнениями гармонических колебаний ( $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ ), где амплитуда  $A$  по оси  $x$  составляет  $R_{hi}(1 - \cos\varphi)$ , а по оси  $y$  -  $R_{hi} \sin\varphi$ , где  $\omega$  - угловая скорость,  $\omega_{\max} = 2\pi/T$  ( $T$  - период колебаний);  $\omega t + \varphi_0$  - фаза колебаний;  $\varphi_0$  - начальная фаза в момент времени  $t = 0$ .

На частицу зернового материала, находящейся на круговой поверхности, совершающей круговые горизонтальные колебания, кроме сил трения между частицами, действует сила  $F_t$  трения частиц зернового материала о поверхность стола, которая является внешней вынуждающей силой перемещения с перекачиванием частиц.

Известно, что при небольших амплитудах и частотах колебаний сила трения обратно пропорциональна скорости движения  $F_t = F_o k_v t$ , где  $k_{v/R}$  - коэффициент трения, зависящий от скорости перемещения частицы по поверхности стола.

Движение каждой  $i$ -й частицы полностью определяется координатами ее центра тяжести  $x_i$  (удаление от центра круговой поверхности),  $z_i$  (положение по вертикали относительно центра круговой поверхности) и углом  $\psi$  отклонения от радиальной прямой (условно определенной на круговой поверхности), (рис.1).

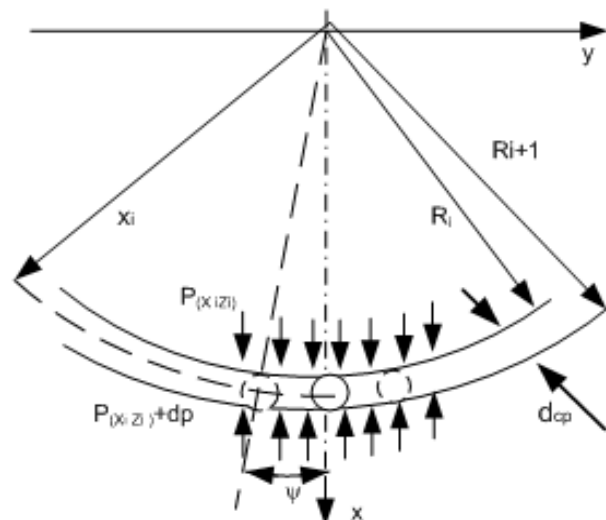


Рисунок 1 - Схема расположения материала на наклонной круговой поверхности.

Последнее зависит от момента сил, приложенных к каждой частице и обеспечивающих их вращение на угол  $\varphi$  вокруг ее центра тяжести.

На частицу корма  $h_i$  слоя в радиальном направлении действуют силы давления вышерасположенного слоя  $p_{i-1}$ , массы самой частицы  $m_q g$  и составляющей центробежной силы  $m_q \omega_i^2 R_i$ , а также сила трения  $F_{Ri}$  (рис.2).

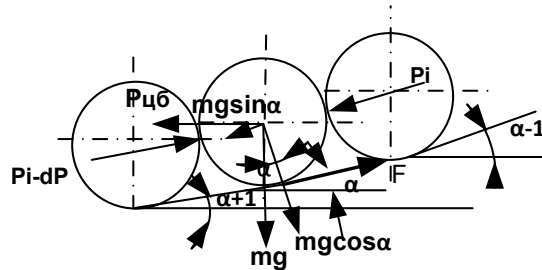


Рисунок 2 - Схема сил, действующих на частицу  $i$ -го кругового слоя в радиальном направлении.

Учитывая характер движения частиц в радиальной направлении, скорость которого снижается с повышением радиуса расположения частиц на диске, а значит, силы действующие на частицу также снижаются, то баланс этих сил, с учетом углов наклона поверхности диска, выражается как

$$p_{hi} = m_q g \sin \alpha_i + m_q \omega_i^2 R_i \cos \alpha_i - F_{Ri} + P_{i-1} \frac{n_{i-1}}{n_i} \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) - \Delta P_{hi} \quad (3)$$

где  $p_{hi}$  - силы, действующие на одну частицу  $h_i$  слоя;

$m_q$  - масса частицы;

$\alpha_i$  - угол наклона поверхности  $i$ -го радиуса  $R_i$ ;

$F_{Ri}$  - силы трения частиц о поверхность диска;

$P_{i-1}$  - сила, действующая со стороны  $i-1$  слоя;

$n_i$  - количество частиц  $h_i$  -го слоя;

$\Delta P_{hi}$  - сумма сил, действующих от частицы  $i$ -го слоя.

