

М.Я. Рохманов, С.С. Авотін

ФІЗИКА

З БІОЛОГІЧНИМИ ТА ЕКОЛОГІЧНИМИ АСПЕКТАМИ

Частина 1



Харків – 2013

Міністерство аграрної політики та продовольства України
Харківський національний аграрний університет
імені. В. В. Докучаєва

ФІЗИКА
З БІОЛОГІЧНИМИ ТА ЕКОЛОГІЧНИМИ АСПЕКТАМИ

Частина 1

МЕХАНІКА І МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

Навчальний посібник

Харків – 2013

УДК 53(075.8)
ББК ВЗЯ 7
Р 11

Рекомендовано до друку радою факультету
інженерів землевпорядкування Харківського
національного аграрного університету
ім. В.В. Докучаєва (протокол № 2
від 30 жовтня 2012 р.)

Рецензенти: д-р фіз.-мат. наук, професор ХНУ ім.В. Н. Каразіна О. Г. Андерс,
д-р пед. наук, професор ХНАУ В.М. Олексенко

Відповідальний за випуск канд. фіз.- мат. наук, доцент С.С. Авогін

Рохманов М. Я.

Р11 Фізика (з біофізичними та екологічними аспектами) ч.1.Механіка і
молекулярна фізика: навч. посібник / М. Я. Рохманов, С. С. Авогін / Харк.
нац. аграр. ун-т. – Х., 2010. – 88 с.

Перша частина посібника містить відомості за розділами фізики:
механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. Складено згідно з
навчальною програмою. Призначено для студентів спеціальності 6.040106
«Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване
природокористування». Посібник може бути використаний студентами 1 і 2
курсів вищих навчальних закладів III і IV рівнів акредитації.

УДК 53(075.8)
ББК ВЗЯ 7

© Рохманов М.Я., Авогін С. С., 2013
© Харківський національний аграрний
Університет ім. В.В. Докучаєва, 2013

Навчальне видання

Рохманов Микола Якович
Авотін Станіслав Сергійович

ФІЗИКА

(З БІОФІЗИЧНИМИ ТА ЕКОЛОГІЧНИМИ АСПЕКТАМИ)

Частина 1

МЕХАНІКА І МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

Навчальний посібник

Редактор С. А. Мотовілова
Коректор І. О. Бутильська
Комп'ютерна верстка С. С. Авотін

Підп. до друку 28.12.2012. Формат 60x84/16. Гарнітура Таймс. Друк офсет.
Обсяг: 5,1 ум.-друк. арк.; 5.0 обл.- вид. арк.
Тираж 300 Замовлення №

Виробник – редакційно-видавничий відділ Харківського національного аграрного університету ім. В.В. Докучаєва, 62483, Харківська обл., п/в «Комуніст-1», навчальне містечко, тел. 99-72-70. E- mail: office@knau.kharkov.ua

Виготовлювач – дільниця оперативного друку ХНАУ, тел 99-77-80

Зміст

Вступ	5
1. Кінематика матеріальної точки	8
1.1. Кінематика поступального руху	8
1.2. Кінематика обертального руху	11
1.3. Повне прискорення при криволінійному русі	13
2. Динаміка поступального руху	14
2.1. Закони динаміки матеріальної точки	14
2.2. Імпульс. Закон збереження імпульсу	16
2.3. Центр мас (центр інерції) механічної системи	17
2.4. Робота змінної сили. Потужність	18
2.5. Механічний принцип відносності	19
3. Енергія. Динаміка обертального руху	20
3.1. Кінетична енергія	20
3.2. Силоне потенціальне поле. Потенціал	21
3.3. Графічне подання енергії	23
3.4. Сили в механіці	24
4. Динаміка обертального руху	28
4.1. Момент сили	28
4.2. Момент інерції	29
4.3. Момент імпульсу	30
4.4. Робота та кінетична енергія при обертальному русі	31
4.5. Основний закон динаміки обертального руху. Закон збереження моменту імпульсу	32
4.6. Вільні осі обертання. Гіроскопи	32
5. Елементи механіки рідин і газів	33
5.1. Потік рідини. Рівняння нерозривності	33
5.2. Тиск в рідині та газі. Рівняння Бернуллі	36
6. Основи молекулярної фізики	37
6.1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії речовини	38
6.2. Ідеальний газ. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) ідеального газу	40
6.3. Ізопроееси у газах	42
6.4. Рівняння Менделєєва-Клапейрона	44
6.5. Закон Дальтона	45
6.6. Вологість повітря	45
7 Основи класичної статистики	46
7.1. Розподіл Максвелла. Швидкості молекул газу	46
7.2. Барометрична формула. Розподіл Больцмана	48

7.3. Середня довжина вільного пробігу молекул газу	50
7.4. Явища переносу	51
7.4.1. Теплопровідність. Закон Фур'є	51
7.4.2. В'язке тертя. Закон Ньютона	52
7.4.3. Дифузія. Закон Фіка. Осмос	52
8. Реальні гази. Властивості рідини	56
8.1. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса	56
8.2. Властивості рідини	57
8.2.1. Структура і властивості води	57
8.2.2. Поверхневий натяг. Капілярні явища	58
8.2.3. Рідкі кристали	62
9. Основи термодинаміки	65
9.1. Внутрішня енергія	65
9.2. Робота ідеального газу	66
9.3. Перший закон термодинаміки	69
9.4. Фазові перетворення. Діаграма стану системи	69
9.5. Адіабатичний процес. Рівняння Пуассона	73
9.6. Ефект Джоуля-Томсона	74
9.7. Теплова машина. Другий закон термодинаміки	75
9.8. Ентропія. Статистична інтерпретація ентропії	78
10. Твердий стан речовини	81
Додаток	87
Список рекомендованої літератури	88

ВСТУП

Фізика є фундаментальною наукою про природу, про найбільш загальні властивості і будову матерії, закони її руху. Сучасна фізика внесла найбільш радикальні зміни у пізнання природи і розвиток основних науково-технічних винаходів людства. Поняття, закони і методи фізики покладені в основу всіх природничих наук (хімії, біології, біофізики, астрономії) і техніки. Фізика та біофізика (біофізика розглядає фізичні та фізико-хімічні процеси в біологічних об'єктах) посідають чільне місце у сільськогосподарській освіті. Це пов'язано з тим, що у сільському господарстві є багато питань, які не можна розв'язати, якщо не зважати на закони фізики. Наприклад:

1. Вивчення фізикою властивостей рідини і газів дали змогу з'ясувати рух рідин і газів у ґрунті, рослинах, у природі взагалі. Це дозволяє прогнозувати ситуацію, що суттєво впливає на врожай.

2. Вивчення законів термодинаміки дуже важливе, оскільки температура відіграє величезну роль у розвитку рослин. Від температури повітря, ґрунту, від змін цієї температури протягом вегетативного періоду залежить урожай.

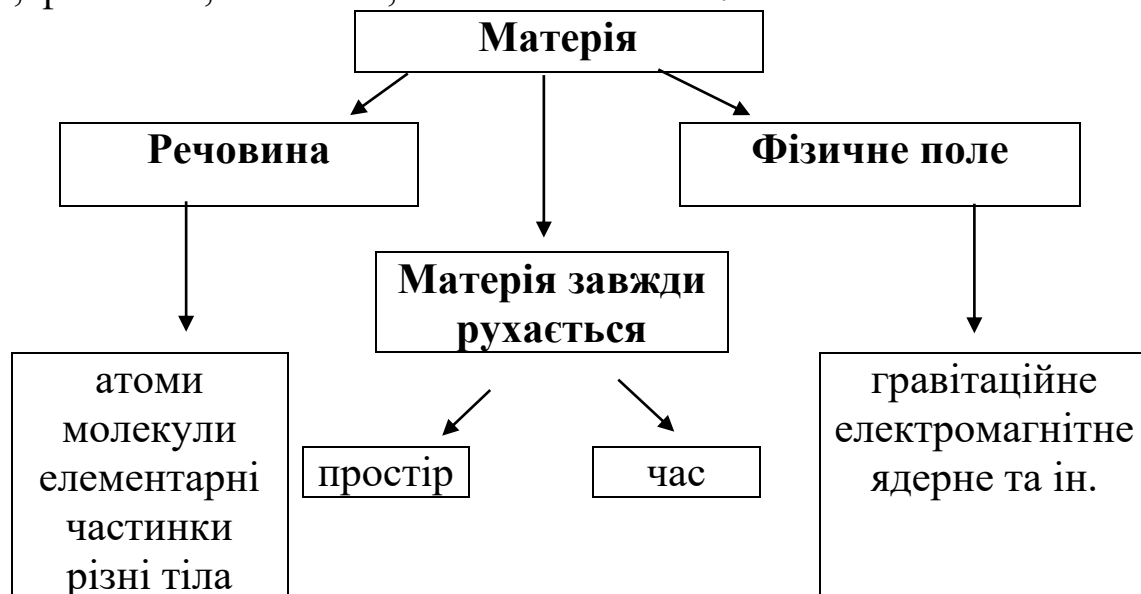
3. Такі фізичні фактори, як вологість ґрунту і повітря, обмін ґрунтового повітря з атмосферним, освітленість (згадайте фотосинтез), також у значній мірі впливають на нормальний ріст та розвиток рослин.

4. Працівників лісового господарства, спеціалістів із захисту рослин завжди цікавлять такі фізичні питання, як поглинання сонячної енергії землею, випромінювання поверхнею землі теплоти, перетворення води в пару і конденсація, передача енергії в ґрунті і рослинах, електричні і електромагнітні явища в атмосфері, ґрунті, екологічні проблеми радіаційного забруднення території, що особливо стало актуальним після чорнобильської катастрофи.

Термін “фізика” походить від грецького слова “*physis*” – природа. В епоху античної культури наука охоплювала всю сукупність знань про природу. З часом виділились окремі науки, в тому числі і фізика. Фізика – наука експериментальна. Основні методи фізичного пізнання – спостереження, експеримент, гіпотеза, фізична теорія. На основі спостережень і дослідів людина послідовно пізнає різні види і форми матерії, вивчає характер їх руху і, таким чином, відкриває таємниці природних явищ та узагальнює одержані відомості у вигляді законів. Фізика вивчає властивості матерії. Що таке матерія?

Матерія – філософське поняття (категорія) – це все, що реально існує навколо нас. Ми знаємо дві форми матерії: речовина і фізичне поле. **Речовина** це все, що складається з атомів і молекул (різні предмети, планети, зірки і т.д.). **Фізичне поле** передає взаємодію між атомами речовини (гравітаційне поле, електромагнітне поле, ядерне поле).

Матерія завжди рухається. Рух сам по собі притаманний матерії. **Рух** – будь-які зміни в природі. Існують такі види руху: механічний, фізичний, хімічний, біологічний та ін.



При певних умовах матерія переходить з однієї форми в іншу. Спостерігається народження і анігіляція частинок. Під час ядерних перетворень частина маси елементарних частинок перетворюється в енергію.

У свій час (більше ста років тому) у фізиці були зроблені великі відкриття, такі як закон збереження імпульсу, закон збереження моменту імпульсу, закон збереження і перетворення енергії, закони термодинаміки. Коли почала розвиватися наука про атоми і ядро, про елементарні частинки, з'явилися дані про зникнення і народження частинок, про наявність "схованої маси та схованої енергії Всесвіту".

Якщо ми розглянемо будь-яку речовину, то її зовні нерухомий стан на мікрорівні пов'язаний з рухом якихось елементарних об'єктів – атомів у кристалах, елементарних частинок в атомах та ін.

Світ наповнений також рухами, пов'язаними з біологічними, хімічними процесами, діяльністю людини тощо. Зокрема рослинам притаманні як мікро – так і макрорухи: внутрішньоклітинні рухи, ростові рухи, рухи внаслідок тропізмів (гравітропізм, фототропізм), на-

стичні рухи (мухоловка). Найпростіші джутикові, що живуть на Землі вже 1,5 млрд років, рухаються за допомогою локомоторного руху, війчасті (інфузорія) – за допомогою війок.

Фізика в останнє століття розвивалася значними темпами. Створена теорія електромагнітного поля, вивчені електромагнітні хвилі, сформульовані основні положення загальної теорії відносності, квантової механіки, фізики напівпровідників, надпровідності, фізики низьких температур. Вони знайшли широке застосування в нашому повсякденному житті.

У 1933 р. у Кембриджі і Харкові було розщеплено атомне ядро, а в 1954 р. у СРСР побудована перша в світі атомна електростанція на 5000 кВт. Перші напівпровідникові прилади з'явилися у 1924 р., у 1951 р. – перший транзистор, у 1965 р. – мікроелектронні пристрої замінили величезні пристрої РЕА на електронних лампах, у 1967 р. – з'явилася ЕОМ.

Досягнення в галузі твердого тіла дозволили створити матеріали, що за міцністю в декілька разів перевищували міцність раніше використовуваних.

Космічна техніка не змогла б мати таких досягнень, які вона має, без досягнень фізики. Автоматичні системи життєзабезпечення дозволяють космічним станціям функціонувати на орбіті роками. Без досягнень фізики це було б зовсім неможливо. Завдяки досягненням матеріалознавців нашого століття вітчизняна техніка добре працює в умовах Півночі.

Досягнення фізики низьких температур уже зараз дозволяють мати надію, що явище надпровідності може бути використане для передачі енергії (електричної) на значні відстані без втрат ($R = 0$).

Фізика має спільні об'єкти і методи дослідження з іншими природничими науками, внаслідок чого виникли цілі галузі знань: фізична хімія, хімічна фізика, хімічна термодинаміка, астрофізика, геофізика, біофізика та ін. Основою сучасної фізики є математика.

Математика – це мова фізики. Без математики не можна було створити теорію електромагнітного поля, статистичну теорію, термодинаміку, теорію відносності, квантову механіку тощо.

Фізика має надзвичайно велике загальнонаукове значення як одна із галузей інтелектуальної діяльності людини, що формує сучасне світосприйняття і світорозуміння.

Фізика як наука має такі розділи: механіка, молекулярна фізика і термодинаміка, електрика і магнетизм, хвильова і квантова оптика, атомна і ядерна фізика.

Механіка – розділ фізики, в якому вивчають найпростішу форму руху матерії – механічний рух. Механічний рух – це процес зміни з часом взаємного розташування тіл або їх частин у просторі.

Механіку поділяють на класичну і сучасну. У класичній механіці вважається, що простір абсолютний, однорідний, неперервний та ізотропний, має три вимірювання. Час – абсолютний, однорідний, неперервний. Простір і час не залежать від наявності тіл.

Класична механіка вивчає різні види механічного руху (кінематика), причини руху (динаміка) і умови рівноваги (статика).

Основна задача класичної механіки – визначити розташування тіла та його швидкість у будь-який момент часу.

1. КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

1.1. Кінематика поступального руху

Усі тіла і частинки в природі перебувають у неперервному русі. Для опису механічного руху будь-якого тіла потрібно вказати на інше тіло, яке умовно вважатиметься нерухомим. Таке тіло називається тілом відліку.

Для опису механічного руху у фізиці приймають спрощені моделі реальної дійсності: матеріальна точка, ідеальний газ та ін.

Матеріальна точка – макроскопічне тіло, розмірами і формою якого можна знехтувати в умовах задачі.

Абсолютно тверде тіло – фізичне тіло, яке не зазнає деформацій у процесі руху за будь-яких умов.

Система відліку – сукупність тіла відліку, зв'язаної з ним системи координат, вибраного засобу вимірювання часу.

Траєкторія – сукупність точок простору, які послідовно проходить матеріальна точка, що рухається. Форма траєкторії залежить від вибору системи відліку.

Існують три способи опису механічного руху:

1. Функціональний (основне рівняння руху – залежність шляху від часу): $S = S(t)$.

2. Векторний (основне рівняння руху – залежність радіус-вектора від часу): $\vec{r} = \vec{r}(t)$,
де $\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z$ $\vec{r} = \vec{r}(t)$; де $\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z$;

за модулем $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$;

$$\cos \alpha = \frac{r_x}{r}; \quad \cos \beta = \frac{r_y}{r};$$

$$\cos \gamma = \frac{r_z}{r};$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

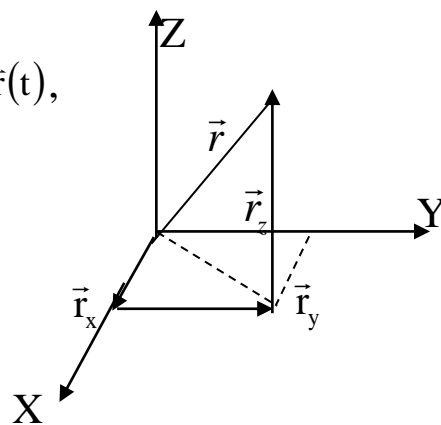


Рис.1.1

3. Координатний (основне рівняння руху – залежності координат від часу):

$$\begin{cases} r_x = x(t); \\ r_y = y(t); \\ r_z = z(t). \end{cases}$$

Оскільки декартові координати точки чисельно збігаються з проєкціями вектора на осі координат, то має місце розкладання:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (орти) вздовж додатних напрямків осей ОХ, ОУ, ОZ (рис.1.3) відповідно. Довжина кожного з ортів дорівнює $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$.

Основні характеристики механічного руху

Шлях – довжина ділянки траєкторії. Шлях S, що пройдений точкою з її початкового положення, є скалярною функцією часу:

$S = S(t)$. Шлях є сумою довжин усіх ділянок траєкторії, тому вона не може бути негативною величиною.

Переміщення – це спрямований відрізок прямої, що з'єднує початкове і кінцеве положення тіла $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Очевидно (рис. 1.2, 1.3), що за модулем переміщення менше або дорівнює довжині шляху $\Delta r \leq \Delta S$.

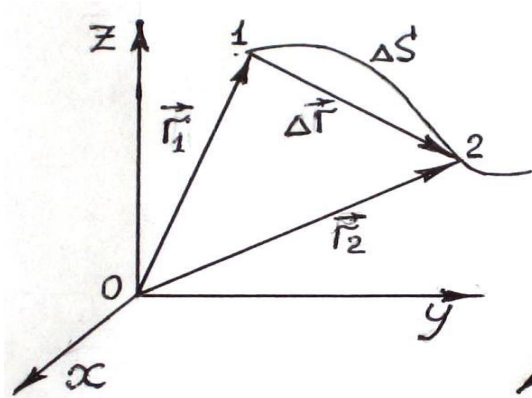


Рис.1.2

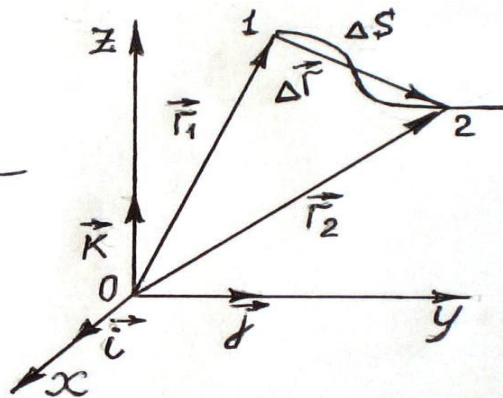


Рис.1.3

Рух матеріальних об'єктів характеризується швидкістю.

Середньою шляховою швидкістю нерівномірного руху точки на шляху S називається фізична величина, що дорівнює відношенню загального шляху до часу руху:

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t}. \quad (1.1)$$

Миттєва швидкість (за модулем) дорівнює границі, до якої прямує відношення шляху ΔS до часу, якщо час прямує до нуля:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (1.2)$$

Тобто миттєва швидкість точки дорівнює першій похідній від шляху за часом. При такому визначенні ми матимемо лише абсолютну величину швидкості, в той час як *швидкість* – це величина, що характеризується ще й напрямком.

Миттєва швидкість матеріальної точки (як векторна величина) дорівнює першій похідній за часом від радіус-вектора цієї точки \vec{r} :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.3)$$

Вектор швидкості \vec{v} завжди спрямований за дотичною до траєкторії і може бути представлений у вигляді:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z, \quad (1.4)$$

де $\vec{v}_x, \vec{v}_y, \vec{v}_z$ – проекції швидкості на осі координат. Вони дорівнюють:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}. \quad (1.5)$$

Модуль вектора швидкості:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \quad (1.6)$$

При нерівномірному русі швидкість може змінюватись і за величиною і за напрямком. Для характеристики зміни швидкості введемо поняття прискорення.

Прискорення – це векторна фізична величина, що дорівнює зміні швидкості за одиницю часу:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad (1.7)$$

тобто прискорення – це перша похідна від швидкості за часом.

Будь-який складний рух складається із найпростіших. Розрізняють два простих типи рухів – *поступальний і обертальний*.

При поступальному русі траєкторії усіх точок твердого тіла ідентичні в будь-який момент часу, тобто швидкості і прискорення однакові для всіх точок твердого тіла.