Сумма сил  $P_{\Sigma hi}$  действующих на контактах круговых слоев частиц, расположенных на круговой наклонной поверхности (см.рис.1), определяется выражением

$$P_{\Sigma hi} = \sum_{i=1}^{n_{hi}} \left[ \begin{array}{l} m_q g \sin \alpha_i + m_q \omega_i^2 R_i \cos \alpha_i - mg \cos \alpha_i f^c + \\ m_q \omega_i^2 R_i \sin \alpha_i f^c + P_{i-1} \frac{n_{i-1}}{n_i} \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) - \Delta P_{hi} \end{array} \right] \quad (4)$$

где  $\sum_{i=1}^{n_{hi}} P_{ih_i}$  - сумма сил, действующих на  $h_i$  слой;

$p_{hi}$  - силы, действующие на одну частицу  $h_i$  слоя;

$n_{hi}$  - количество частиц  $h_i$  слоя.

$f^c$  - коэффициент трения частиц по поверхности диска.

$$\Delta P_{hi} = m_q g (\sin \alpha_i - \cos \alpha_i f^c) + m_q \omega^2 R_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i f^c) \quad (5)$$

Для определения параметров процесса перемещения частиц по поверхности диска необходимо знать усилия, действующие на частицы при взаимодействии с поверхностью диска, что требует определения угловой скорости перемещения частиц  $h_i$  кругового слоя на диске.

Условие равенства подач ( $q_{i-1} = q_i = q_{i+1}$ ) частиц каждого кругового слоя предполагает увеличение количества частиц с повышением радиуса расположения этого слоя и снижение радиальной скорости его перемещения

$$n_{h_{i-1}} v_{h_{i-1}} = n_{h_i} v_{h_i} = n_{h_{i+1}} v_{h_{i+1}}, \quad (6)$$

откуда определяется радиальная скорость перемещения частиц в каждом слое

$$v_{h_i} = \frac{n_{dh_{i+1}}}{n_{dh_i}} v_{dh_{i+1}} \quad (7)$$

Представив среднюю радиальную скорость перемещения частиц в рамках  $h_i$  кругового слоя как

$$v_{h_i} = \frac{a_{dh_{i+1}}}{4} T = \frac{p_{hi}}{4m_q} T, \quad (8)$$

где  $p_{hi} = p_{\Sigma hi} / n_{dhi}$

откуда

$$v_{h_i} = \frac{p_{\Sigma hi} T}{4n_{dh_i} m_q}, \quad (9)$$

$$v_{dh_{i+1}} = \frac{p_{\Sigma h_{i+1}} T}{4 n_{dh_{i+1}} m_{\text{ч}}}.$$

На основании (6) запишем

$$\frac{p_{\Sigma h_i} T}{4 m_{\text{ч}}} = \frac{p_{\Sigma h_{i+1}} T}{4 m_{\text{ч}}}. \quad (10)$$

Следовательно, на частицы каждого кругового слоя действует равное для всех слоев суммарное усилие

$$p_{h_i} n_{dh_i} = p_{h_{i+1}} n_{dh_{i+1}}, \quad (11)$$

что позволяет определять усилие вышерасположенного  $h_i$  слоя, зная усилие, действующее на  $h_{i+1}$  слой.

Вместе с тем, исходя из заданной производительности дозирующего устройства, формирующего однослойный поток первого кругового слоя на наклонной плоскости диска, возможно определить среднюю скорость частиц первого кругового слоя по выражению

$$v_{dho} = \frac{Qd}{n_{dho} m_{\text{ч}}}, \quad (12)$$

где  $v_{dho}$  - скорость частиц первого кругового слоя;

$Q$ - производительность дозирующего устройства, кг/с;

$d$  – средний диаметр частицы корма (ширина кругового слоя).

Выражения (9) и (12) средней скорости перемещения частиц слоя позволяет получить выражение силы, действующей на частицу  $h_i$  слоя

$$p_{h_i} = \frac{4Qd}{Tn_{dhi}}, \quad (13)$$

Для выявления средней скорости радиального перемещения частиц корма в каждом круговом слое, которая находится в зависимости от радиального усилия  $P_{i-1}$ , необходимо определить угловую скорость перемещения частиц в этих слоях.