1.2. Кінематика обертального руху

За формою траєкторії розрізняють прямолінійний та криволінійний рухи. Найбільш простим криволінійним рухом є обертальний. **Обертальним** називають такий рух, при якому всі точки тіла описують кола з центрами, що розміщені на одній прямій, яка називається віссю обертання.

Шлях і лінійна швидкість не можуть бути основними кінематичними характеристиками, тому що вони залежать від відстані до осі обертання (рис.1.4). Положення точки можна визначити завдяки відліку кута φ , який утворюють радіус точки і початковий радіус. Таким чином, **кінематичне рівняння обертального руху – це залежність кута обертання від часу: $\varphi = \varphi(t)$** . Кутове переміщення $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Кутове переміщення за дуже малий час $dt \rightarrow d\varphi$.

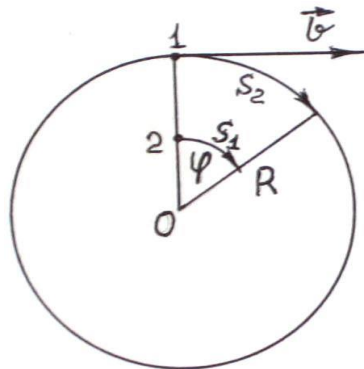


Рис.1.4

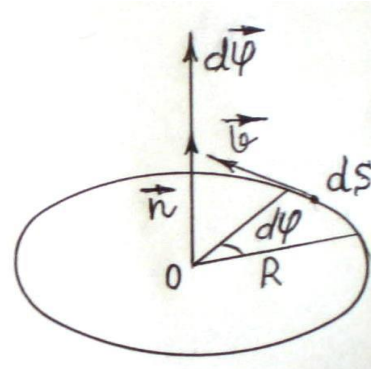


Рис.1.5

Вектор кутового переміщення $d\vec{\varphi} = d\varphi \cdot \vec{n}$ – вектор, що за модулем дорівнює куту елементарного оберту $d\varphi$ і спрямований по осі обертання (рис.1.5). Напрямок вектора кутового переміщення визначається за правилом буравчика (правого гвинта).

Середня кутова швидкість $\langle \vec{\omega} \rangle$ – фізична величина, що дорівнює кутовому переміщенню $\Delta\varphi$ за одиницю часу (вимірюється в рад/с):

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1.8)$$

Миттєва кутова швидкість $\vec{\omega}$ – це похідна від переміщення за часом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1.9)$$

Миттєва кутова швидкість ($\vec{\omega}$) – вектор, що спрямований по осі обертання.

Напрямок кутової швидкості визначається за правилом буравчика.

Кутове прискорення ($\vec{\varepsilon}$) – зміна вектора кутової швидкості за одиницю часу.

Середнє кутове прискорення $\langle \vec{\varepsilon} \rangle$ дорівнює зміні швидкості за одиницю часу (вимірюється в рад/с²):

$$\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}. \quad (1.10)$$

Миттєве кутове прискорення $\vec{\varepsilon}$ – це похідна від кутової швидкості по часу:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (1.11)$$

Напрямок векторів $\vec{\omega}$ та $\vec{\varepsilon}$ при прискореному (рис.1.6) та сповільненому русі зображено на рис. 1.6; 1.7.

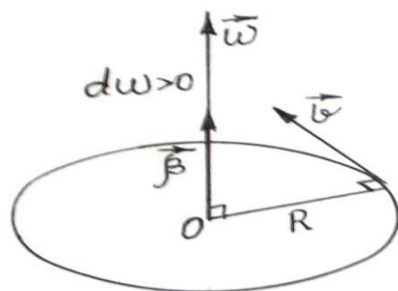


Рис.1.6

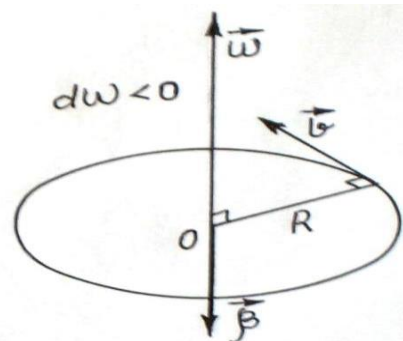


Рис.1.7

Період обертання T – час одного повного оберту на кут 2π рад.

Частота обертання ν – число обертів за одиницю часу $[1/c]$:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Зв'язок між лінійними і кутовими параметрами

Шлях точки по дузі кола $\Delta S = \Delta\varphi \cdot R$, де $\Delta\varphi$ кут в радіанах, тоді

$$v = \lim \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim \frac{\Delta\varphi \cdot R}{\Delta t} = R \cdot \lim \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot R. \quad (1.12)$$

З формули (1.12) видно, що лінійна швидкість зростає із збільшенням радіуса. Враховуючи, що $\omega \perp R$ і $\sin(\omega \wedge R) = 1$, то для обертального руху:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{R}] \quad (1.13)$$

Лінійна швидкість дорівнює векторному добутку кутової швидкості на радіус-вектор точки.

1.3. Повне прискорення при криволінійному русі

При нерівномірному русі швидкість може змінюватись як за модулем, так і за напрямком. Зміна швидкості за напрямком характеризується нормальним (доцентровим) прискоренням $a_n = v^2 / R$. Зміна швидкості за модулем характеризується тангенціальним (дотичним) прискоренням $a_\tau = dv/dt$.

Вектор повного прискорення дорівнює сумі нормального і тангенціального прискорення:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \quad (1.14)$$

Модуль повного прискорення дорівнює кореню квадратному із суми квадратів нормального і тангенціального прискорення:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left\langle \frac{v^2}{R} \right\rangle^2 + \left\langle \frac{dv}{dt} \right\rangle^2}. \quad (1.15)$$

Напрямок векторів швидкості і зміни швидкості показано на рис 1.8.

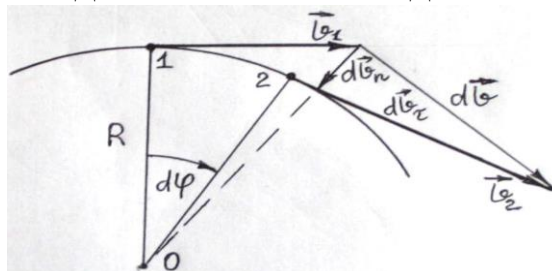


Рис.1.8

Контрольні запитання

1. Що таке матеріальна точка, абсолютно тверде тіло?
2. Які засоби опису руху ви знаєте?
3. Що таке шлях, переміщення? Яка різниця між ними?
4. Що таке середня шляхова швидкість?
5. Що таке миттєва швидкість? Запишіть формулу.
6. Що таке прискорення? Запишіть формули середнього, миттєвого прискорення.
7. Що таке кутове переміщення, кутова швидкість? Як напрямлений вектор кутової швидкості?
8. Що таке кутове прискорення? Як напрямлений вектор кутового прискорення?
9. Які існують зв'язки між поступальними і обертальними характеристиками руху?
10. Що таке нормальне, тангенціальне та повне прискорення? Як вони напрямлені? Запишіть формули.

2. ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

2.1. Закони динаміки матеріальної точки

Динаміка вивчає причини руху тіл. В основі динаміки – закони Ньютона.

• *Перший закон Ньютона (закон інерції): існують такі системи відліку, відносно яких будь-яке тіло зберігає стан руху доки, доки інші тіла не змусять його змінити цей стан ($v = const$).*

Властивість тіл зберігати стан руху називають *інертністю*. Системи відліку, в яких виконуються закони механіки, називаються інерціальними.

Другий закон Ньютона встановлює зв'язок між зміною стану руху і дією інших тіл. Експерименти свідчать, що причина зміни стану руху – сила. *Сила* – векторна фізична величина, що є мірою зміни швидкості або деформації тіл. Сила характеризується модулем, напрямком і точкою прикладання.

• *Другий закон Ньютона: зміна стану руху (\vec{a}) матеріального об'єкта пропорційна силі, яка її викликає, і збігається з нею за напрямком:*

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \vec{F}, \quad (2.1)$$

де m – маса. Що таке маса? Розглянемо такий експеримент. Припустимо, що на два тіла m та m_e діють однакові сили (рис. 2.1).

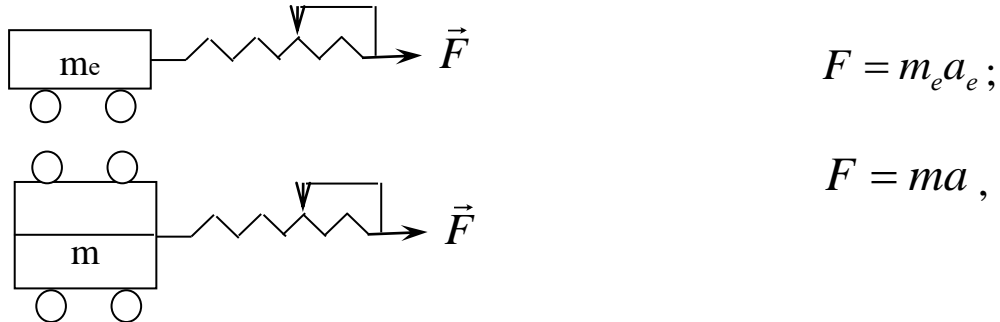


Рис. 2.1

З рис 2.1. видно, що зміна стану руху тіл (прискорення) зворотно пропорційна масам тіл, тобто, чим більше маса, тим менше прискорення тіл:

$$\frac{a}{a_e} = \frac{v}{v_e} = \frac{m_e}{m}. \quad (2.2)$$

З формули (2.2) випливає, що чим більше маса тіла, тим повільніше воно змінює свою швидкість. Фізична величина, що характеризує інертність тіла, називається масою цього тіла.

Маса – скалярна фізична величина, яка є мірою інертності та гравітації. Маса адитивна величина, тобто маса тіла дорівнює масі усіх її частинок. В міжнародній системі одиниць СІ одиниця маси – кілограм (1кг) є основною одиницею вимірювань.

Рівняння руху будь якого об'єкта за другим законом Ньютона:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (2.3)$$

Експерименти свідчать, що тіла завжди взаємодіють між собою.

• **Третій закон Ньютона: матеріальні об'єкти взаємодіють з силами рівними за модулем і протилежними за напрямком** (рис.2.2):

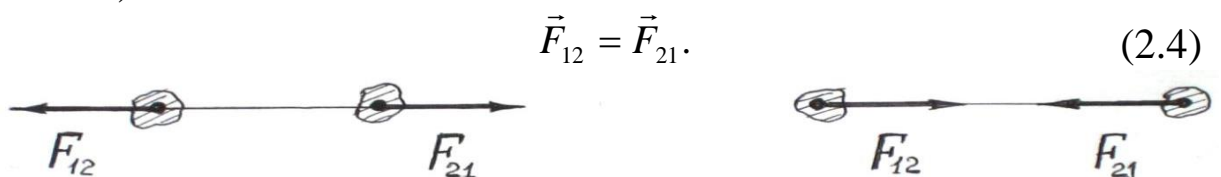


Рис.2.2

Потрібно відмітити, що ці сили завжди прикладені до різних тіл.

2.2. Імпульс. Закон збереження імпульсу.

У класичній механіці, при швидкостях руху значно менших швидкості світла у вакуумі, маса є сталою величиною. Тоді

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2.5)$$

де векторна величина $\vec{p} = m\vec{v}$ називається імпульсом матеріальної точки.

Загальна формула другого закону динаміки (через імпульс): *швидкість зміни імпульсу дорівнює силі, яка діє на матеріальну точку:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (2.6)$$

Сукупність матеріальних точок (тіл), які розглядаються як єдине ціле, називається механічною системою. Механічна система, в якій тіла взаємодіють тільки між собою, називається *замкненою*. Розглянемо механічну систему, яка складається з n тіл (рис. 2.3).

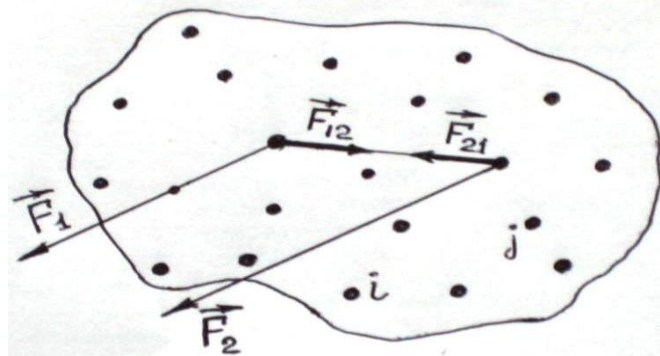


Рис.2.3

Нехай на тіла системи діють зовнішні сили $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, а \vec{F}_{ik} – внутрішня сила, яка діє на i -е тіло з боку k -ого тіла. Запишемо другий закон Ньютона для кожного з n тіл системи:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_1}{dt} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n} + \vec{F}_1, \\ \frac{d\vec{p}_2}{dt} &= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2n} + \vec{F}_2, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d\vec{p}_n}{dt} &= \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \dots + \vec{F}_{n(n-1)} + \vec{F}_n. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Додаючи праві і ліві частини цих рівнянь, отримаємо:

$$\sum_1^n \frac{dp_i}{dt} = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31}) + (\vec{F}_{(n-1)n} + \vec{F}_{n(n-1)}) + \sum_1^n \vec{F}_i. \quad (2.8)$$

За третім законом Ньютона сили, які діють між будь-якими тілами рівні за модулем і протилежні за напрямком $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$, тому внутрішні сили пружності та гравітації компенсуються.

Найбільш загальна форма другого закону Ньютона: **швидкість зміни імпульсу механічної системи** (похідна за часом від імпульсу системи) **дорівнює головному вектору зовнішніх сил.**

$$\sum_1^n \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_1^n \vec{F}_i \text{ або } \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \quad (2.9)$$

де \vec{F} – головний вектор зовнішніх сил, \vec{P} – імпульс системи.

Таким чином, за третім законом Ньютона від динаміки матеріальних точок ми переходимо до динаміки твердих тіл.

Якщо система замкнена $\vec{F} = 0$ і $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$, то імпульс системи не змінюється з часом.

Закон збереження імпульсу: величина і напрямок імпульсу замкненої механічної системи, в якій діють сили пружності і гравітації (консервативні сили), не змінюється з часом.

$$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = const.. \quad (2.10)$$

2.3. Центр мас (центр інерції) механічної системи

Центром мас системи матеріальних точок називається геометрична точка С, радіус-вектор якої дорівнює:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m_c}, \quad (2.11)$$

де m_c – загальна маса всієї системи.

Якщо радіус-вектори \vec{r}_i проведені із центра мас, то $\vec{r}_C = 0$. Швидкість центру мас:

$$\vec{v}_C = \frac{1}{m_c} \cdot \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \frac{\vec{P}}{m_c}. \quad (2.12)$$

Диференціюючи це рівняння за часом, отримуємо:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m_c \frac{d\vec{v}_c}{dt} = m_c \vec{a}_c = \vec{F}. \quad (2.13)$$

Центр мас механічної системи рухається як матеріальна точка, в якій зосереджена вся маса системи.

2.4. Робота змінної сили. Потужність

Робота постійної сили на прямолінійному шляху S – це фізична величина, що дорівнює скалярному добутку сили на переміщення (рис. 2.4):

$$A = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = F \cdot S \cdot \cos \alpha. \quad (2.14)$$

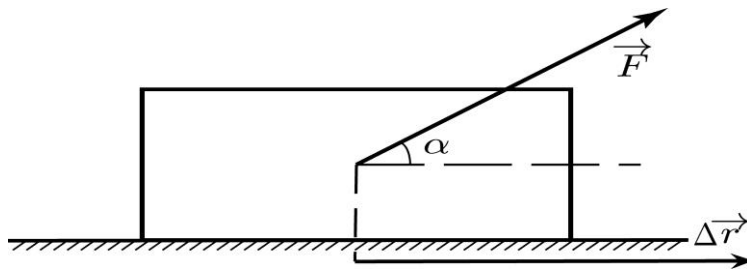


Рис.2.4

Взагалі сила може змінюватись як за модулем, так і за напрямком (рис.2.5). Елементарна робота сили \vec{f} на дуже малому (елементарному) переміщенні $d\vec{r}$ дорівнює скалярному добутку сили на переміщення:

$$dA = f \cdot dr \cdot \cos \alpha = (\vec{f} \cdot d\vec{r}). \quad (2.15)$$

Загальна робота на шляху 1–2 (рис.2.5) дорівнює сумі елементарних робіт, тобто площі під кривою 1–2 на графіку рис.2.6.

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{f} \cdot d\vec{r}. \quad (2.16)$$

Одиниця вимірювання роботи – Джоуль (Дж): $[A] = H \cdot m = Дж$.

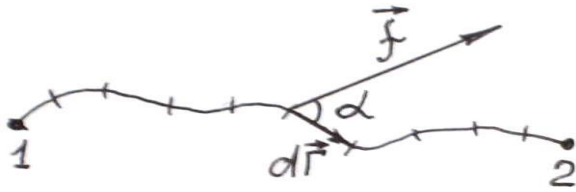


Рис.2.5

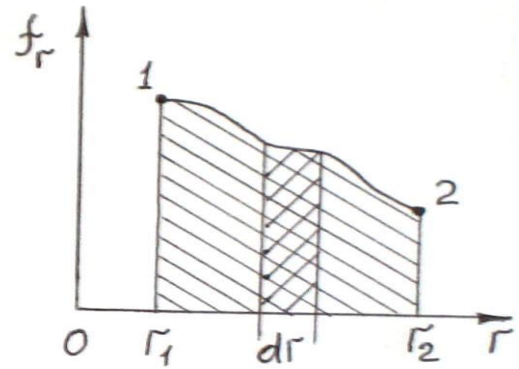


Рис.2.6

Потужність – скалярна фізична величина, що дорівнює роботі, яка виконується за одиницю часу:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt}(f \cdot dr \cdot \cos \alpha) = f \cdot v \cdot \cos \alpha = (\vec{f} \cdot \vec{v}). \quad (2.17)$$

Одиниця вимірювання потужності – Ватт (Вт):

$$[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

2.5. Механічний принцип відносності

Закони динаміки виконуються тільки в інерціальних системах відліку. Розглянемо умовно нерухому інерціальну систему відліку K і систему K' (автомобіль). Система K' рухається рівномірно і прямолінійно із швидкістю v_0 відносно нерухомої системи K (рис.2.7). Відлік часу почнемо, коли початки координат збігаються.

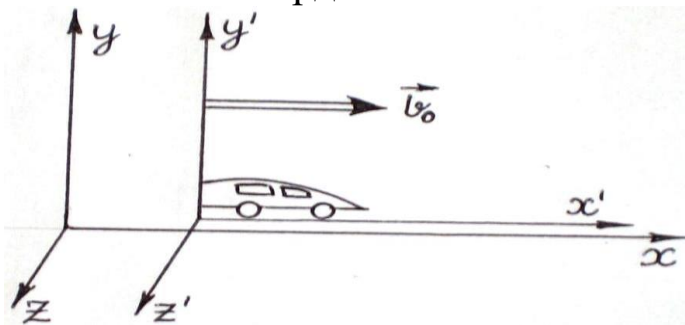


Рис.2.7

Зв'язок між координатами довільної матеріальної точки в обох системах: $x = x' + v_0 t^1$, $y = y'$, $z = z'$. У класичній механіці передбачається, що хід часу абсолютний, тобто $t = t^1$. Сукупність цих формул називається «перетворення координат Галілея». Отримаємо правило додавання швидкостей у класичній механіці:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx^1}{dt^1} + v_0, \text{ тобто } v = v^1 + v_0, \quad (2.18)$$

Отримаємо зв'язок між прискореннями в інерціальних системах відліку:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v^1 + v_0)}{dt} = \frac{dv^1}{dt} = a^1. \quad (2.19)$$

Прискорення у будь-яких інерціальних системах відліку однако-ві, тому сили F і F^1 , що діють на тіло в інерціальних системах відліку K і K^1 , збігаються, тому **закони динаміки однакові у будь-яких інерціальних системах відліку**. Це твердження і є механічним принципом відносності.

Контрольні запитання

1. Що таке інертність? Яка фізична величина є мірою інертності тіла?
2. Що таке сила? В яких одиницях вона вимірюється?
3. Сформулюйте закони Ньютона. Запишіть формули.
4. Що таке імпульс тіла, імпульс сили?
5. Сформулюйте і запишіть формулу закону збереження імпульсу.
6. Що таке центр мас?
7. Що таке робота сили? Запишіть формулу роботи змінної сили.
8. Що таке потужність? Запишіть формулу.
9. У чому полягає механічний принцип відносності?
10. Чому закони динаміки однакові у різних інерціальних системах відліку?

3. ЕНЕРГІЯ. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

3.1. Енергія. Кінетична енергія

Енергія – найбільш універсальна міра різних форм руху матерії, яка описує якісні і кількісні зміни стану руху. Запишемо рівняння руху тіла з точки 1 в точку 2 під дією постійної сили f і помножимо обидві частини рівняння на елементарне переміщення $dr = v \cdot dt$:

$$m \frac{dv}{dt} \cdot v \cdot dt = f \cdot dr. \quad (3.1)$$

У формулі $f \cdot dr$ – елементарна робота на шляху dr , а вираз зліва:

$$mv \frac{dv}{dt} \cdot dt = mv \cdot dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dW^k. \quad (3.2)$$

Вираз $W^k = \frac{mv^2}{2} + const$ – кінетична енергія. Проінтегруємо співвідношення (3.1) з урахуванням (3.2):

$$\int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \int_1^2 f dr. \quad (3.3)$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_{12}. \quad (3.4)$$

З формули (3.4) випливає, що **зміна кінетичної енергії тіла дорівнює роботі, яка виконується над тілом** (теорема про зміну кінетичної енергії), тобто робота сили – кількісна міра зміни кінетичної енергії. Таким чином, кінетична енергія характеризує здатність тіла виконати роботу.

3.2. Силове потенціальне поле. Потенціал

Силове поле – це область простору, в якому на частинку діє якась сила \vec{F} . Узагалі сила залежить від координат і часу $\vec{F} = f(x, y, z, t)$. Якщо сила не залежить від часу, то поле називається стаціонарним $\vec{F} = f(x, y, z)$. Якщо сили діють у напрямку якогось центру або в напрямку від нього поле називається центрально-симетричним. Як приклад, розглянемо гравітаційне поле Землі.

Ісаак Ньютон сформулював закон всесвітнього тяжіння, згідно з яким **матеріальні точки(або сферичні тіла) притягуються одна до одної з силами, які пропорційні до їх мас m_1 і m_2 і обернено пропорційні квадрату відстані між ними:**

$$\vec{F} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \quad (3.5)$$

де $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – визначена експериментально гравітаційна стала.

На будь-яке тіло, що розташоване поблизу Землі, за законом всесвітнього тяжіння діє сила тяжіння F_m :

$$F_m = \gamma \frac{m \cdot M}{R^2} = mg, \quad (3.6)$$

де M – маса Землі; R – радіус Землі; m – маса тіла; $g = \frac{\gamma M}{R^2}$ – приско-

рення вільного падіння (напруженість гравітаційного поля Землі).

Сила тяжіння тіла, яке знаходиться на висоті h над поверхнею Землі:

$$F_m = \gamma \frac{m \cdot M}{(R + h)^2}. \quad (3.7)$$

Підрахуємо роботу гравітаційної сили з переміщення маси m з точки на відстані R_1 від центру Землі в точку на відстані R_2 :

$$A = \int_{R_1}^{R_2} F dr = \int_{R_1}^{R_2} \gamma \frac{mM}{r^2} \cdot dr = \gamma mM \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = -\left(\frac{\gamma mM}{R_2} - \frac{\gamma mM}{R_1} \right) = -(W_2^n - W_1^n). \quad (3.8)$$

Відомо, що робота виконується за рахунок зменшення енергії, тобто вираз $W^n = \frac{\gamma mM}{r}$ являє собою потенціальну енергію гравітаційного поля. Вона зменшується при збільшенні відстані до центру Землі.

Таким чином (3.8), **робота гравітаційної сили дорівнює зміні потенціальної енергії, взятій з оберненим знаком**. З формули (3.8) випливає, що робота в гравітаційному полі не залежить від форми шляху, а робота по замкненому шляху дорівнює нулю. **Сили, робота яких не залежить від форми шляху, називаються консервативними**. Винесемо масу тіла за дужки:

$$A = -m \left(\frac{\gamma M}{R_2} - \frac{\gamma M}{R_1} \right) = -m(\varphi_2^g - \varphi_1^g), \quad (3.9)$$

де $\varphi = \frac{\gamma M}{R}$ – потенціал гравітаційного поля не залежить від маси тіла, а залежить тільки від відстані між центрами мас Землі і тіла.

У диференціальній формі елементарна робота $\delta A = F \cdot dr = -dW^n$.

Функція $W^n(r)$ повністю визначає силу F за модулем і напрямом:

$$F = -\frac{dW^n}{dr} \quad \text{або} \quad F_x = -\frac{\partial W^n}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial W^n}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial W^n}{\partial z}, \quad (3.10)$$

у векторній формі:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W^n}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial W^n}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial W^n}{\partial z} \vec{k} \right) = -\text{grad}W^n, \quad (3.11)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (орти) координатних осей.

Конкретний вигляд W^n залежить від характеру силового поля. Так на невеликій висоті h над поверхнею Землі ($h \ll R$) потенціальна енергія тіла дорівнює:

$$W^n = P \cdot h = m \cdot \frac{\gamma M}{(R+h)^2} \cdot h \approx mgh. \quad (3.12)$$

3.3. Графічне подання енергії.

Графік залежності потенціальної енергії від зміщення (відстані) називається потенціальною кривою. Аналіз потенціальних кривих дозволяє визначити характер руху тіла. Графік потенціальної енергії тіла масою m , яке підняте на висоту h над поверхнею Землі, показано на рис.3.1. Кут нахилу прямої, що проходить через початок координат, тим більший, чим більша маса тіла, оскільки $tg\alpha = mg$. Якщо повна енергія тіла дорівнює W , то на висоті тіло має потенціальну енергію W^n , яка визначається відрізком вертикалі, який обмежений точкою h на осі абсцис і графіком $W^n(h)$.

Графік залежності потенціальної енергії пружно-деформованого тіла від деформації має вигляд параболи (рис.3.2), де задана повна енергія W визначається горизонтальною прямою, а значення W^k і W^n задаються так само, як і на рис.3.1. Якщо кінетична енергія менше W , то тіло міститься в потенціальній ямі.

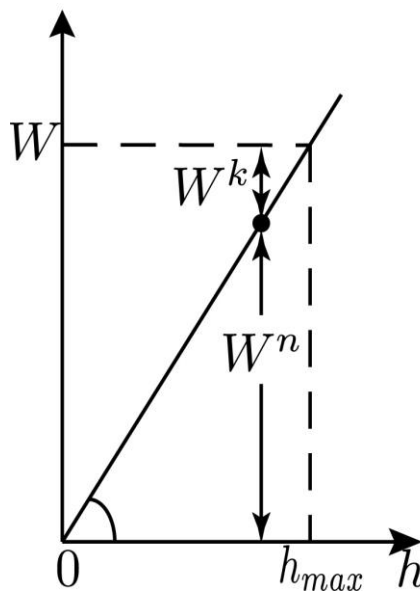


Рис.3.1

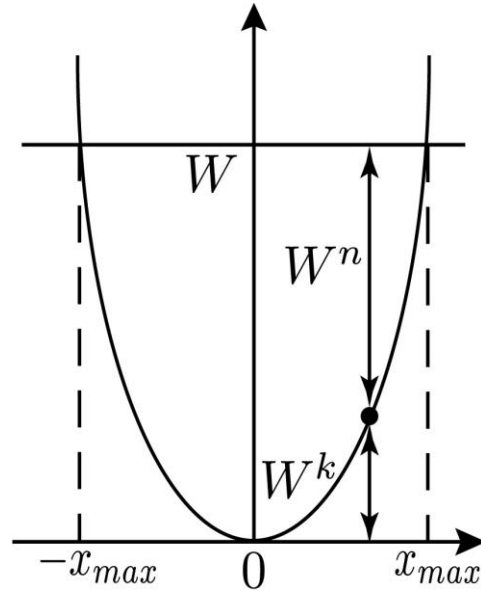


Рис.3.2

Експериментально доведено, що в механіці виконується закон збереження механічної енергії: *у замкненій механічній системі тіл, між якими діють тільки консервативні сили (сили пружності та гравітації), загальна (кінетична і потенціальна енергія) зберіга-*

ється, тобто не змінюється з часом. Математично закон записується так:

$$\frac{d}{dt}(W^k + W^n) = 0; \quad (W^k + W^n) = \text{const.} \quad (3.13)$$

3.4. Сили в механіці

Науці відомо чотири фундаментальних види взаємодії: гравітаційна, електромагнітна, слабка, сильна (ядерна). У механіці вивчають гравітаційну і електромагнітну взаємодії. Сили пружності, сили тертя, сили реакції опору, сили натягу мають електромагнітну природу.

Сила тяжіння – це сила, з якою тіла притягаються до Землі. Вона спрямована перпендикулярно поверхні землі. Точка прикладання сили тяжіння – центр мас даного тіла (рис. 3.3).

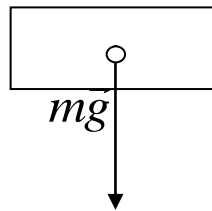


Рис.3.3

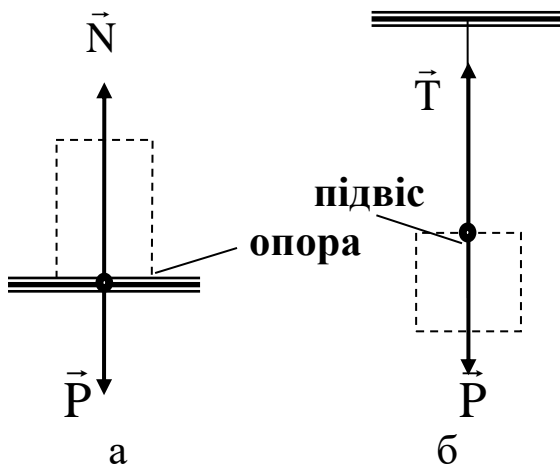


Рис 3.4

Рис 3.5

Вага тіла (P) – це сила, з якою тіло діє на опору або підвіс. Вона прикладена до опору або підвісу (рис. 3.4). На рис. 3.4,б показана дія тіла на підвіс (трос, нитка, канат), сили реакції опору \vec{N} і натягу підвісу \vec{T} . \vec{N} – **сила реакції опору** – це сила, що виникає при взаємодії тіла з опорою за третім

законом Ньютона. У цьому разі внаслідок притягнення тіла до Землі. Сила \vec{N} також діє перпендикулярно опорі (рис. 3.4,а).

Сила натягу (T або \vec{F}_H) – це сила, що виникає при взаємодії тіла з підвісом унаслідок притягнення тіла до Землі (рис. 3.4,б).

Тертям називається явище взаємодії дотичних тіл, що перешкоджає їхньому відносному переміщенню. Розрізняють *внутрішнє, зовнішнє і в'язке тертя*. Внутрішнє тертя – це тертя, яке виникає між частинами одного тіла. В'язке тертя з'являється при русі тіла в рідині або газі.

Сила зовнішнього тертя – це сила, що виникає при переміщенні одного тіла по поверхні іншого. Сила зовнішнього тертя завжди спрямована у бік, протилежний напрямку руху тіла. Силу зовнішнього тертя обчислюють за формулою:

$$F_{\text{тер}} = \mu N, \quad (3.14)$$

де N – сила реакції опори, μ – коефіцієнт тертя.

Розрізняють три види зовнішнього тертя: *тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення* (рис.3.5).

Для цих видів тертя існує таке співвідношення між коефіцієнтами тертя:

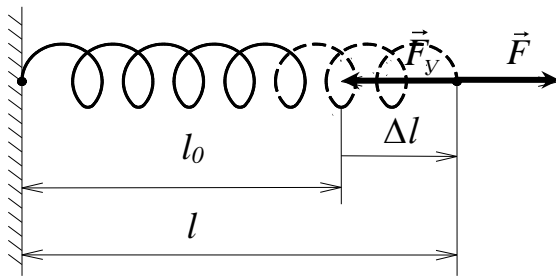
$$\mu_{\text{сп}} > \mu_{\text{ков}} > \mu_{\text{коч.}}$$

Причина зовнішнього тертя – це шорсткість поверхні тіл, що взаємодіють, а також взаємодія між атомами дотичних тіл. Для зменшення тертя поверхню взаємодіючих тіл шліфують, полірують і змазують мастилами.



Рис.3.5

Деформація – це процес зміни розмірів і форми тіл під дією сили. Розглядають два види деформації: *деформація першого роду* – зовнішні сили діють перпендикулярно до поверхні, що деформується; *деформація другого роду* – зовнішні сили дотичні до поверхні, що деформується (деформація зсуву).



Якщо тіло приймає початкову форму і розміри після припинення дії сили \vec{F} , то **деформація – пружна**, а якщо форма тіла не відновлюється, то **деформація – пластична**.

Рис. 3.6

Мірою деформації ϵ абсолютний зсув з положення рівноваги (подовження) $x = \Delta l = l - l_0$. При пружній деформації виникає **сила пружності** \vec{F}_{np} (рис. 3.6). Експерименти свідчать, що пружна деформація пропорційна силі пружності. Залежність між \vec{F}_{np} і пружною деформацією знайшов англійський вчений Гук: **сила пружності \vec{F}_{np} прямо пропорційна зсуву x і спрямована у бік протилежний зсуву**. Запишемо формулу закону Гука:

$$\vec{F}_{np} = -k\vec{x} \quad \text{або} \quad F_{np} = kx, \quad (3.5)$$

де k – **коефіцієнт пружності** (жорсткості).

Коефіцієнт k – залежить від речовини, з якої виготовлено тіло і чисельно дорівнює силі, що потрібна для подовження тіла на одини-

цю довжини: $[k] = \frac{H}{m}$.

При деформації (розтягуванні або стискуванні) стрижнів (рис.3.7) **закон Гука** записують у вигляді:

$$\sigma = \epsilon \cdot E, \quad (3.16)$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ – механічна напруга, S – площа перерізу стрижня,

$\epsilon = \frac{(l - l_0)}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$ – відносна деформація; E – модуль Юнга.

З формули (3.16) випливає, що модуль Юнга дорівнює механічній нарузі, при якій відносна деформація $\epsilon = 1$; $E = \sigma$.

При деформації зсуву (рис.3.8) шари тіла зміщуються паралельно площі зсуву і закон Гука записують у вигляді:

$$\sigma = \varphi \cdot G, \quad (3.17)$$

де σ – механічна напруга; $\varphi \approx \frac{BB^1}{AB}$ – відносна деформація; G – модуль зсуву.

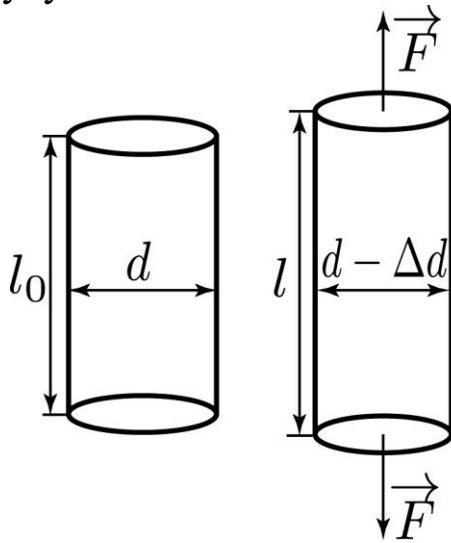


Рис. 3.7

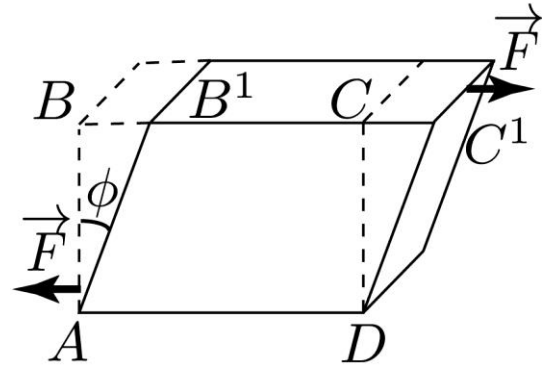


Рис.3.8

Збільшення довжини при деформації розтягування (стискування) супроводжується зменшенням площі перерізу. Зміна форми тіла при деформації характеризується коефіцієнтом Пуассона μ :

$$\mu = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta \ell}{\ell_0}, \quad (3.18)$$

де d – діаметр стрижня; Δd – зміна діаметра стрижня.

Модулі Юнга, зсуву і коефіцієнт Пуассона пов'язані між собою співвідношенням:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Контрольні запитання

1. Що таке енергія? Які види механічної енергії ви знаєте?
2. Сформулюйте і запишіть формулу теореми про зміну кінетичної енергії.
3. Що таке потенціальне поле?
4. Запишіть закон всесвітнього тяжіння.
5. Запишіть формули напруженості і потенціалу гравітаційного поля.
6. Чому дорівнює робота гравітаційного поля?
7. Чому дорівнює потенціальна енергія взаємодії двох тіл?
8. Чому дорівнює потенціальна енергія пружної деформації?
8. Сформулюйте закон збереження механічної енергії.

9. Який загальний зв'язок між силою і потенціальною енергією?
10. Які види сил у механіці ви знаєте?
11. Що таке сила тяжіння?
12. Що таке вага тіла?
13. Сформулюйте і запишіть формулу закону Гука.
14. Який фізичний зміст модуля Юнга?
15. Що таке коефіцієнт Пуассона?
16. Який зв'язок між модулями зсуву, Юнга і коефіцієнтом Пуассона?

4. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

4.1. Момент сили

Нехай у деякій точці i твердого тіла прикладена сила F у площині, що перпендикулярна до осі обертання (рис. 4.1). **Моментом сили F відносно осі обертання називається векторний добуток радіус-вектора на силу:**

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]. \quad (4.1)$$

Розкриваючи формулу (3.19), можна записати модуль моменту сили:

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F \cdot d, \quad (4.2)$$

де α – кут між векторами \vec{r} та \vec{F} ; $d = r \cdot \sin \alpha$ – плече сили. **Плече сили** – це найкоротша відстань між віссю обертання і лінією дії сили.

Якщо сила діє під кутом до площини обертання, то її можна розкласти на дві складові. Одна з них паралельна осі обертання і діє лише на підшипники.

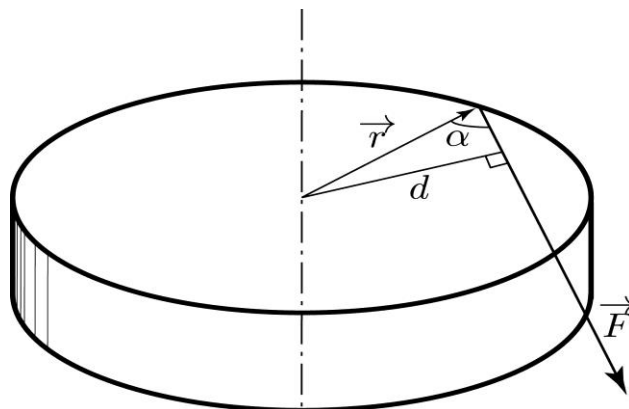


Рис.4.1

4.2. Момент інерції

Інертність тіла при обертальному русі залежить не тільки від маси, а й від її розподілу відносно осі обертання. Інертність тіла при обертанні характеризують моментом інерції відносно осі обертання.

Момент інерції J_i матеріальної точки i відносно осі обертання є скалярна фізична величина, яка дорівнює добутку маси на квадрат відстані її від осі:

$$J_i = m_i \cdot r_i^2. \quad (4.3)$$

Момент інерції твердого тіла i відносно осі обертання є сума моментів інерції матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$J_m = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2. \quad (4.4)$$

Звичайно момент інерції суцільного тіла визначають інтегруванням:

$$J_m = \int r^2 dm. \quad (4.5)$$

Як приклад, визначимо момент інерції тонкого однорідного стрижня довжиною ℓ і масою m відносно осі, яка проходить через його середину (рис. 4.2). Виберемо маленьку ділянку стрижня довжиною $d\ell$ і масою dm , яка знаходиться на відстані x від осі 00^1 . Цю ділянку можна розглядати як матеріальну точку, тоді для її моменту інерції отримаємо:

$$J_i = x^2 \cdot dm. \quad (4.6)$$

Маса елементарної ділянки дорівнює добутку лінійної густини на довжину ділянки: $dm = \frac{m}{\ell} \cdot dx$. Тоді

$$dJ = \frac{m}{\ell} \cdot x^2 \cdot dx. \quad (4.7)$$

Для знаходження моменту інерції стрижня проінтегруємо (4.7) у межах від $-\frac{l}{2}$ до $\frac{l}{2}$:

$$J = \frac{m}{\ell} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 dx = \frac{m}{3\ell} \left(\frac{\ell^3}{8} + \frac{\ell^3}{8} \right) = \frac{m\ell^2}{12}. \quad (4.8)$$

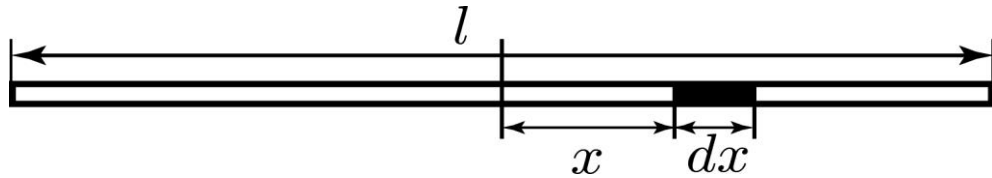


Рис.4.2

Моменти інерції геометричних тіл масою m :

1) суцільний однорідний циліндр чи диск:

$$J = \frac{mR^2}{12}; \quad (4.9)$$

2) однорідна куля:

$$J = \frac{2}{5}mR^2; \quad (4.10)$$

3) прямокутний паралелепіпед (відносно осі, що проходить через його центр):

$$J = \frac{1}{2}m(a^2 + b^2). \quad (4.11)$$

При визначенні моменту інерції тіла, що не проходить через центр мас, можна користуватися теоремою Штейнера. Згідно з теоремою, момент інерції тіла відносно осі, що не проходить через центр мас тіла J , дорівнює моменту інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр J_0 плюс добуток маси на квадрат відстані b між паралельними осями:

$$J = J_0 + mb^2. \quad (4.12)$$

Одиниця моменту інерції – $(\text{кг} \cdot \text{м}^2)$.