Для этого составим уравнение сил, действующих в горизонтальной плоскости, совершающей горизонтальные колебания, где условием определения угловой скорости  $\omega_i$  перемещения частиц, находящихся на

наклонной поверхности диска в круговом слое, является движение частицы совместно с диском без относительного перемещения. При этом предполагается, что на  $\omega_i$  этапе увеличения угловой скорости произойдет перемещение частицы относительно поверхности диска. Угловая скорость перемещения частицы при этом не будет увеличиваться.

Движение частицы, форма которых приближена к шару, совместно с диском без относительного перемещения будет происходить до тех пор пока силы внутреннего трения и сила Кориолиса не превысят силу трения качения частиц о поверхность диска, на которую оказывает влияние составляющая центробежной силы

$$\frac{Nf_k}{r_{ki}} k \frac{v}{R} = (P_{hi} f_t^{6H} + P_{Khi}) \quad (14)$$

где  $N_i$  - нормальная реакция на тело качения;

$f_k$  - коэффициент трения качения  $f_k = r_{ki} \operatorname{tg} \varphi$  [10];

$\varphi$  - угол трения качения;

$k_{v/R}$  - коэффициент корректировки трения качения, из-за вращения частиц по поверхности диска по отношению к ее нормали;

$P_{Khi}$  - сила Кориолиса;

$r_{ki}$  - радиус частицы в зоне контакта.

Иначе (14) можно представить уравнением моментов

$$Nf_k k \frac{v}{R} = (P_{hi} f_t^{6H} + P_{Khi}) r_{ki}, \quad (15)$$

Нормальная реакция  $N$  на тело качения зависит от массы частицы, величиной вертикальной составляющей центробежной силы и усилий взаимодействия с частицами смежных круговых слоев

$$N = mg \cos \alpha_i - m \omega_i^2 R_{hi} \sin \alpha_i + p_{h_i} \sin(\alpha_i - \alpha_{i-1}) + (p_{h_i} + \Delta p_i) \sin(\alpha_i + \alpha_{i+1}) \quad (16)$$

В развернутом виде уравнение (15) представляется в виде

$$\begin{aligned} & (mg \cos \alpha_i - m \omega_i^2 R_{hi} \sin \alpha_i + p_{h_i} \sin(\alpha_i - \alpha_{i-1}) + \\ & + (p_{h_i} + \Delta p_i) \sin(\alpha_i + \alpha_{i+1})) f_{кач} k_{\frac{v}{R}} = \\ & = [p_{h_i} \cos(\alpha_i - \alpha_{i+1}) f_t^{6H} + 2m \omega_i v_{h_i}] r_{ki} \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\omega_i$  – угловая скорость вращения частиц с диском без относительного перемещения;

$p_{hi}$  – давление вышерасположенных слоев на одну частицу;

$m$  – масса частицы;

$\alpha_i, \alpha_{i+1}$  – углы наклона поверхности на  $h_i$  и  $h_{i+1}$  окружности к горизонту.

Коэффициент  $k_{v/R}$  вводится для учета нестационарного поведения частицы на поверхности диска при его вращении, где окружные скорости частиц повышаются с увеличением радиуса  $R_{hi}$  расположения их на поверхности диска. При этом частица, взаимодействующая с частицами смежных круговых слоев, движущимся с разными скоростями, вращается не только по поверхности диска, но и вокруг нормали к этой поверхности. Этот коэффициент определяется в ходе экспериментальных исследований.

Из (17) определяется предельная угловая скорость  $\omega_i$  – угловая скорость вращения частиц с диском без относительного перемещения.

При изменении направления вращения диска опрокидывание и перекачивание частицы по поверхности диска будет происходить при условии, когда момент сил трения скольжения и инерции частицы, с учетом момента нормальной реакции на тело качения, превысят момент вращения частицы  $J_i \varepsilon_i$ ,



$$J_i \varepsilon_i \leq Fr_{ki} + P_{in} r_{ki} - Nf_k k \frac{v}{R}, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_i$  - угловое ускорение вращения частицы на плоскости в  $i$ -ом круговом слое;

$F$  - сила трения скольжения);

$f_c$  - коэффициент трения скольжения;

$P_{in}$  – сила инерции частицы при изменении направления вращения диска

$$P_{in} = m_i \frac{\omega_i R_{hi}}{t_{npi}}, \quad (19)$$

где  $t_{npi}$  - время полупериода вращения частицы с диском при относительном перемещения на его плоскости в  $i$ -ом круговом слое

$$t_{npi} = 0,5T - 2t_i, \quad (20)$$

где  $t_i$  – время полупериода вращения частицы с диском без относительного перемещения в  $i$ -ом круговом слое

$$t_i = \omega_{\max}^{-1} \arcsin(\omega_i \omega_{\max}^{-1}), \text{ которое можно}$$

представить как

$$t_i = \frac{T}{2\pi} \frac{\omega_i}{\omega_{\max}} = \frac{\omega_i}{\omega_{\max}^2}. \quad (21)$$

где  $\omega_{\max}$  – максимальная угловая скорость диска при гармонических колебаниях  $\omega_{\max} = 2\pi/T$ .