4.3. Момент імпульсу

Моментом імпульсу L_i матеріальної точки i відносно осі обертання називається фізична величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора на імпульс:

$$L_i = [\vec{r}_i \times m\vec{v}_i] = [\vec{r}_i \times \vec{p}_i] \quad (4.13)$$

Розкриваючи формулу (3.19), можна записати модуль моменту імпульсу матеріальної точки:

$$L_i = R_i \cdot p = R_i \cdot m v = R_i \cdot m \omega \cdot R_i = J_i \cdot \omega, \quad (4.14)$$

де R_i – відстань до осі обертання; ω – кутова швидкість.

Момент імпульсу L тіла відносно осі обертання дорівнює сумі моментів імпульсів матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$L = \sum_{i=1}^n J_i \omega = J \omega, \quad (4.15)$$

де J – момент інерції тіла відносно осі обертання.
У векторній формі момент імпульсу:

$$\vec{L} = J \vec{\omega}.$$

Таким чином, момент імпульсу дорівнює добутку моменту інерції тіла на кутову швидкість.

4.4. Робота та кінетична енергія при обертальному русі

Робота зовнішньої сили при обертанні тіла на досить малий кут $d\varphi$:

$$dA = \sum_{i=1}^n F_i ds_i \cos\varphi = \sum_{i=1}^n F_i R_i d\varphi = \sum_{i=1}^n M_i \cdot d\varphi = M \cdot d\varphi, \quad (4.16)$$

де $ds_i = R_i d\varphi$ – переміщення точки i ; R_i – радіус обертання точки i (плече сили); $\sum_{i=1}^n F_i R_i = \sum_{i=1}^n M_i = M$ – момент зовнішніх сил.

Якщо положення радіус-вектора змінилося від φ_1 до φ_2 , то роботу знаходять інтегруванням формули (4.16):

$$A = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M d\varphi. \quad (4.17)$$

Кінетична енергія при обертанні тіла складається з кінетичної енергії окремих його точок:

$$W^k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i R_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 = \frac{j \omega^2}{2}. \quad (4.18)$$

Продиференціювавши формулу (4.18), одержимо елементарну зміну кінетичної енергії обертання:

$$dW^k = j \omega \cdot d\omega. \quad (4.19)$$

Якщо тіло одночасно перебуває в прямолінійному і обертальному русі, то кінетична енергія визначається сумою енергій поступального і обертального рухів:

$$W^k = \frac{mv^2}{2} + \frac{j\omega^2}{2}. \quad (4.20)$$

4.5. Основний закон динаміки обертального руху. Закон збереження моменту імпульсу

Прирівнявши швидкість зміни кінетичної енергії (4.19) до елементарної роботи зовнішніх сил при обертанні тіла (4.16), отримуємо:

$$j\omega \cdot \frac{d\omega}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4.21)$$

Скоротивши праву і ліву частини формули на $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, отримаємо *основний закон динаміки обертального руху*:

$$j \cdot \frac{d\omega}{dt} = j\varepsilon = M. \quad (4.22)$$

Момент інерції тіла величина стала, тому з формули (4.22) випливає:

$$\frac{d(j\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (4.23)$$

У векторній формі формула основного закону (напрямки кутової швидкості і моменту сили співпадають) записується так:

$$j \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}. \quad (4.24)$$

Добуток моменту інерції тіла на кутове прискорення дорівнює моменту зовнішніх сил.

Якщо при обертанні тіла на нього не діють зовнішні сили, то момент сили дорівнює нулю. Тоді отримуємо закон збереження моменту імпульсу: ***момент імпульсу тіла залишається постійним, якщо момент зовнішніх сил, які діють на нього, дорівнює нулю:***

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0; \quad \vec{L} = j\vec{\omega} = const. \quad (4.25)$$

4.6. Вільні осі обертання. Гіроскопи

Якщо сили, що діють на вісь обертання, врівноважуються, а вісь проходить через центр мас, то її напрямок зберігається у просторі. Осі обертання, які зберігають свій напрямок у просторі, називаються вільними осями інерції. У будь-якого тіла є три взаємно перпендику-

лярні (головні) осі інерції. Властивість тіл зберігати свою орієнтацію у просторі застосовують у гіроскопах. Гіроскоп – масивне симетричне тіло, що обертається навколо осі з великою швидкістю. Гіроскопи застосовуються в навігаційних приладах (гірокомпас, авіагоризонт), для підтримки заданого напрямку руху (авторуль на судні, автопілот), при орієнтації космічних кораблів.

Контрольні запитання

1. Що називається моментом сили? Запишіть формулу.
2. Що називається моментом інерції?
3. Запишіть формули моментів інерції кулі, диска, стрижня відносно центру мас.
4. Сформулюйте і запишіть формулу теореми Штейнера про перенос вісі інерції.
5. Що називається моментом імпульсу?
6. Сформулюйте і запишіть формулу основного закону динаміки обертального руху.
7. Чому дорівнює робота і кінетична енергія обертального руху тіла?
8. Сформулюйте і запишіть формулу закону збереження моменту імпульсу.
9. Що називається вільною віссю обертання?
10. Що таке гіроскоп? Де використовують гіроскопічні прилади?

5. ЕЛЕМЕНТИ МЕХАНІКИ РІДИН І ГАЗІВ

5.1. Потік рідини. Рівняння нерозривності

Особливістю рідини і газу є рухливість їх молекул. Унаслідок цього рідина і газ легко змінюють свою форму. У механіці рідину і газ розглядають як суцільне, неперервне середовище. Фізична величина, яка дорівнює відношенню нормальної сили, яка діє з боку рідини на деяку площу, до цієї площі, називається тиском рідини:

$$p = \frac{F_n}{S}. \quad (5.1)$$

Згідно з законом Паскаля, тиск у будь-якому місці нерухомої рідини передається у всіх напрямках однаково. Тиск стовпа рідини (гідростатичний тиск) визначається тільки його висотою: $p = \rho gh$, де ρ – густина рідини; g – прискорення вільного падіння.

Сила тиску на нижні шари рідини більша, ніж на верхні, тому на тіло, яке занурене у рідину або газ, діє спрямована вверх сила, яка дорівнює вазі витісненої тілом рідини або газу (закон Архімеда):

$$F_A = \rho g V, \quad (5.2)$$

де V – об'єм тіла.

Потік рідини (газу), в якому поле швидкостей з часом залишається незмінним, називається **стаціонарним**. Потік рідини графічно зображують лініями потоку (рис. 5). Густина ліній потоку пропорційна швидкості частинок в усіх місцях потоку, а їх швидкості дотичні до ліній потоку. Частину рідини або газу, обмежену лініями потоку, називають **трубкою потоку**. Існує два типи течії рідини або газу:

- 1) **ламінарна течія** – рідина (газ), що розділяється на шари (трубки потоку), які не перемішуються;
- 2) **турбулентна течія** - шари рідини (газу) перемішуються.

Англійський вчений Рейнольдс (1842 – 1912) довів, що характер течії (перехід від ламінарної до турбулентної течії) залежить від безрозмірної величини (числа Рейнольдса):

$$R_e = \frac{\rho v D}{\eta}, \quad (5.3)$$

де ρ – густина рідини або газу; D – характерний лінійний розмір, наприклад, діаметр труби; v – середня по перетину швидкість; η – динамічна в'язкість.

Для малих значень числа R_e ($R_e \leq 1000$) спостерігається ламінарна течія, при ($1000 \leq R_e \leq 2000$) – перехід від ламінарної до турбулентної течії, при $R_e \geq 2300$ – турбулентна течія. Англійський фізик Стокс (1819 – 1903) встановив, що при малих швидкостях руху ($R_e \leq 1000$) сила опору пропорційна динамічній в'язкості та швидкості. Так, сила опору рухові кулі в рідині становить:

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (5.4)$$

де r – радіус кулі; v – швидкість кулі.

Визначимо об'єм (потік) рідини (m^3/c), що перетинає деяку елементарну площадку dS за одну секунду:

$$d\Phi_v = v \cdot dS_0 = v \cdot dS \cdot \cos \alpha = \vec{v} \cdot d\vec{S}, \quad (5.5)$$

де v – швидкість рідини; dS_0 – площадка, яка розташована нормально до швидкості; α – кут між вектором швидкості і нормаллю до площадки dS (рис. 5.).

Повний потік знайдемо, проінтегрувавши елементарний потік по всій площі перерізу:

$$\Phi_v = \int_s v \cdot dS \cos \alpha = \int_s \vec{v} \cdot d\vec{S}. \quad (5.6)$$

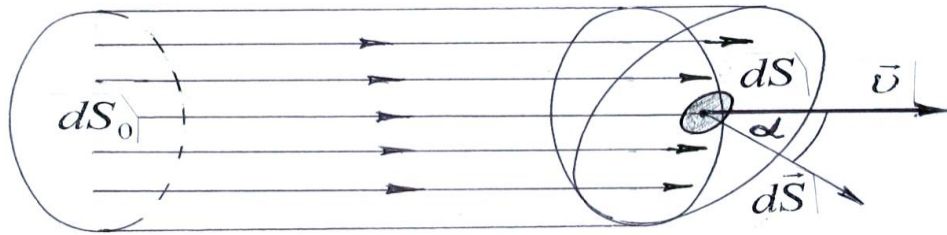


Рис.5.1

Пуазейль показав, що для ламінарної течії потік рідини у трубах пропорційний до перепаду тиску $(p_1 - p_2)$ на одиниці довжини ℓ труби, четвертому степені радіуса труби R і обернено пропорційний до коефіцієнта в'язкості рідини:

$$\Phi = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\eta \ell}. \quad (5.7)$$

За формулами (5.4) і (5.7), пропускаючи рідину або газ через капіляр відомого радіуса і вимірюючи перепад тиску і потік Φ , можна знайти в'язкість η .

При стаціонарній течії, маса рідини або газу, що протікає через будь-який поперечний переріз потоку за одну секунду, однакова, тому:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2, \quad (5.7)$$

де ρ – густина; v – швидкість течії.

У стаціонарному потоці змінами густини не тільки рідини, а й газу можна знехтувати, тому:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2. \quad (5.8)$$

Рівняння (5.8) становить **теорему про нерозривність потоку рідини або газу**. З теореми випливає, що в тих місцях, де трубка ширша, швидкість потоку менша, і навпаки (рис.5.2).

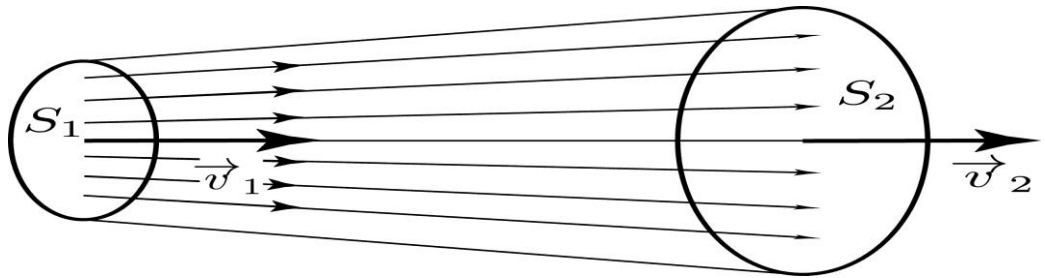


Рис.5.2

5.2. Тиск в рідині. Рівняння Бернуллі

Рідини і гази перебувають під тиском, який створюється силою тяжіння або насосами. Для стаціонарного потоку ідеальної (нев'язкої і нестисливої) рідини виконується рівняння Бернуллі (1700 – 1782):

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const, \quad (5.9)$$

де $\frac{\rho v^2}{2} = p_d$ – динамічний тиск; $\rho gh = p_c$ – гідростатичний тиск;

p – статичний тиск.

Якщо потік горизонтальний, то рівняння набуває такого вигляду:

$$\frac{\rho_1 v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho_2 v_2^2}{2} + p_2. \quad (5.10)$$

З формули (5.10) видно, що там, де швидкість більша, статичний тиск p менше і навпаки. Зниження тиску при збільшенні швидкості використовують в інжекторах, пульверизаторах, масляних дифузійних вакуумних насосах тощо. Для вимірювання швидкості рідини чи газу використовують **трубку Піто**. Цей прилад має дві трубки (одну з отвором, паралельним потоку, і другу з отвором перпендикулярним потоку), які з'єднані з диференціальним манометром (рис. 5.3). З рівняння Бернуллі випливає:

$$\frac{\rho v^2}{2} = p_1 - p_2; \quad v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}, \quad (5.11)$$

де ρ – густина рідини або газу; $(p_1 - p_2)$ – різниця статичних тисків, яка вимірюється манометром або за різницею висот $(p_1 - p_2) = \rho gh$.

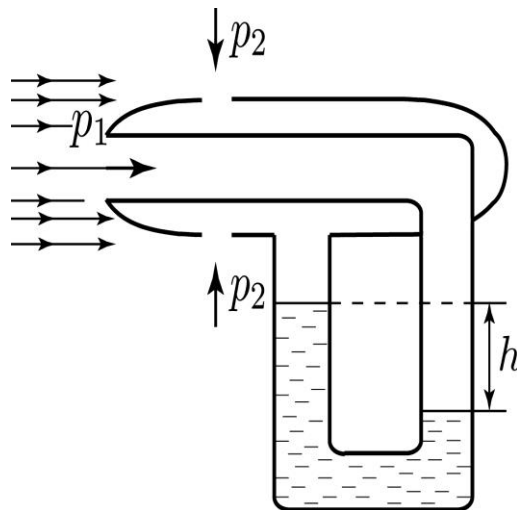


Рис.5.3

Аерація ґрунту. Нехай вітер дує перпендикулярно до напрямку борозен зораного поля. Наявність борозен відбивається на характері повітряного потоку: приземний шар повітря змінного перетину обмежений поверхнею землі і найближчою горизонтальною поверхнею, яка утворена незбуреним потоком (рис.5.4). Відповідно до рівняння (5.8) і (5.10) тиск повітря над борознами буде більше ніж над горбиками. У поверхневому шарі ґрунту виникає рух повітря, який спрямований від основ борозен до вершин горбиків. Аерація збагачує ґрунт киснем, а приземне повітря – вуглекислотою, сприяючи росту рослин. При великій швидкості вітру рух повітря в ґрунті спричиняє руйнування частинок і сприяє створенню дрібногрудкуватої структури ґрунту.

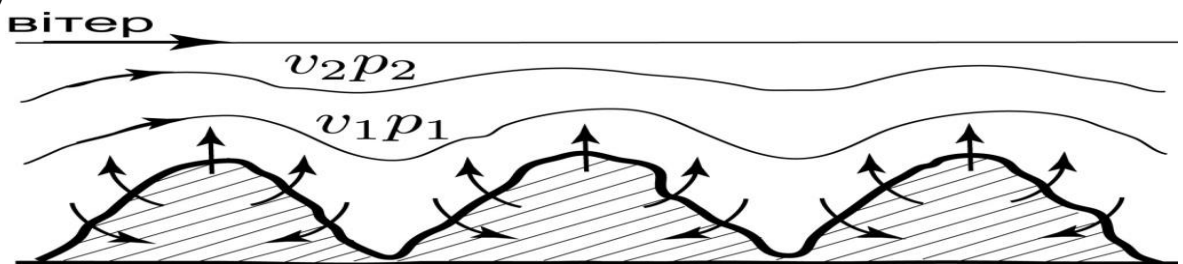


Рис.5.4

Контрольні запитання

1. Сформулюйте і запишіть формулу закону Паскаля.
2. Сформулюйте і запишіть формулу закону Архімеда.
3. Які види течії ви знаєте?
4. Який фізичний зміст числа Рейнольда?
5. Запишіть формулу Стокса.
6. Як визначити потік рідини?
7. Сформулюйте теорему про неперервність потоку.

8. Запишіть формулу Пуазейля.
8. Дайте визначення статичного, гідростатичного, динамічного тиску?
9. Що таке трубка Піто?
10. Запишіть формулу Бернуллі.
11. Поясніть процес аерації ґрунту.

6. ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Основні положення молекулярно-кінетичної теорії (МКТ), ідеальний газ, основне рівняння МКТ ідеального газу, ізопроцеси у газах, рівняння Менделєєва-Клапейрона.

6.1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії речовини

Молекулярна фізика – це розділ фізики, у якому вивчають властивості речовини, з урахуванням характеристик дрібних частинок (атомів і молекул).

Молекулярно-кінетична теорія (МКТ) – це наукова теорія, що пояснює фізичні властивості речовини на основі молекулярної будови, взаємодії і руху дрібних частинок (молекул і атомів).

Основні положення молекулярно-кінетичної теорії:

- усі тіла складаються з дрібних частинок (молекул і атомів);
- частинки перебувають у безперервному хаотичному русі;
- між частинками будь-якої речовини діють сили взаємодії.

Атомом називається найменша частинка даного хімічного елемента. Молекулою називається найменша стійка частинка даної речовини, що має його основні хімічні властивості. Молекула може складатися з одного або декількох атомів.

Кожна речовина характеризується молярною масою M , що визначається за допомогою таблиці хімічних елементів Менделєєва.

Наприклад:

$$Fe: M = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad CO_2: M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$N_2: M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad H_2O: M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Одиницею кількості речовини є моль. **Моль – це кількість однієї речовини, що містить стільки ж атомів або молекул, скільки утримується атомів у 0,012 кг вуглецю.** Число атомів або молекул, що містить один моль речовини, називається числом Авогадро $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Кількість речовини (число молей ν) можна визначити за формулою:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_{\mu}} = \frac{N}{N_A}, \quad (6.1)$$

де m , V – маса і об'єм речовини; V_{μ} – молярний об'єм; M – молярна маса; N – число атомів або молекул; N_A – число Авогадро.

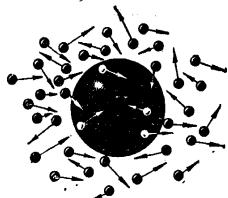


Рис. 6.1 Броунівський рух під дією ударів молекул (рис. 6.1).

Експериментальним доказом існування молекул рідини або газу і доказом хаотичного теплового руху є броунівський рух. **Броунівський рух** – це безперервний хаотичний рух твердих часток у рідині (або газу) під дією ударів молекул (рис. 6.1).

Ще одним доказом руху частинок речовини є дифузія. **Дифузія** – це фізичне явище, при якому молекули (або атоми) однієї речовини проходять між молекулами (або атомами) іншої речовини і навпаки (взаємна дифузія). Дифузія спостерігається в газоподібних, рідких і твердих речовинах. Дифузія зростає з підвищенням температури.

Середній розмір атомів (діаметр) дуже малий: $\langle d \rangle \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м. Сили $F(r)$ взаємодії між частинками виявляються на дуже малих r відстанях, порівняно з лінійними розмірами атомів. Міжмолекулярні сили короткодійчі – вони діють між сусідніми молекулами і швидко зменшуються зі збільшенням відстані між молекулами.

Рух молекул газів, рідин і твердих тіл

У газах середня відстань між молекулами набагато більша, ніж розміри молекул газу. Взаємного притягання між молекулами газу фактично немає. Молекули газу рухаються рівномірно і прямолінійно від зіткнення до зіткнення з іншими молекулами. При ударі змінюється напрямок і величина швидкості. Якщо молекули газу складаються з декількох атомів, то при зіткненні вони набувають ще й обертального руху. Таким чином **тепловий рух молекул газу поступальний і обертальний**.

У рідинах молекули якийсь час перебувають у рівновазі, де вони коливаються, а потім переходять у нове положення рівноваги і т.д. Отже, тепловий рух молекул рідин в основному **коливальний**, а також **поступальний**.

У твердих тілах тепловий рух молекул – **коливальний**, але інколи молекули у твердих тілах можуть переходити з одного положення рівноваги в інше.

Властивості великої кількості молекул відрізняються від властивостей окремих молекул, тому при дослідженні таких систем використовується молекулярно-кінетичний (статистичний) і термодинамічний методи.

6.2. Ідеальний газ. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) ідеального газу

Молекули реального газу мають кінетичну і потенціальну енергію. У деяких випадках потенціальною енергією молекул зневажають.

Ідеальний газ – модель газу, у якій не враховують розміри молекул та їхню взаємодію на відстані. Реальні гази при не дуже низьких температурах і малих тисках за своїми властивостями близькі до ідеального газу.

Молекули газу рухаються хаотично. Зіштовхуючись зі стінками посудини, молекули газу створюють тиск p :

$$p = \frac{F}{S}, \quad (6.1)$$

де F – сумарна сила ударів усіх молекул об стінки посудини; S – площа поверхні посудини (балона).

З основних положень МКТ можна одержати основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу. Основне рівняння МКТ ідеального газу пов'язує параметри стану термодинамічної системи (p, V) з характеристиками молекул:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_{кв}^2, \quad (6.2)$$

де N – число молекул в об'ємі V ; m_0 – маса молекули; $v_{кв}$ – середня

квадратична швидкість молекул. У рівнянні (6.2) відношення $\frac{N}{V} = n$

– концентрація молекул. З огляду на те, що середня кінетична енергія

молекул газу $E_{кин} = \frac{m_0 v^2}{2}$, з рівняння (6.2) одержимо формулу тиску ідеального газу:

$$p = \frac{2}{3} n E_k, \quad (6.3)$$

де E_k – середня кінетична енергія молекул газу.

Експерименти показали, що в стані термодинамічної (теплової) рівноваги для будь-яких газів $\frac{pV}{N} = const$. Тоді:

$$\frac{pV}{N} = \frac{1}{3} m_0 v_{кв}^2. \quad (6.4)$$

Отже, відношення $\frac{pV}{N} = const$ характеризує стан теплової (термодинамічної) рівноваги. Розмірність цієї величини – Джоуль. Введемо новий параметр T – абсолютну температуру, тоді:

$$\frac{2}{3} n E_k = kT, \quad (6.5)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ – стала Больцмана.

З формули (6.5) видно, що середня кінетична енергія одноатомних молекул газу:

$$E_k = \frac{m v_{кв}^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (6.6)$$

З формули (6.6) одержимо формулу для середньої квадратичної швидкості поступального руху молекул ідеального газу:

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \quad (6.7)$$

де $R = kN_A$ – універсальна газова стала; $v_{кв}$ – середня квадратична швидкість; m_0 – маса молекули; M – молярна маса:

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_N^2}{N}}.$$

Фізичні процеси, які відбуваються при нагріванні або охолодженні тіл, зміні їхнього агрегатного стану, називають *тепловими явищами*. Теплова (термодинамічна) рівновага системи характеризується *температурою*.

Температура – фізичний параметр, що характеризує тіла в стані теплової рівноваги. У стані теплової рівноваги температура всіх тіл однакова.

З формули (6.6) видно, що **абсолютна температура – це кількісна міра кінетичної енергії руху молекул (або атомів)**.

Для вимірювання температури застосовують прилад, що називається термометром.

У побуті для вимірювання температури використовують шкалу Цельсія – міжнародну практичну шкалу. Сота частина шкали Цельсія між 0°C и 100°C називається *градусом*. Порівнюючи температурні шкали, одержимо формулу:

$$T = t^{\circ}\text{C} + 273^{\circ}, \quad (6.8)$$

де T – температура в градусах Кельвіна; $t^{\circ}\text{C}$ – температура в градусах Цельсія. На шкалі Кельвіна всі температури позитивні, тому що відлік температур ведеться від нуля – 0K .

6.3. Ізопроееси у газах

Термодинамічною системою називається будь-яка фізична система, яка складається з великого числа атомів і молекул, які здійснюють неупорядкований тепловий рух і, взаємодіючи між собою, обмінюються енергією. Будь-яка зміна в термодинамічній системі, яка пов'язана із зміною хоча б одного з термодинамічних параметрів (p , V , T) стану системи, називається **термодинамічним процесом**.

Ізопроеесами у газах називають термодинамічні процеси, які відбуваються при постійному значенні одного з параметрів стану системи (p , V , T). **Рівноважними (квазістатичними)** називаються такі процеси, під час яких зміна стану системи відбувається дуже повільно і система проходить неперервний ряд нескінченно близьких рівноважних термодинамічних станів, тобто час переходу значно більше часу релаксації системи. **Нестатичними** називаються такі процеси, під час яких час переходу значно менше часу релаксації системи. Розглянемо закони ідеального газу, які були отримані дослідним шляхом.

Ізотермічний процес – це процес, що відбувається при постійній температурі $T = \text{const}$ (рис. 6.2). Бойль і Маріотт (Р. Бойль (1627 – 1691), Маріотт (1620 – 1684) довели, що **для даної маси газу (m) при постійній температурі (T) добуток тиску на об'єм є величина стала**. У цьому процесі параметри p і V змінюються обернено пропорційно:

$$pV = \text{const}. \quad (6.9)$$

Ізобаричний процес у газах – це процес, що відбувається при постійному тиску ($p = \text{const}$) (рис.6.3). У цьому процесі параметри V і T змінюються прямо пропорційно,

Гей-Люссак довів, що в ізобарному процесі ($p = \text{const}$) *для даної маси газу при постійному тиску об'єм газу змінюється пропорційно до температури:*

$$V = V_0(1 + \alpha t^{\circ}C), \quad (6.10)$$

де V_0 – об'єм газу при нормальній температурі; α – температурний коефіцієнт.

Виявилось, що для всіх газів він дорівнює $\frac{1}{273} \text{град}^{-1}$. У 1848 р. Уільям Томсон (1824–1907) ввів поняття абсолютної температури $TK = 273 + t^{\circ}C$; $T_0 = 273K$:

$$V = V_0 \left(\frac{273 + t^{\circ}C}{273} \right) = V_0 \frac{TK}{273}. \quad (6.11)$$

Тоді закон Гей-Люссака формулюється так: *для даної маси газу при постійному тиску відношення об'єму до температури є величина стала:*

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = \text{const}. \quad (6.12)$$

При ізохорному процесі ($V = \text{const}$) ідеальний газ підпорядковується закону Шарля (1746-1823): *для даної маси газу при постійному об'ємі відношення тиску до температури є величина стала:*

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \quad (6.13)$$

Графіки ізопроцесів показані на рис. 6.2, 6.3, 6.4.

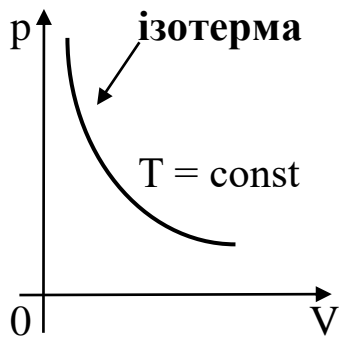


Рис. 6.2

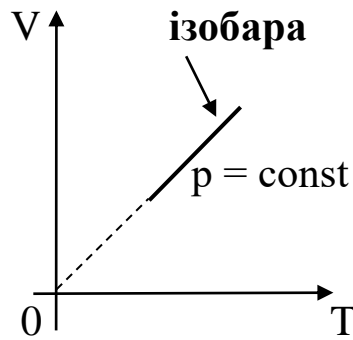


Рис. 6.3

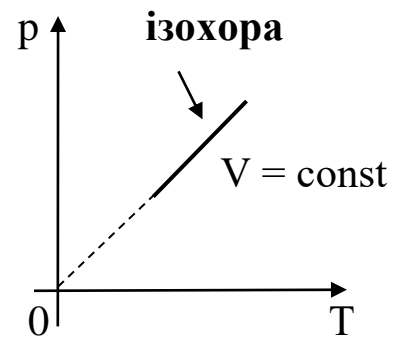


Рис. 6.4

На рис. 6.3 і 6.4 графіки починаються пунктирними лініями, тому що газу при низьких температурах, близьких до абсолютного нуля, перебувають у рідкому або твердому стані.

Абсолютний нуль – це температура, при якій тиск газу стає рівним нулю, тому що припиняється поступальний і обертовий рух молекул газу, але залишаються так звані «нульові» коливання молекул речовини.

6.4. Рівняння Менделєєва-Клапейрона

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона) зв'язує всі макроскопічні параметри термодинамічної системи:

$$\frac{pV}{T} = const. \quad (6.14)$$

Запишемо тиск газу через концентрацію n , середню кінетичну енергію молекул ідеального газу і температуру:

$$p = \frac{2}{3} n E_k = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \cdot \frac{3}{2} kT, \quad (6.15)$$

де число молекул $N = \nu \cdot N_A$; число молів ν ; m – маса газу. Тиск ідеального газу:

$$p = \frac{\nu N_A}{V} \cdot kT. \quad (6.16)$$

Підставивши у формулу (6.16) універсальну газову сталу $R = kN_A$, одержимо **рівняння стану ідеального газу:**

$$pV = \frac{m}{M} RT . \quad (6.17)$$

Це рівняння отримало назву рівняння Менделєєва-Клапейрона. Воно об'єднує експериментальні газові закони: Бойля-Маріотта, Гей-Люссака та Шарля.

6.5. Закон Дальтона

Англійський фізик Джон Дальтон відкрив закон, що був названий його ім'ям: *тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, які входять до складу газу:*

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_N , \quad (6.18)$$

де p_1, p_2, \dots, p_N – парціальні тиски суміші газів.

6.6. Вологість повітря

Абсолютною вологістю повітря називається густина ρ водяної пари у повітрі за даній температури: $[\rho] = \text{г} / \text{м}^3$.

Відносною вологістю повітря φ називається відношення абсолютної вологості ρ до густини водяної пари ρ_H , яка необхідна для насичення повітря за даній температури:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_H} \cdot 100\% . \quad (6.19)$$

Відносну вологість виражають у відсотках (%).

У метеорології відносну вологість визначають через відношення тисків:

$$\varphi = \frac{p}{p_H} 100\% , \quad (6.20)$$

де p – тиск водяної пари, що перебуває в повітрі при даній температурі; p_H – тиск пари, що насичував би повітря при даній температурі.

Точкою роси називається температура, при якій водяні пари, що не насичували раніше повітря, стають такими, що насичують.

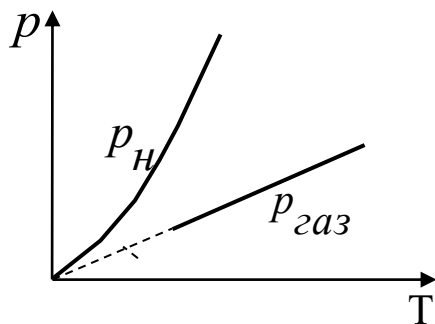


Рис. 6.5

Тиск насичуючої пари p_H – залежить від температури і не залежить від вільного від рідини об'єму посудини. Тиск насиченої пари зростає зі збільшенням його температури. На рис. 6.5 зображені графіки залежності тиску насиченої пари (p_H) та ідеального газу ($p_{газ}$) залежно від температури пару або газу.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте основні положення МКТ.
2. Що називається атомом, молекулою?
3. Чому дорівнює молярна маса речовин: NH_4 ; HCl ; H_2SO_4 ?
4. Запишіть формулу для обчислення кількості речовини.
5. Що називається числом Авогадро?
6. Як обчислити масу молекули через її молярну масу?
7. Який рух називають броунівським?
8. Який газ називається ідеальним?
9. Запишіть формули середньої кінетичної енергії молекули газу.
10. Що називається термодинамічною температурою?
11. Який зв'язок між температурами за шкалою Цельсія і за шкалою Кельвіна?
12. Запишіть основне рівняння МКТ.
13. Які процеси називаються квазістатичними, нестатичними?
14. Які ізопроееси в газах ви знаєте?
15. Сформулюйте і запишіть формули ізопроеесів.
16. Запишіть рівняння Менделєєва - Клапейрона.
17. Сформулюйте закон Дальтона.
18. Що називається абсолютною і відносною вологістю повітря?
19. Запишіть формулу відносної вологості повітря.
20. Що називається точкою роси?

7. ОСНОВИ КЛАСИЧНОЇ СТАТИСТИКИ. ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

7.1. Розподіл Максвелла. Швидкості молекул газу

Експерименти показали, що в результаті хаотичного руху і зіткнень молекули набувають різних швидкостей. Користуючись

законами статистичної фізики і теорії ймовірностей, Д. Максвелл (1831 – 1879) отримав формулу для розподілу швидкостей газу:

$$dN(v) = N \cdot f(v) \cdot dv = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv, \quad (7.1)$$

де $dN(v)$ – число молекул, швидкості яких лежать у границях v і $v + dv$; N – загальне число молекул; $f(v)$ – функція розподілу молекул за швидкостями.

Графік функції $f(v)$ наведено на рис.7.1. З графіка випливає, що число молекул, які мають дуже великі або дуже малі швидкості, незначне.

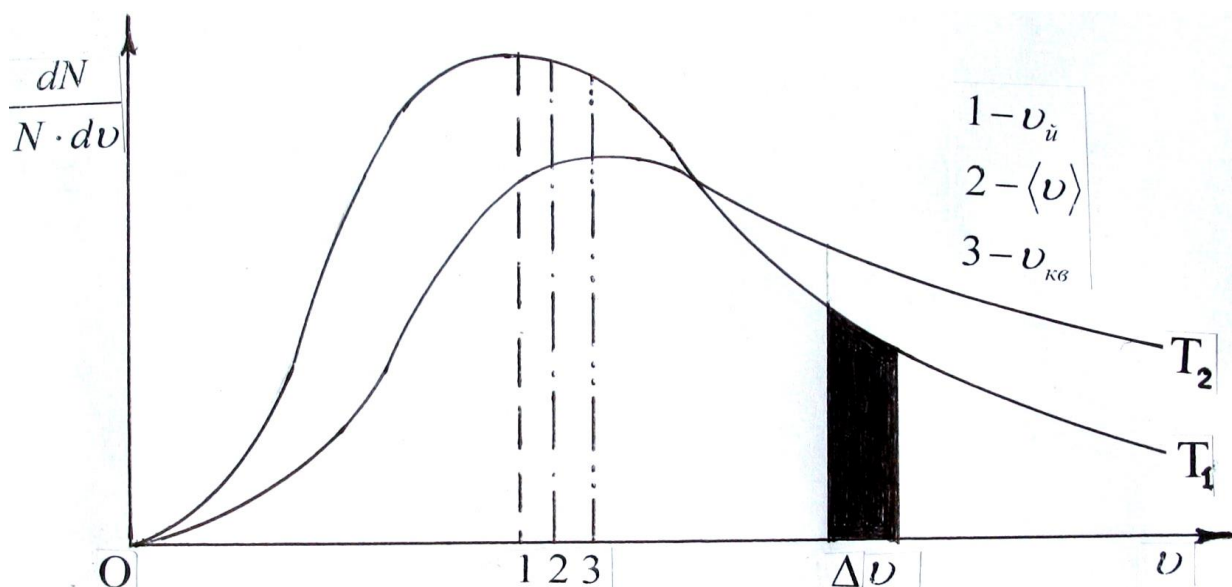


Рис. 7.1

Найбільш ймовірну швидкість v_i , яку має більша частина молекул, можна визначити прирівнявши похідну від функції розподілу за швидкістю до нуля $\frac{df(v)}{dv} = 0$, звідки

$$v_i = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (7.2)$$

Середню арифметичну швидкість можна знайти діленням суми швидкостей всіх молекул на їх загальне число:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v \cdot dN(v) = \int_0^{\infty} v f(v) dv. \quad (7.3)$$

Підставивши в формулу (7.1) функцію розподілу, після інтегрування отримаємо:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (7.4)$$

Визначені дослідним шляхом швидкості молекул газів та парів металів підтвердили закон розподілу молекул за швидкостями.

7.2. Барометрична формула. Розподіл Больцмана

Завдяки гравітаційному полю Землі та тепловому руху концентрація молекул і тиск повітря зменшуються з висотою. Розглянемо розподіл молекул повітря залежно від висоти при умові, що повітря – ідеальний газ, температура якого не змінюється з висотою. Виберемо на висоті h над поверхнею землі шар повітря у формі циліндра висотою dh і площею основи S (рис.7.2)

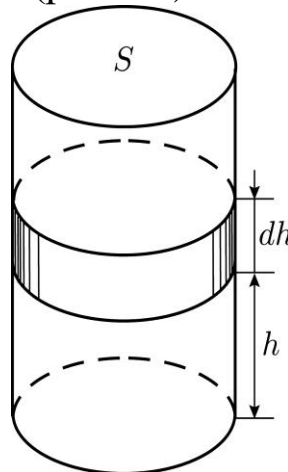


Рис.7.2

Тиск шару повітря висотою dh :

$$dp = -\rho g dh, \quad (7.5)$$

де густина $\rho = \frac{m}{V} = \frac{Mp}{RT}$; M – молярна маса; R – газова стала.

Після нескладних перетворень отримаємо:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mgh}{RT}. \quad (7.6)$$

Проінтегруємо формулу (7.6):

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = - \int_0^h \frac{Mgh}{RT} \quad (7.7)$$

Після інтегрування отримаємо так звану барометричну формулу

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (7.8)$$

Замінивши $M = m_0 \cdot N_A$ і $R = k \cdot N_A$, отримаємо розподіл Больцмана частинок залежно від потенціальної енергії:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{W^n}{kT}} \quad (7.9)$$

На рис.7.3 наведений теоретичний розподіл молекул водню, гелію і кисню за висотою в гравітаційному полі Землі. Сильні вітри у високих шарах атмосфери, які супроводжуються турбулентним рухом повітря, приводить до того, що відсотковий склад повітря до висоти майже 500 км не змінюється. Розподіл Больцмана задовільно описує також розподіл пилу в атмосфері в безвітряну погоду.

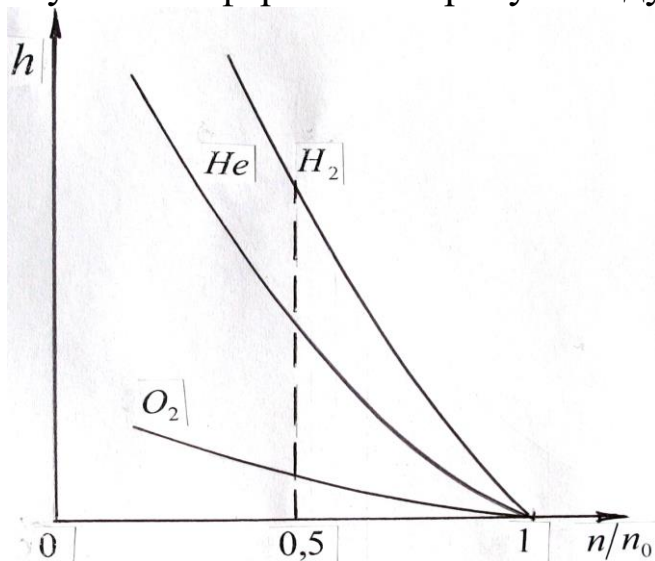


Рис. 7.3

На висотах 20 – 50 км під дією ультрафіолетового випромінювання Сонця молекули кисню розділяються на атоми і молекули озону O_3 , який поглинає ультрафіолетову сонячну радіацію.

У холодильній техніці, рефрижераторах, аерозольних упаковках використовуються фтористі насичені вуглеводи (фреони). Відповідно до розподілу Больцмана вони також знаходяться на висотах разом з

озоном і руйнують його. Це приводить до розширення «озонових дір» тому Міжнародною спільнотою прийнятий Монреальський протокол про речовини, які руйнують озоновий шар.

Формула (6.29) лежить в основі *метода седиментації* – вимірювання швидкості осідання частинок у в'язкій рідині, наприклад, компонент крові, аерозолів у повітрі та ін.

7.3. Середня довжина вільного пробігу молекул газу

Молекули газу, які рухаються хаотично, зіштовхуються між собою, проходячи різні відстані між зіткненнями. Середню довжину вільного пробігу молекул між зіткненнями знайдемо поділивши середню швидкість на середнє число зіткнень:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}. \quad (7.10)$$

Для визначення $\langle z \rangle$ приймемо, що молекула радіусом r рухається, а інші перебувають у стані спокою. Рухаючись, ця молекула зіткнеться з тими молекулами, центри яких лежать на віддаленні менше $2r = d$ від напрямку руху (рис 7.4). Таким чином, рухома молекула може зіткнутися з молекулами, які знаходяться в об'ємі циліндра $4\pi r^2 \langle v \rangle$, де $\langle v \rangle$ – середня відстань, яку молекула проходить за 1с. Число зіткнень:

$$\langle z \rangle = 4\pi r^2 \langle v \rangle \cdot \sqrt{2} \cdot n = \sqrt{2} \cdot \pi d^2 \langle v \rangle n, \quad (7.11)$$

де n – концентрація молекул; $\sqrt{2}$ – коефіцієнт, який враховує рух інших молекул; d – ефективний діаметр молекули – мінімальна відстань, на яку можуть наблизитися молекули при зіткненні.

Підставивши (7.11) у формулу (7.12) для середньої довжини вільного пробігу, отримаємо:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\sqrt{2}\pi d^2 \langle v \rangle n} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \quad (7.12)$$

Залежність середньої довжини вільного пробігу від тиску та температури можна отримати за допомогою формули $p = nkT$.