Сила трения скольжения зависит от массы частиц центробежной силы и величины изменения угла наклона поверхности диска

Сила трения скольжения зависит от массы частиц центробежной силы и величины изменения угла наклона поверхности диска:

$$F = (mg \cos \alpha_i - m \omega_i^2 R_{hi} \sin \alpha_i + p_{hi} \sin(\alpha_i - \alpha_{i-1})) + (p_{hi} + \Delta p_i) \sin(\alpha_i + \alpha_{i+1}) f_c, \quad (22)$$

Раскрывая составляющие в выражении (18), можно записать

$$\frac{2}{5} m r_{ki}^2 \varepsilon_i \leq (m g \cos \alpha_i - m \omega_i^2 R_{hi} \sin \alpha_i + p_{h_i} \sin(\alpha_i - \alpha_{i-1})) + (p_{h_i} + \Delta p_i) \sin(\alpha_i + \alpha_{i+1}) f_c r_{ki} + m \frac{\omega_i R_{hi}}{t_{npi}} r_{ki} - N f_k k_{\frac{v}{R}}, \quad (23)$$

Полученные выражения позволяет создать систему уравнений, численное решение которой для каждой частицы за время  $t$ , определенное для каждого шага перехода частиц с одного условного кругового слоя расположения частиц в другой, дает возможность определить, заданные технологией обработки, параметры перемещения зернового материала и параметры наклонной круговой поверхности.

**Выводы.** Полученная модель однослойного перемещения зернового материала по наклонной круговой поверхности позволяет определить параметры движения с переворачиванием частиц, моделирующих дискретную среду и параметры микронизатора с наклонной круговой поверхностью.

### Список литературы

1. Звіт про НДР/ІМТ УААН-УкрНТЕІ (заключний) №ДР 0101U007019, інв.№0206 U002844/ Створити технології і обладнання для переробки сої та виробництва на її основі кормових добавок і кормо сумішей/ Семіряк В.П., Воронін Л.С., Каніщева Л.О./ Запоріжжя, 2006.

2. Худоногов А.М. Технология обработки дикорастущего и сельскохозяйственного сырья высококонцентрированным инфракрасным нагревом. - Дисс. докт. техн. наук: 05.20.01.- Иркутск, 1988.- 392 с.

3 Шацкий В.В. Моделирование механизированных процессов приготовления кормов./ Шацкий В.В. – Запорожье.: ПЦ „Х-ПРЕСС”, 1998. - 140с.

4. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц: Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 640 с.

5. Клишин С.В. Применение метода дискретных элементов при анализе гравитационного движения гранулированного материала в сходящемся канале// Горный информационно-аналитический бюллетень.(научно-технический журнал), 2009, №12, С.273-277

6.Гмурман В.Е. Теория вероятности / В.Е. Гмурман – 9-е изд., стер.—М.: Высшая школа, 2003.— 479 с.

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель – 4-е изд., стереотип. - М.: Наука, Физматгиз, 1969 - 576 с.
8. Kruggel-Emden H. et al. Review and extension of normal force models of the Discrete Element Method // Powder Technology. — 2007.—№171.
9. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости: Пер. с англ. — М.: Наука, 1975. — 576 с.
- 10 Митков В.В., Лакушев В.П. Определение коэффициентов трения корнеплодов по различным поверхностям// Научно-технических бюллетень ЦНИПТИМЭЖ.- Запорожье, 1988.- Вып.30.- С. 76-79.

### **Анотація**

#### **Одношарове переміщення зернового матеріалу по похилій круговій поверхні**

Шацький В.В., Дем'яненко Д. В.

*Розробляється модель руху часток зернового матеріалу на похилій круговій поверхні, яка здійснює горизонтальні гармонійні коливання.*

### **Abstract**

#### **One layer moving of grain material on sloping circular surface**

V. Shatsky, D. Demjanenko

*The model of grain material particles motion on a sloping circular surface, which does horizontal harmonic vibrations, is developed.*