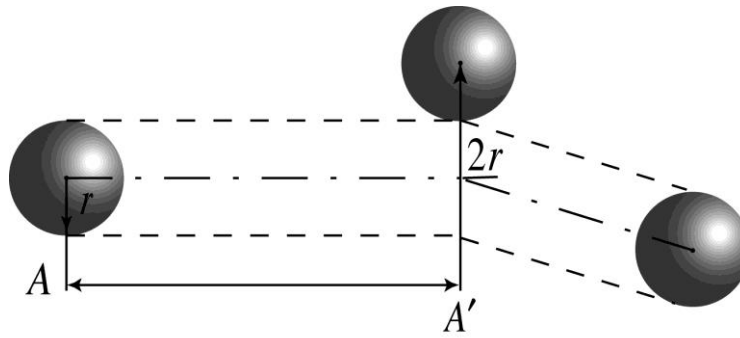


Рис. 7.4

7.4. Явища переносу

Хаотичний рух молекул і їх зіткнення приводять до виникнення явищ, які супроводжуються перенесенням маси (дифузія), теплової енергії (теплопровідність), імпульсу (в'язке тертя).

7.4.1. Теплопровідність. Закон Фур'є

Теплопровідність – це властивість речовини проводити тепло шляхом теплопередачі. Передача тепла здійснюється шляхом: а) конвекції (механічного перемішування); б) електромагнітного випромінювання; в) теплопередачі (теплообміну). Процес теплопередачі описується законом Фур'є: *кількість теплоти ΔQ , перенесеної від гарячого шару з температурою T_1 до холодного шару з температурою T_2 , пропорційна градієнту температур, площі контактуючих шарів S і часу* (рис.7.5):

$$\Delta Q = -\kappa \frac{dT}{dx} S \Delta t, \quad (7.13)$$

де κ – коефіцієнт теплопровідності; $\frac{dT}{dx}$ – градієнт температури, тобто зміна температури на одиницю відстані між шарами; Δt – час.

Для газів коефіцієнт теплопровідності може бути виведений з молекулярно-кінетичної теорії:

$$\kappa = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle c_v \rho, \quad (7.14)$$

де c_v – питома теплоємність при сталому об'ємі; ρ – густина газу.

З формули видно, що визначальним у теплопровідності газів є середня швидкість, тому важкі гази мають меншу теплопровідність, ніж легкі (при нормальних умовах теплопровідність кисню становить $0,024 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, водню $0,176 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$).

7.4.2. В'язке тертя. Закон Ньютона

При русі рідини або тіл у рідині або газі внаслідок обміну молекул імпульсами між шарами рідини виникає в'язке тертя. В'язке тертя описується законом Ньютона: *сила в'язкого тертя при відносному русі двох шарів рідини або газу пропорційна градієнту швидкості і площі дотику цих шарів* (рис.7.6):

$$F = -\eta \frac{dv_x}{dz} S, \quad (7.15)$$

де η – коефіцієнт в'язкого тертя (динамічної вязкості); $\frac{dv_x}{dz}$ – градієнт швидкості; S – площа дотику шарів газу.

Молекулярно-кінетична теорія дає такий вираз для коефіцієнта в'язкого тертя газів:

$$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho, \quad (7.16)$$

де $\langle v \rangle$ – середня швидкість; ρ – густина.

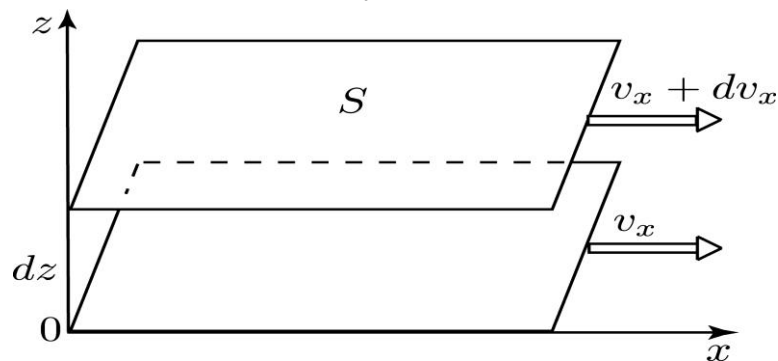


Рис.7.6

7.4.3. Дифузія. Закон Фіка. Осмос

Дифузія – явище спонтанного переміщення молекул речовини з місць з більшою концентрацією в місця з меншою внаслідок теплового руху. Розглянемо процес самодифузії в циліндричній посудині, де концентрація газу зменшується в напрямі осі x (рис. 7.7). Унаслідок

хаотичності руху, у середньому в кожному напрямі рухається одна шоста всіх молекул. Через переріз посудини площею S за час Δt пройдуть молекули, які знаходяться на відстані від $-\lambda$ до $+\lambda$ масою

$$\Delta m = -\frac{1}{6} S \langle \lambda \rangle \Delta \rho, \quad (7.17)$$

де $\langle \lambda \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул, $\Delta \rho$ – зміна густини на відстані від $-\lambda$ до $+\lambda$.

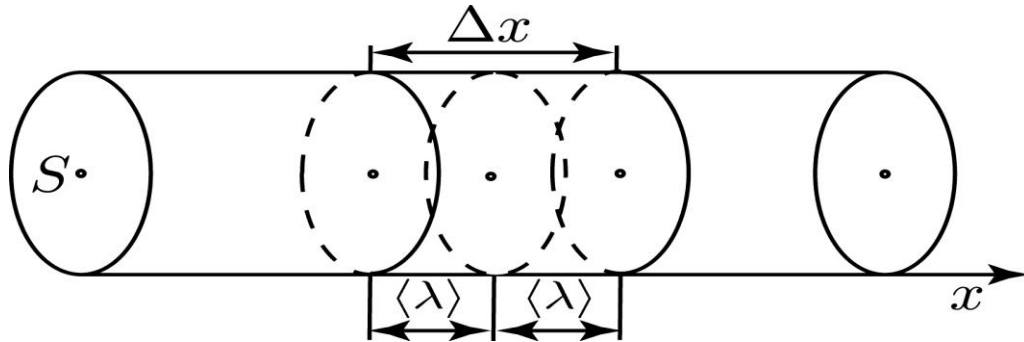


Рис. 7.7

Введемо градієнт густини – зміну концентрації газу на одиницю довжини вздовж осі x $\frac{d\rho}{dx}$, тоді зміна густини на відстані Δx :

$$\Delta \rho = \frac{d\rho}{dx} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \Delta t, \quad \text{де } \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\lambda}{\Delta t} = 2\langle v \rangle. \quad (7.18)$$

Підставивши вираз (7.18) у формулу (7.17), отримаємо:

$$\Delta m = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{d\rho}{dx} S \Delta t. \quad (7.19)$$

Введемо коефіцієнт дифузії D . Для газів він залежить від швидкості молекул і середньої довжини вільного пробігу:

$$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle. \quad (7.20)$$

Перенос маси при дифузії описується законом Фіка: **маса перенесеної речовини прямо пропорційна градієнту густини, площі, через яку відбувається перенесення, і часу:**

$$\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} S \Delta t. \quad (7.21)$$

Співвідношення між коефіцієнтами перенесення газів наведені в табл. 7.1.

Рівняння явищ переносу та коефіцієнти перенесення

Явище	Величина що переноситься	Рівняння процесу	Коефіцієнт перенесення
Дифузія	Маса	$\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} S \Delta t$	$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle$
Внутрішнє тертя	Імпульс	$F = -\eta \frac{dv_x}{dz} S$	$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho$
Теплопровідність	Енергія	$\Delta Q = -\kappa \frac{dT}{dx} S \Delta t$	$\kappa = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_v$

Процеси дифузії відіграють важливу роль у біологічних клітинних структурах. Дифузія життєво важливих речовин (іонів натрію, калію, магнію, кальцію та ін.) через клітинні біологічні мембрани має специфічні особливості, зумовлені напівпроникністю мембран.

Біологічні мембрани, товщина яких становить менше 0,01 мкм, пропускають молекули розчинника, які мають малий діаметр (наприклад, воду) і не пропускають молекули розчиненої речовини (солі, білки, сахарозу).

Явище односторонньої дифузії (осмосу) можна спостерігати, якщо скляну трубку, закриту знизу мембраною і заповнену розчином цукру, помістити у посудину з водою. Вода з посудини проникає через мембрану в трубку, виникає додатковий осмотичний тиск і розчин буде підніматися по ній до деякої висоти (рис.7.8).

Голландський фізико-хімік Вант-Гофф (1852 – 1911) установив, що **осмотичний тиск чисельно дорівнює тиску, який чинила б розчинена речовина, якби вона знаходилась у стані ідеального газу і займала об'єм, який дорівнює об'єму всього розчину:**

$$p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{m \cdot RT}{V \cdot M} = c \frac{RT}{M}, \quad (7.22)$$

де c – концентрація розчиненої речовини.

Осмотичний тиск у клітинах рослин, тварин і мікроорганізмів залежить від концентрації речовин, розчинених в їх рідких середовищах і може досягати 5 МПа.

У 2009 р. Державна енергетична компанія Statkraft (Норвегія) побудувала першу в світі екологічно чисту осмотичну електростанцію потужністю 5 кВт, в якій різниця рівнів досягається за рахунок дифузії прісної води у відсік з морською.

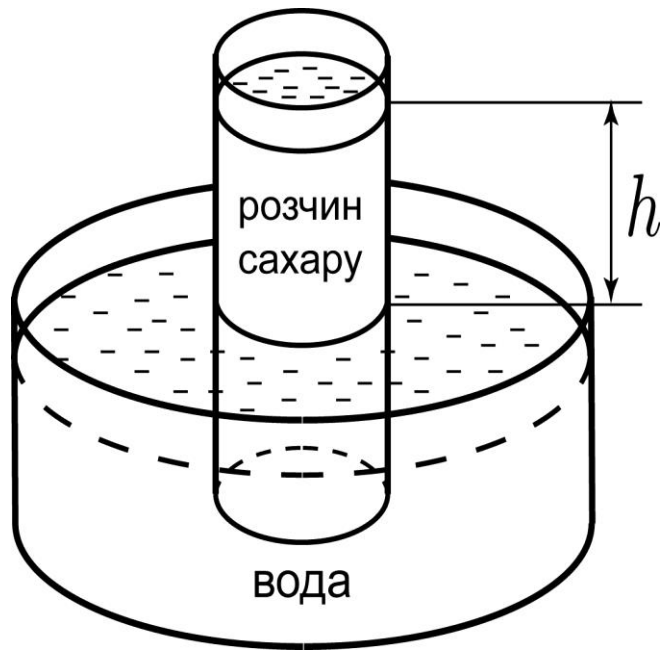


Рис.7.8

Контрольні запитання

1. Як знайти число молекул, швидкості яких лежать у межах від v до $v + dv$;
2. Які характерні швидкості молекул ви знаєте? Запишіть формули.
3. Запишіть барометричну формулу і формулу Больцмана.
4. Запишіть формулу найбільш імовірної, середньої і середньоквадратичної швидкостей молекул ідеального газу.
5. Від яких параметрів залежить довжина вільного пробігу молекул?
6. Які існують шляхи передачі тепла?
7. Що таке теплопередача? Запишіть формулу закону Фур'є.
8. Сформулюйте закон Ньютона. Запишіть формулу закону.
9. Який фізичний зміст коефіцієнта внутрішнього тертя?
10. Що таке дифузія? Запишіть закон Фіка.
11. Який фізичний зміст коефіцієнта дифузії?
12. Запишіть формулу коефіцієнта дифузії газу.
13. Дайте визначення поняття «осмос»?
14. Запишіть формулу закону Вант-Гоффа.

8. РЕАЛЬНІ ГАЗИ. ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

8.1. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса

У 1869 р. англійський хімік Т. Ендрюс поставив експерименти з ізотермічного стиснення вуглекислого газу. Він виявив, що спочатку стиснення описується законом Бойля-Маріотта при деякому об'ємі газ починає конденсуватися при постійному тиску (тиск насиченої пари постійний) і, при деякому об'ємі, газ перетворюється у рідину яка фактично не стискується. Для опису реального газу голландський вчений Ван-дер-Ваальс (1837 – 1923) увів поправки на власний об'єм молекул b і сили взаємодії молекул. Рівняння стану для реального газу для одного моля має вигляд:

$$\left(p + \frac{a}{V_\mu^2}\right)(V_\mu - b) = RT, \quad (8.1)$$

де $\frac{a}{V_\mu^2}$ додатковий внутрішній тиск молекул реального газу, який виникає внаслідок взаємодії молекул; поправки a і b для кожного газу визначаються дослідним шляхом.

Теоретичні ізотерми Ван-дер-Ваальса для різних температур наведені на рис. 8.1.

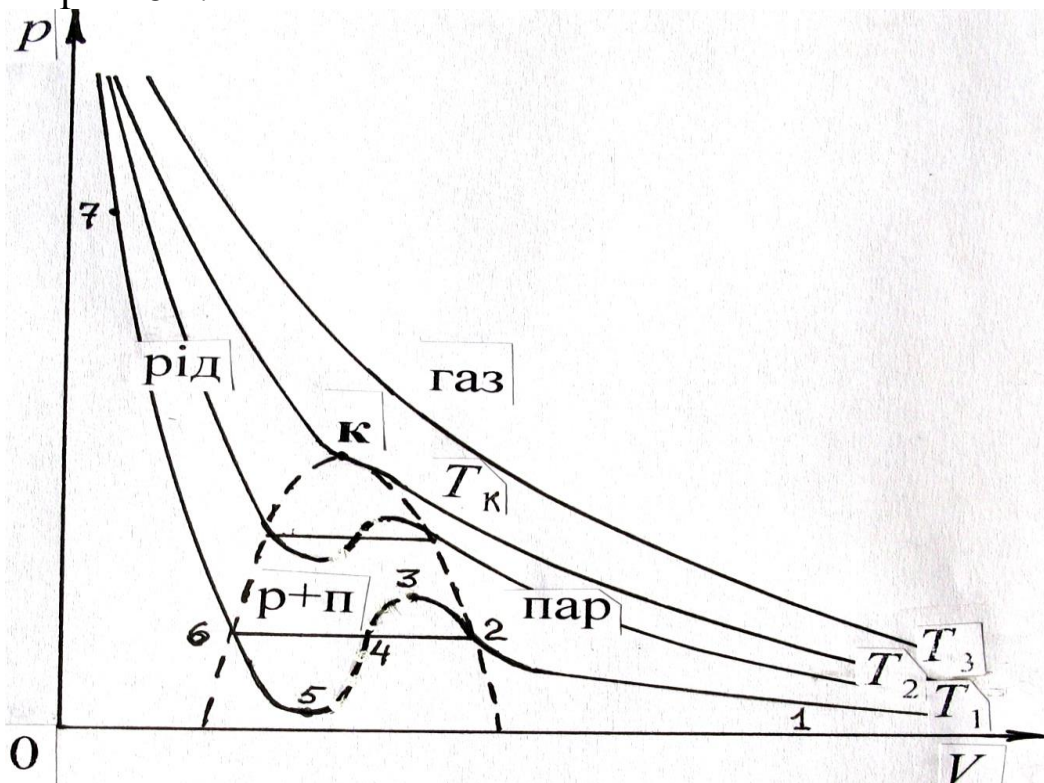


Рис.8.1

При високих температурах ізотерми подібні до ізотерм ідеального газу, при низьких температурах об'єм може приймати три різних значення об'єму. Між ними є критична ізотерма T_k , яка містить точку перетину К. Розглянемо ізотерму, яка має температуру менше критичної. Ділянка 1-2 – стиснення ненасиченої пари. У точці 2 пара стає насиченою. На ділянці 2-3-4 -5-6 співіснують насичений пар і рідина. Ділянка 6-7 описує процес стиснення рідини. Експериментальна ізотерма відхиляється від кривої 2-3-4 -5-6, а спрямовується по ізобарі 2-6. Якщо дослід проводити з дуже чистою речовиною, то можна досягти станів 2-3 (перенасичений пар) і 6-5 (перегріта рідина). Ділянка 3-4-5 не виявляється дослідним шляхом. Якщо з'єднати крайні точки горизонтальних ділянок ізотерм Ван-дер-Ваальса, то виявляються області існування рідкої фази p , рідини і пари $p+n$, пари *пар*, газу *газ* (стан газу нижче від критичної температури називається паром, а вище – газом).

8.2. Властивості рідини

8.2.1. Структура і властивості води

Рівняння Ван-дер-Ваальса якісно описують перехід від рідкого до газоподібного стану. Молекули рідини розташовуються не зовсім хаотично, кожен з них оточують 5 – 6 сусідок, центри яких лежать у вершинах багатокутників. Таке розташування називається *близьким порядком*, на відміну від кристалів, де реалізується *далекий порядок*. Між молекулами рідини діють слабкі ван-дер-ваальсівські сили, які обернено пропорційні шостій степені відстані між молекулами. При зростанні температури в'язкість рідини зменшується, а коефіцієнт дифузії зростає. Рідина поглинає (абсорбує) гази, кількість яких збільшується з тиском.

Найбільш загадковою рідиною в природі є вода. Фізичні властивості води своєрідні і часто аномальні порівняно з іншими рідинами. Так, вона має аномально високу теплоємність, теплоту плавлення і теплоту пароутворення. Важливим для біосфери є значне збільшення її густини при замерзанні. Аномальні властивості води зумовлені водневим зв'язком і структурою її молекул. У молекулі води два протона утримуються оксисеном завдяки дуже сильним водневим зв'язкам. Тривимірна структура води виникає тому, що одночасно виконуються такі умови: чотири водневих зв'язки на одну молекулу і оптималь-

ні розміри молекул, які відповідають оптимальним напрямкам водневих зв'язків (рис. 8.2). Така структура пронизує увесь об'єм льоду, а в рідині зберігається частково.

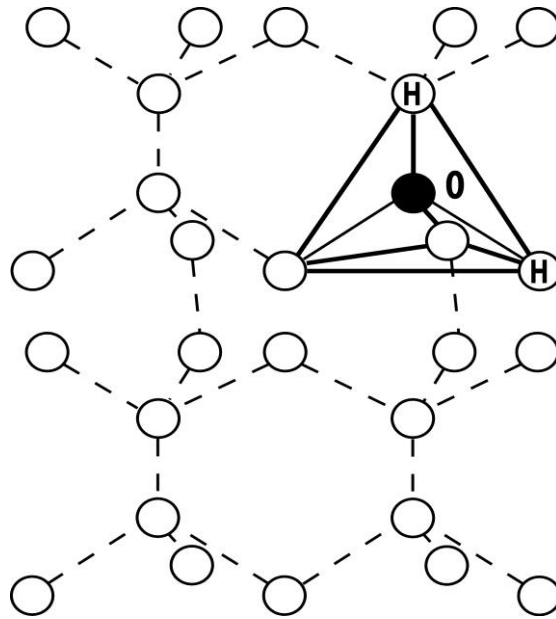


Рис.8.2

У живих організмах вода знаходиться у тонких прошарках, товщина яких близька до розмірів водневих зв'язків і її молекули втрачають рухливість. Вода, яка міститься у тонкому шарі, що розділяє мембрани клітини, в 70 разів краще проводить тепло, і в 10 разів зменшує зовнішнє електричне поле. Це пов'язано з дією біологічних поверхонь на воду і, навпаки, вода забезпечує стабільність клітинних мембран. Вода – це не просто середовище біологічного об'єкта, а ніби елемент живого. За оцінками експертів ВООЗ, близько 75 % усіх захворювань пов'язані із споживанням неякісної води. 94 % усіх світових запасів води становить солоний Світовий океан і тільки 6 % – прісна вода, з якої 4,12 % – під землею. Тому поки не пізно потрібно покращувати екологію відкритих джерел води і не забруднювати підземні.

8.2.2. Поверхневий натяг. Капілярні явища

Поверхневий шар рідини за своїми властивостями відрізняється від внутрішніх частин рідини тому, що результуюча сил міжмолекулярної взаємодії на поверхні не дорівнює нулю (рис.8.3). Як наслідок, результуюча сил міжмолекулярної взаємодії поверхневого шару чинять на рідину тиск, який називається молекулярним. Цей тиск при-

водить до появи поверхневої (потенціальної) енергії, яка пропорційна площі поверхні ΔS :

$$\Delta W = \sigma \cdot \Delta S, \quad (8.2)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу.

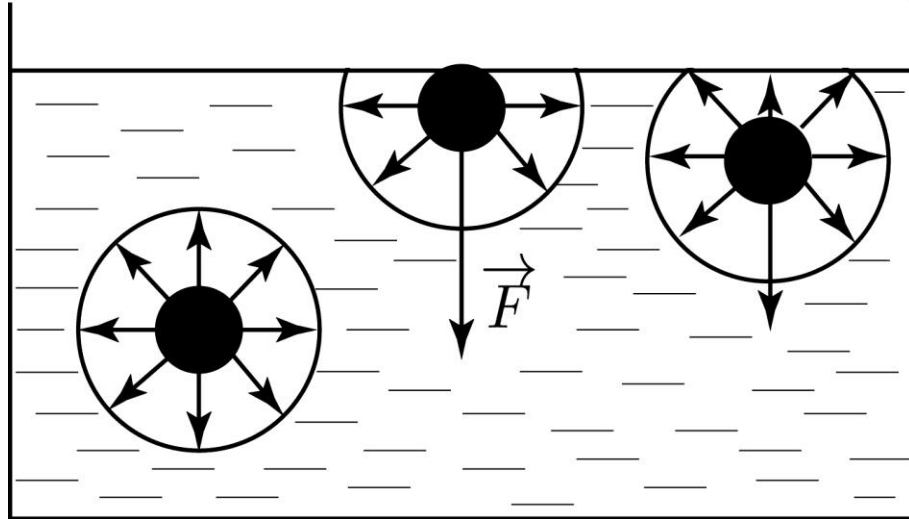


Рис.8.3

Поверхнева енергія дорівнює роботі, яку необхідно виконати для збільшення поверхні на величину ΔS , тобто $\Delta W = A$. Розмірність коефіцієнта поверхневого натягу:

$$[\sigma] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (8.3)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу можна визначати як силу яка діє на одиницю довжини плівки:

$$[\sigma] = \frac{F}{\ell}. \quad (8.4)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу залежить від хімічного складу рідини, природи сил зв'язку, температури та домішок. Цукор, сіль збільшують поверхневий натяг, а мило, жирні кислоти – зменшують. Речовини, які послаблюють поверхневий натяг рідини, називаються поверхнево-активними. Вони застосовуються в миючих засобах, емульгаторах, піноутворювачах, відіграють суттєву роль у біологічних процесах на клітинному рівні. Личинки комарів, водяні жуки підвішуються знизу до водяної плівки. Для боротьби з малярійними комарами на поверхню водойми наноситься тонкий шар поверхнево-активної речовини. Личинки комарів не втримуються поверхневою плівкою, занурюються у воду і, позбавлені повітря, гинуть.

Крапля рідини на поверхні твердого тіла розтікається по його поверхні, якщо сили притягання між молекулами тіла і рідини більше від сил притягання між молекулами рідини – має місце **явище змочування** (рис.8.4, а, в). Кут θ називається крайовим кутом. Якщо сили притягання між молекулами тіла і рідини менше сил притягання між молекулами рідини, має місце **явище незмочування** (рис.8.4, б, г).

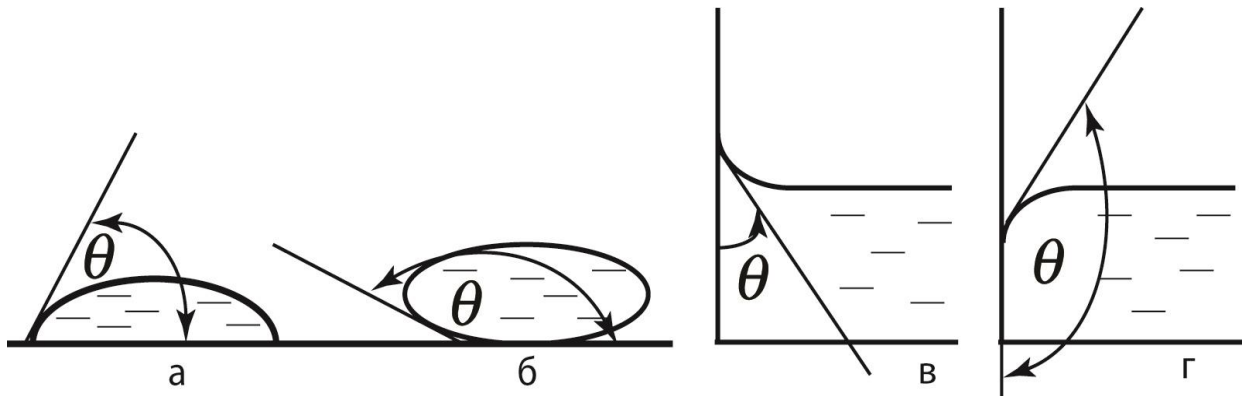


Рис.8.4

Явища змочування і незмочування призводять до викривлення поверхні рідини біля стінки посудини (рис. 6.15). Під викривленою поверхнею рідини (меніском) створюється додатковий тиск, зумовлений силами поверхневого натягу, які намагаються зменшити її поверхню.

Опуклий меніск чинить на рідину додатковий тиск Δp , який напрямлено униз (рис.6.15,а), угнутий меніск зменшує тиск на рідину (рис.6.15,б). Визначимо додатковий тиск через роботу сил поверхневого натягу на зменшення поверхні сферичної краплі радіуса r на величину dS і об'єм на dV :

$$dA = \sigma \cdot dS = \Delta p \cdot dV, \quad (8.5)$$

де $S = 4\pi R^2$; $dS = 8\pi r dr$; $V = 4\pi r^3/3$; $dV = 4\pi r^2 dr$.

Підставивши dS і dr у формулу (6.41), отримаємо:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r}. \quad (8.6)$$

Додатковий тиск під викривленою поверхнею рідини в загальному випадку з меніском з подвійною кривизною (головні радіуси подвійної кривизни R_1 і R_2) описується формулою Лапласа:

$$\Delta p = \pm \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (8.7)$$

З формул (8.6) і (8.7) видно, що додатковий тиск обернено пропорційний радіусу кривизни, тому він дуже помітний у трубках малого діаметра (капілярах). Поверхневий натяг може спричинити закупорку судин, через які протікає рідина, якщо в кровоносну судину людини або рослини потрапить газова бульбашка (наприклад, кесонна хвороба у водолазів).

Коли рідина тече напір рідини зліва (рис.8.5,в) вирівняє поверхню, а справа поверхня викривиться ще більше. Додатковий тиск $\Delta p = \Delta p_2 - \Delta p_1$ спрямований проти течії рідини в трубках малого діаметру може припинити течію рідини. Так при швидкому підйомі водолаза виникає кесонна хвороба. Внаслідок механічних пошкоджень, повітря може потрапляти в судини дерев і рослин, закупорювати капіляри, що буде приводити до відмирання клітин.

Зміна висоти рівня рідини в трубках малого діаметра отримала назву капілярності. Висоту зміни рівня рідини в капілярі можна визначити з умови рівноваги додаткового і гідростатичного тисків (рис.8.5, а,б):

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh. \quad (8.8)$$

Висота зміни рівня рідини в капілярі:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gr} = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gr}, \quad (8.9)$$

де радіус кривизни меніска $R = r/\cos\theta$; r – радіус капіляра.

Таким чином, висота підняття (опускання) рідини в капілярі збільшується зі збільшенням коефіцієнта поверхневого натягу і зменшенням радіуса капіляра. Капілярні явища відіграють важливу роль у природі, техніці, сільському господарстві, лісівництві. Переріз стовбура деревини має річні шари, які складаються з величезної кількості капілярів, діаметр яких становить 0,016 – 0,4 мм. Розрахунки показують, що висота підйому води в деревині не перевищує 1,5 м. Капілярність і атмосферний тиск вносять певну частку транспортування води і перенос поживних речовин у рослинах, але основним є наявність сил когезії між молекулами води та наявність від’ємного тиску.

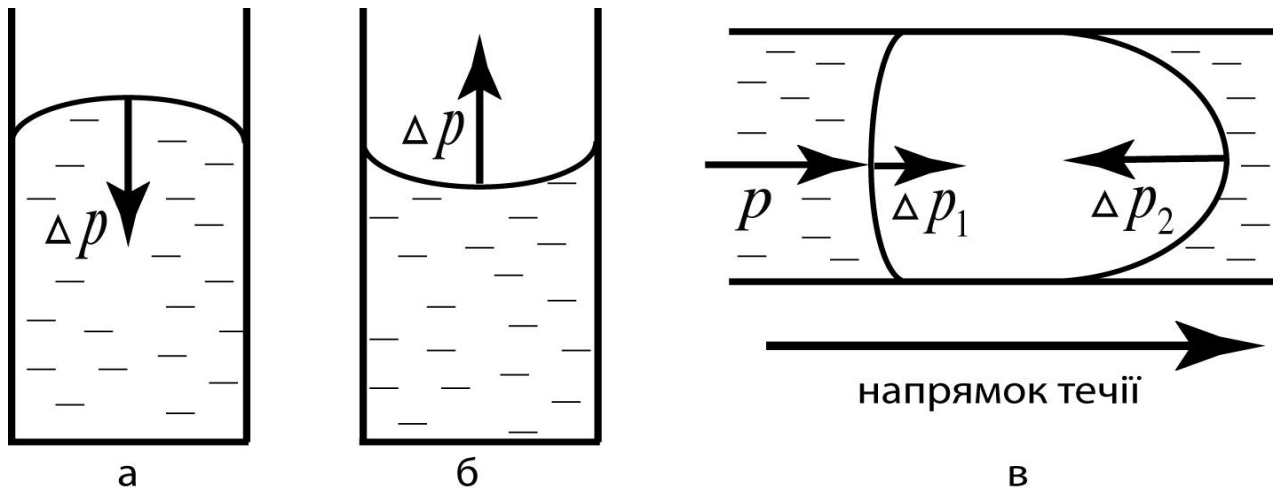


Рис. 8.5

8.2.3. Рідкі кристали

Рідини, у яких існує дальній порядок у розміщенні і взаємній орієнтації молекул, називаються рідкокристалічними. Вони мають як властивості рідини (плинність), так і властивості твердого тіла (анізотропія електропровідності, теплопровідності, діелектричної проникності, магнітної сприйнятливості, оптичних властивостей).

Такий стан характерний для речовин, які мають довгі молекули. Існують *ліотропні* і *термотропні* рідкі кристали. Перші поширені в живих організмах (мембрани клітин, віруси), це розчини мила у воді та ін. Термотропні рідкі кристали існують у певному інтервалі температур.

За ступенем упорядкованості молекул розрізняють *нематичні*, *смектичні* і *холестеричні рідкі кристали*. У нематичних кристалах ниткоподібні молекули орієнтуються паралельно (рис. 8.5,а). У смектичних кристалах молекули розташовуються шарами паралельно один до одного (рис. 8.5,б). У холестеричних кристалах (різновид нематичних) молекули в одній площині розміщуються паралельно одна до одної, але молекули кожної наступної площини повернуті на деякий кут відносно попередньої, утворюючи спіралеподібну форму (рис.8.5,в).

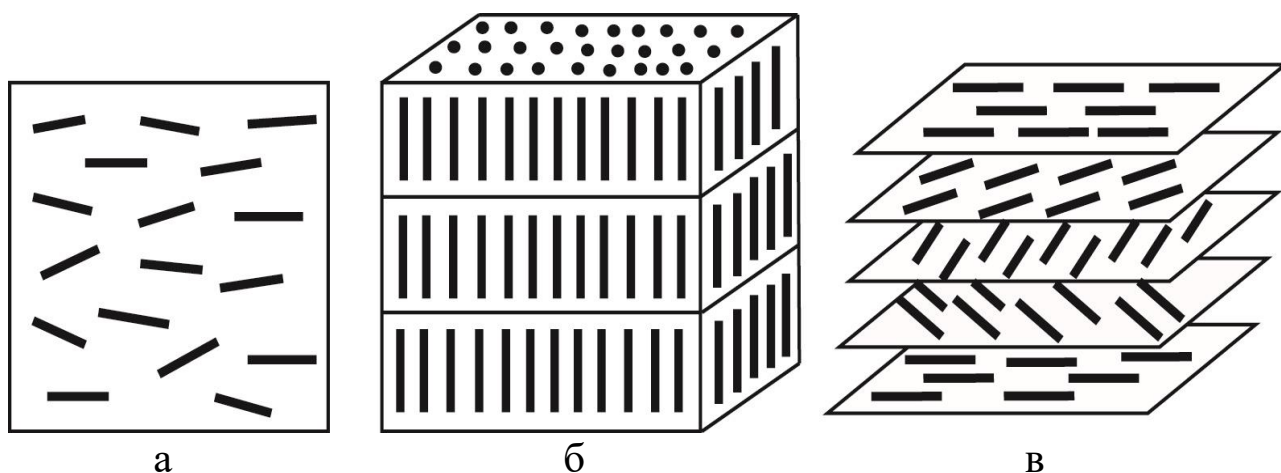


Рис.8.5

Рідкі кристали мають впорядковану структуру, яка дозволяє молекулам переміщуватися поступально, і не дозволяє їм обертатися. Молекули рідких кристалів змінюють орієнтацію під впливом малих електричних і магнітних полів, що використовується для візуалізації інформації в рідкокристалічних моніторах комп'ютерів, телевізорів часах та ін. Холестеричні рідкі кристали змінюють забарвлення при зміні температури, що застосовується для вимірювання температури.

Система «мило – вода» – типовий приклад ліотропного смектичного рідкого кристала. Молекула мила має головку, яка розчиняється у воді, і вуглеводний, не розчиненого у воді, ланцюжок. Від'ємним електричним зарядом мильні диполі орієнтуються перпендикулярно до молекул води. Виникає структура подвійних шарів, в якій подвійний молекулярний шар мила межує з шаром води (рис.8.6,а).

Шарувата структура забезпечує рухливість шарів. Мило, як поверхнево-активна речовина, зменшує поверхневий натяг води, проникає в пори, зменшує сили зв'язку забруднюючих частинок з поверхнею, завдяки чому вони легко переходять у миючий розчин. Бішарувата ліпідна фаза біологічних мембран подібна системі мило-вода. Щоб позбутися країв, біліпідний шар намагається замкнутися на себе, набуваючи кільцеподібної форми (рис 8.6,б). Важливу роль рідкокристалічний стан біологічних мембран відіграє у процесах йонного транспорту, механізмах фотосинтезу і зору, в процесах самоорганізації біологічних структур.

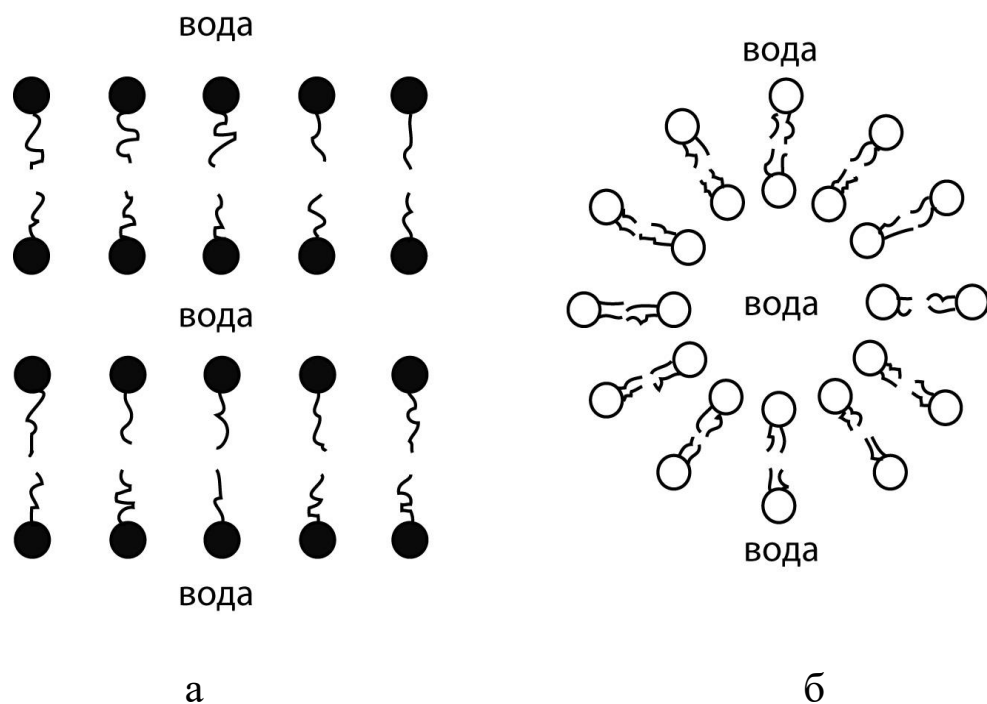


Рис.8.6

Контрольні запитання

1. Чим реальний газ відрізняється від ідеального?
2. Запишіть рівняння Ван-дер-Ваальса.
3. Чому внутрішня енергія реального газу залежить від об'єму?
4. Який фізичний зміст коефіцієнтів a і b у рівнянні Ван-дер-Ваальса.
5. Чим відрізняється газ від пари?
6. Чим обумовлені аномальні властивості води?
7. Які особливості поверхневого шару рідини?
8. Дайте визначення коефіцієнта поверхневого натягу.
9. Як проявляється явище змочування?
10. Чим пояснюють наявність крайових кутів?
11. За якою формулою визначається додатковий тиск на рідину?
12. Що називається капілярами?
13. Які явища називаються капілярними?
14. Що називається рідкими кристалами?
15. Які існують види рідких кристалів?
16. Якими властивостями характеризуються рідкі кристали?
17. Як розрізняють рідкі кристали за ступенем упорядкованості?
18. Яка роль рідкокристалічних кристалів у біологічних структурах?

9. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

9.1. Внутрішня енергія

Термодинаміка – це розділ фізики, у якому вивчають теплові явища в газах, рідинах і твердих тілах на основі процесів перетворення енергії. Молекули і атоми речовини безупинно рухаються і взаємодіють між собою, тому речовина має внутрішню енергію.

Внутрішня енергія термодинамічної системи U – це сума кінетичних E_i^k і потенціальних E_i^n енергій усіх частинок (молекул або атомів), які утворюють систему:

$$U = \sum_{i=1}^n E_i^k + \sum_{i=1}^n E_i^n. \quad (9.1)$$

Кінетичну енергію частинки і тіла набувають унаслідок руху, а потенціальну – внаслідок взаємодії між собою. Кінетична енергія молекул залежить від числа незалежних координат (ступенів вільності), які має тіло в процесі руху. Рух твердого тіла в просторі визначається трьома поступальними ступенями вільності і трьома обертальними. Одноатомна молекула має три поступальних ступені вільності, двоатомна – три поступальних і два обертальних, трьохатомна – три поступальних і три обертальних. Якщо атоми в молекулі коливаються (при високих температурах), то виникають і коливальні ступені вільності. Взагалі число ступенів вільності становить:

$$i = i_{\text{пост.}} + i_{\text{об.}} + 2i_{\text{кол.}} \quad (9.2)$$

На коливальну ступінь вільності припадає кінетична і потенціальна енергія, тому з'являється коефіцієнт 2. Больцман встановив закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності: в середньому на кожну ступінь вільності припадає однакова енергія

$$E^k = \frac{i}{2} kT, \text{ де } k = 1,38 \cdot 10^{-38} \text{ Дж/К} \text{ – стала Больцмана.}$$

Внутрішня енергія ідеального газу дорівнює добутку числа молекул N на середню кінетичну енергію однієї молекули:

$$U = E^k \cdot N = \frac{i}{2} kT \cdot N = \frac{i}{2} kT \cdot N_A \cdot \nu = \frac{i}{2} \nu RT. \quad (9.3)$$

Підставимо число молей ν . Тоді внутрішня енергія ідеального газу:

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT, \quad (9.4)$$

де $R = \kappa \cdot N_A$ – універсальна газова стала.

З формули (9.4) видно, що для заданої маси m внутрішня енергія ідеального газу і її зміна ΔU залежать тільки від температури і тому є функцією стану термодинамічної системи.

9.2. Робота ідеального газу

Розглянемо процес квазістатичного розширення газу в циліндрі об'ємом V під поршнем площею S при постійному тиску (рис. 9.1). Газ, розширюючись, тисне на поршень, і виконує роботу:

$$A = F \cdot \Delta h = p \cdot S \cdot \Delta h = p\Delta V. \quad (9.5)$$

Якщо тиск газу змінюється, то робота дорівнює сумі робіт при малих змінах об'єму dV :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (9.6)$$

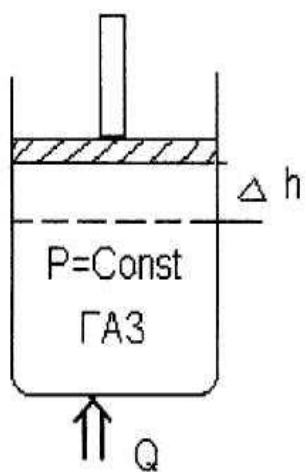


Рис. 9.1.

Робота газу при постійному тиску дорівнює добутку тиску на зміну об'єму (рис.9.2). Якщо термодинамічна система тіл виконує роботу, то внутрішня енергія зменшується ($A = -\Delta U$). Робота над системою приводить до збільшення внутрішньої енергії системи: ($\Delta U = -A$).

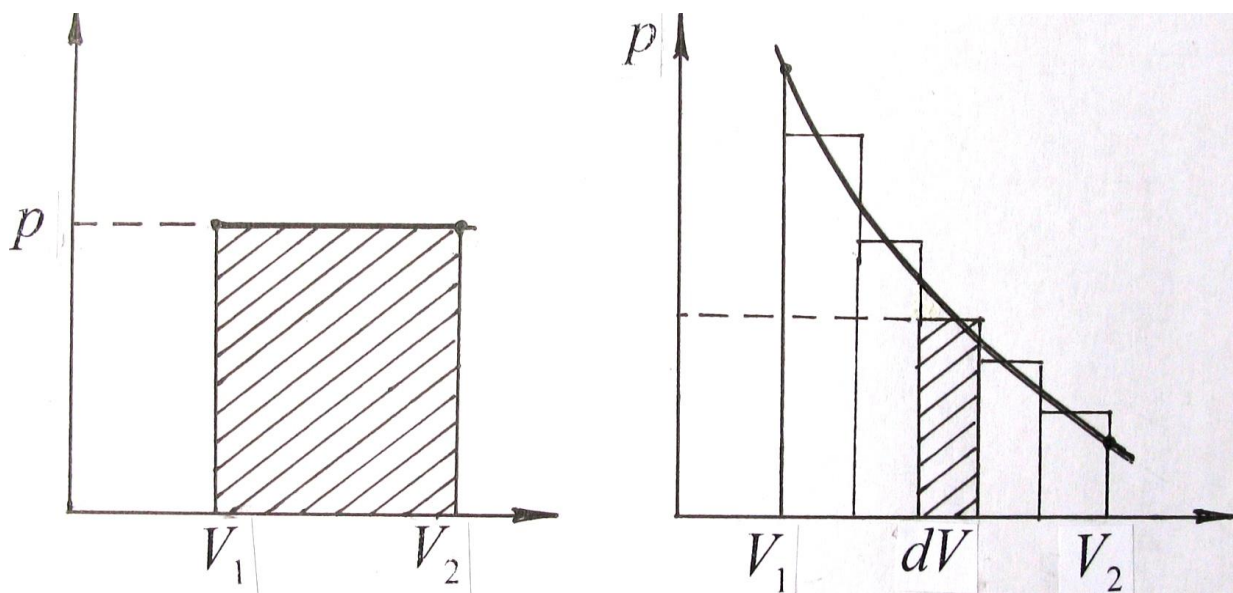


Рис.9.2

Розглянемо роботу газу при ізопроцесах:

1. Ізотермічний процес ($T = \text{const}$):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad (9.7)$$

де $p = \frac{\nu RT}{V}$ – рівняння Менделєєва-Клапейрона.

2. Ізобарний процес ($p = \text{const}$):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1). \quad (9.8)$$

3. Ізохорний процес ($V = \text{const}$):

$$A = \int_V^V p dV = 0. \quad (9.9)$$

Розглянемо круговий термодинамічний квазістатичний процес (цикл). Циклічним називається процес, у результаті якого система переходячи через проміжні стани, повертається в початковий стан.

Нехай термодинамічна система переходить з точки 1 з параметрами p_1, V_1, T_1 у точку 2 з параметрами p_2, V_2, T_2 по шляху 1-а-2, а з точки 2 в точку 1 по шляху 2-б-1(рис.9.3). У такому процесі робота дорівнює різниці робіт, тому робота по замкненому шляху не дорівнює нулю:

$$A = \oint_V p dV \neq 0. \quad (9.10)$$

Таким чином, робота не є функцією стану тому, що не характеризує термодинамічну систему, оскільки залежить від форми шляху переходу.

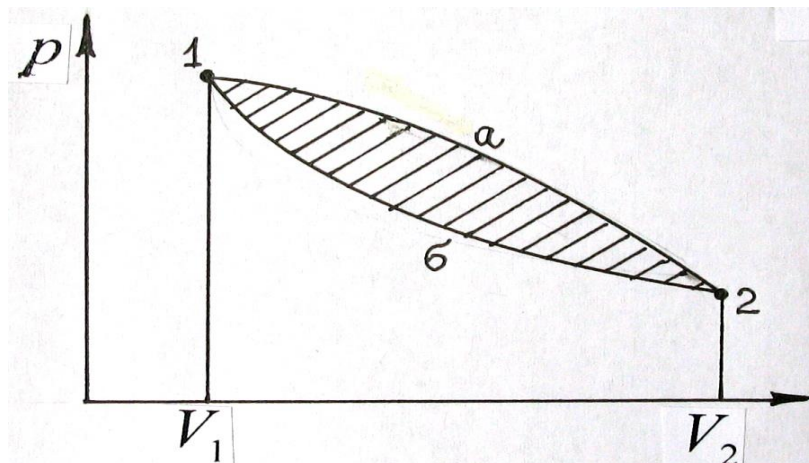


Рис 9.3

Теплопередачею (теплообміном) називається процес зміни внутрішньої енергії ΔU термодинамічної системи без виконання роботи. Мірою зміни внутрішньої енергії ΔU при теплопередачі є кількість теплоти Q . Важливою фізичною характеристикою речовини є теплоємність. Загальна теплоємність будь-якого тіла – кількість теплоти, яка потрібна для нагрівання тіла на один градус.

Питоною теплоємністю називається величина, що чисельно дорівнює кількості теплоти dQ , яку необхідно передати одиниці маси ($m = 1\text{кг}$) речовини для нагрівання її на один Кельвін ($dT = 1\text{K}$):

$$C = \frac{dQ}{m \cdot dT}; \quad [C] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}. \quad (9.11)$$

За формулою (9.11) можна обчислити кількість теплоти Q , яка потрібна для нагрівання будь-якого тіла.

Молярною теплоємністю називається величина, чисельно рівна кількості теплоти dQ , яку необхідно передати одному молю речовини для нагрівання її на один Кельвін:

$$\tilde{C} = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} = \frac{M \cdot dQ}{m \cdot dT} = M \cdot C. \quad (9.12)$$

Газ можна нагріти при постійному тиску або при постійному об'ємі, тому розрізняють теплоємність при постійному об'ємі C_V і при постійному тиску C_p . Знайдемо молярну теплоємність при постійному об'ємі:

$$\tilde{C}_V = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} = \frac{dU}{\nu \cdot dT}. \quad (9.13)$$

Заміняємо dQ на dU тому, що робота при постійному об'ємі не виконується. Молярна теплоємність при постійному тиску:

$$\tilde{C}_p = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} = \frac{dU}{\nu \cdot dT} + \frac{pdV}{\nu \cdot dT} = \tilde{C}_V + R, \quad (9.14)$$

де R – робота одного моля газу при збільшенні температури на 1K при постійному тиску – універсальна газова стала. Рівняння (9.15) було отримано Р. Майєром (1814 – 1878). Підставимо у формули теплоємності значення внутрішньої енергії:

$$\tilde{C}_V = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dU}{dT} \right)_V = \frac{1}{\nu} \frac{d}{dT} \left(\frac{i}{2} \nu RT \right) = \frac{i}{2} R. \quad (9.15)$$

$$\tilde{C}_p = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dU}{dT} \right)_p + \frac{1}{\nu} \left(\frac{dA}{dT} \right)_p = \frac{i}{2} R + R. \quad (9.16)$$

Внутрішня енергія і швидкість її зміни $\frac{dU}{dT}$ не залежать від p і V .

9.3. Перший закон термодинаміки

Перший закон термодинаміки – це закон збереження енергії в термодинамічних процесах. Якщо підводити до циліндра ззовні теплоту (рис.9.1), то вона, згідно з законом збереження енергії, витрачається на роботу переміщення поршня і на зростання внутрішньої енергії системи внаслідок теплопередачі.

Кількість теплоти Q , що передана системі (тілу), дорівнює сумі зміни її внутрішньої енергії ΔU і роботі A системи проти зовнішніх сил:

$$Q = \Delta U + A. \quad (9.17)$$

З першого закону термодинаміки випливає, що **внутрішню енергію термодинамічної системи можна змінити або шляхом виконання роботи, або шляхом теплопередачі (теплообміну).**

Застосуємо перший закон термодинаміки до ізопроцесів у газах.

1. При ізотермічному розширенні ($m = \text{const}$, $T = \text{const}$) зміна внутрішньої енергії газу дорівнює нулю ($\Delta U = 0$), тому що $\Delta T = 0$. Передана газу кількість теплоти Q при ізотермічному процесі іде на виконання роботи розширення газу: $Q = A$.

2. При ізобарному розширенні ($m = \text{const}$, $p = \text{const}$) газ нагрівається і виконує роботу $Q = \Delta U + A$.

3. При ізохорному нагріванні ($m = \text{const}$, $V = \text{const}$) робота газу дорівнює нулю ($A = 0$). Передана системі (газу) кількість теплоти Q іде на збільшення внутрішньої енергії $Q = \Delta U$.

9.4. Фазові перетворення. Діаграма стану

Фазою називається термодинамічний рівноважний стан речовини, що відрізняється за своїми фізичними властивостями від інших можливих рівноважних станів тієї ж речовини. Наприклад, якщо в закритій посудині перебуває вода – система є двофазною: рід-

ка фаза – вода і газоподібна фаза – насичена пара. Якщо у воду кинути шматочки льоду, то система стане трифазною.

Фазовий перехід – це перехід речовини з однієї фази в іншу. Фазові переходи першого роду завжди супроводжуються стрибкоподібними змінами об'єму, внутрішньої енергії, ентропії, поглинанням або виділенням теплоти. Приклад фазового переходу першого роду – зміна агрегатного стану речовини (плавлення, кристалізація, кипіння). Фазові переходи другого роду не пов'язані з поглинанням чи виділенням теплоти та зміною об'єму. Вони супроводжуються зміною теплоємності (перехід феромагнетика в парамагнітний стан, перехід металів у надпровідний стан, перехід гелію у надплинний стан).

Двофазна система перебуває у рівновазі тільки у визначеному інтервалі температур. Рівновагу фаз можна зобразити у вигляді діаграми стану в координатах p - T , де кожному значенню температури відповідає відповідне значення тиску (рис 9.4). Крива випаровування відповідає точкам, у яких газ і рідина перебувають у рівновазі, крива плавлення – рівновазі твердого і рідкого станів, крива сублімації – рівновазі твердої і газоподібної фази. Всі криві перетинаються в точці, яка називається потрійною. Температура і тиск потрійної точки води становлять $T_{nm} = 273,16\text{K}$, $p_{nm} = 610\text{ Па}$.

Зміна температури фазового переходу залежно від зміни тиску описується рівнянням Клапейрона-Клаузіуса:

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T(V_2 - V_1)}{\lambda}, \quad (9.18)$$

де $(V_2 - V_1)$ – зміна об'єму внаслідок переходу з однієї фази в іншу; T – абсолютна температура; p – тиск.

Доведено, що при зниженні температури у фосфоліпідній мембрані відбувається фазовий перехід першого роду з рідкокристалічного у гель-стан, який відіграє важливу роль у холодостійкості рослин.

Розглянемо деякі фазові перетворення. Більшість твердих тіл є **кристалічними**. У кристалах атоми утворюють у просторі кристалічну решітку.

Плавленням твердих тіл називається перехід речовини з твердого (кристалічного) стану в рідке. Плавлення простих речовин відбувається при постійній температурі $T_{пл}$, яка називається **температурою плавлення**. При температурі плавлення тіло перебуває одночасно у твердому і рідкому станах.

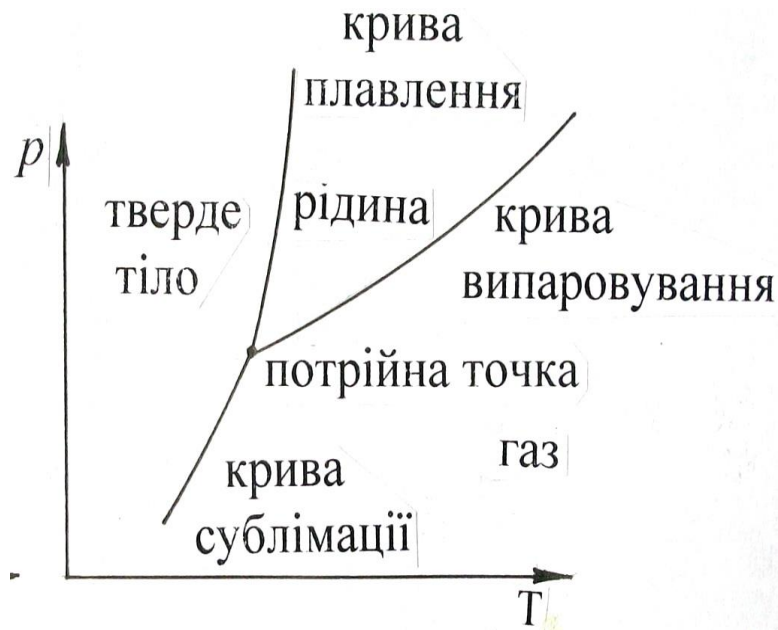


Рис.9.4

Вся кількість теплоти Q , що підводиться до твердого тіла при плавленні, іде на руйнування кристалічної решітки, тому тіла плавляться при постійній температурі (сплави плавляться в деякому інтервалі температур).

Питомою теплотою плавлення λ називається величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти Q , яка необхідна для переходу одиниці маси m кристалічної речовини в рідкий стан при температурі плавлення ($T_{пл}$):

$$\lambda = \frac{Q}{m}. \quad (9.19)$$

Одиниця виміру питомої теплоти плавлення Дж/кг .

Перехід речовини з рідкого у твердий стан називається кристалізацією. Цей процес проходить при постійній температурі кристалізації $T_{крисст}$, яка дорівнює температурі плавлення $T_{пл}$. Питомою теплотою кристалізації λ дорівнює питомій теплоті плавлення.

Процес переходу речовини з рідкого стану в газоподібний називається пароутворенням. *Пароутворення, що відбувається при будь-якій температурі з вільної поверхні рідини, називається випаровуванням.* Молекули, які вилітають при випаровуванні, називаються паром цієї рідини. Випаровування з твердого стану називається сублімацією.

При випаровуванні з рідини вилітають молекули, які мають найбільшу кінетичну енергію, тому рідина охолоджується. Якщо випаровування відбувається в закритій посудині, то через якийсь час *наступає динамічна (рухлива) рівновага* між процесами випаровування і конденсації. Конденсація – процес перетворення пари в рідину. При рівновазі кількість молекул, які переходять у пару, дорівнює кількості молекул які переходять з пари у рідину. *Пара, що перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною, називається насичуючим (насиченим) паром.*

Кипінням називається процес інтенсивного пароутворення не тільки з вільної поверхні, але й з усього об'єму рідини. Рідина випаровується в бульбашки пари, які утворюються при кипінні. Температурою (точкою) кипіння називається температура рідини, при якій тиск її насиченої пари (p_H) не на багато перевищує зовнішній тиск p :

$$p_H \geq p + \frac{2\sigma}{R}. \quad (9.20)$$

У процесі кипіння температура рідини залишається постійною. *Питомою теплотою паротворення r називається величина, чисельно рівна кількості теплоти Q , яка необхідна для перетворення в пару одиниці маси m рідини при температурі кипіння:*

$$r = \frac{Q}{m}. \quad (9.21)$$

Одиниця вимірювання питомої теплоти паротворення – Дж/кг. При зворотному процесі (конденсації) *виділяється та сама кількість теплоти Q , що і при пароутворенні.*

При згорянні палива виділяється теплова енергія. Паливо характеризують *питомою теплотою згорання:*

$$\lambda = \frac{Q}{m}. \quad (9.22)$$

Питома теплота згорання палива чисельно дорівнює кількості теплоти Q , що виділяється при повному згорянні одиниці маси палива. Одиниця виміру λ – Дж/кг.

9.5. Адіабатичний процес. Рівняння Пуассона

Адіабатичним називається термодинамічний процес, який відбувається в системі без теплообміну із зовнішнім середовищем: $Q = const$, $\Delta Q = 0$. Застосовуючи перший закон термодинаміки, отримаємо:

$$A = -\Delta U \quad \text{або} \quad \Delta U = -A. \quad (9.23)$$

З формули (9.23) випливає, що адіабатичне розширення газу відбувається за рахунок зменшення внутрішньої енергії газу, а робота зовнішніх сил ($-A$) над системою приводить до збільшення внутрішньої енергії системи. Рівняння адіабатичного процесу (рівняння Пуассона) у координатах p - V має вигляд:

$$pV^\gamma = const, \quad (9.24)$$

де $\gamma = C_p/C_v$.

Використовуючи рівняння Менделєєва-Клапейрона і рівняння адіабати, можна виразити рівняння Пуассона в координатах T - V і p - T :

$$TV^{\gamma-1} = const; \quad p^{1-\gamma}T^\gamma = const. \quad (9.25)$$

Оскільки γ більше одиниці, то крива адіабати в координатах p - V спадає швидше ніж ізотерми (рис.9.5).

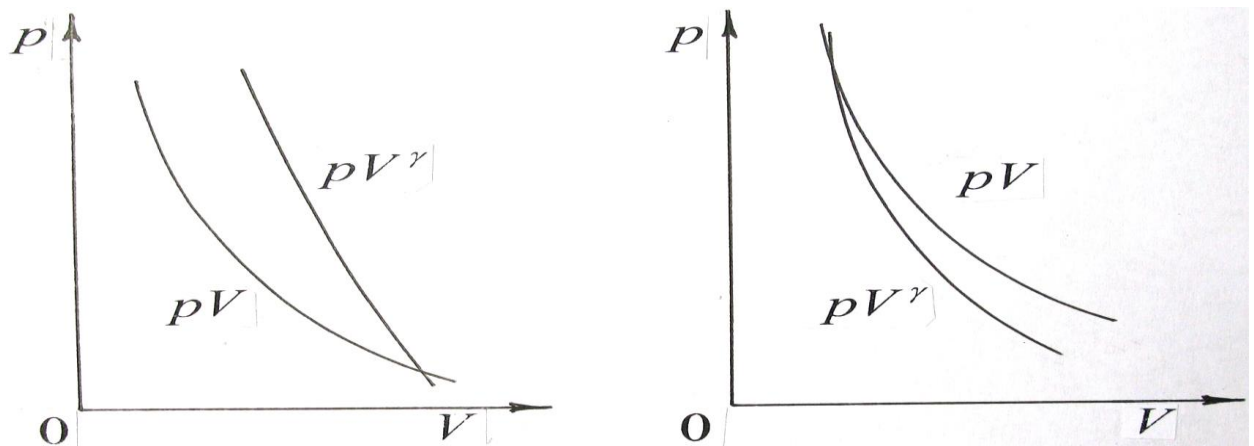


Рис.9.5

При адіабатичному розширенні газу частина внутрішньої енергії перетворюється на роботу, тобто:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = - \int_{T_1}^{T_2} \nu \tilde{C}_v dT = \nu \tilde{C}_v (T_1 - T_2). \quad (9.26)$$

Роботу при адіабатичному розширенні газу можна також знайти за формулою:

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \nu \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \nu \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{p_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma - 1) T_1}. \quad (9.27)$$

9.6. Ефект Джоуля-Томсона. Зрідження газів

Внутрішня енергія ідеального газу визначається кінетичною енергією поступального руху молекул

$$U_i = \nu \cdot C_V \cdot T, \quad (9.28)$$

де $\nu = \frac{m}{M}$ – число молів; C_V – молярна теплоємність при постійному об'ємі.

Внутрішня енергія реального газу визначається також від'ємною потенціальною енергією взаємодії молекул і залежить від об'єму газу:

$$U_i = \nu \cdot C_V T - \nu^2 \frac{a}{V}. \quad (9.29)$$

Д. Джоуль (1818 – 1889) і У. Томсон (1824 – 1907) виявили, що при адіабатичному розширенні реального газу через пористу перегородку з перепадом тисків (дроселюванні) він нагрівається або охолоджується. Ефект Джоуля-Томсона використовується для зрідження газів. Для зрідження газів, з низькою критичною температурою, використовують методи дроселювання та розширення стисненого газу з виконанням роботи.

Низькі температури і зріджені гази широко застосовуються в науці, техніці, медицині, сільському господарстві. Азот має критичну температуру нижчу ніж кисень, раніше випаровується з рідкого повітря і в облозі залишається кисень. Фракційне випаровування повітря використовується для одержання азоту, гелію, неону, радону, аргону, криптону, ксенону. У кінці минулого століття виникла кріобіологія – наука що вивчає дію низьких температур на живі організми і рослини, способів захисту живих клітин при заморожуванні та ін. Живі клітини рослин та тварин гинуть при охолодженні, що зумовлено руйнуванням мембрани клітин унаслідок утворенням льоду всередині клітини. Для зберігання тривалий час при низьких температурах крові, живих біологічних тканин, фрагментів нирок і кісток, хрящової та

нервової тканини застосовують кріопротектори (гліцерин, гліколі) і охолодження з великою швидкістю (до 1000 К/с).

9.7 Теплова машина. Другий закон термодинаміки

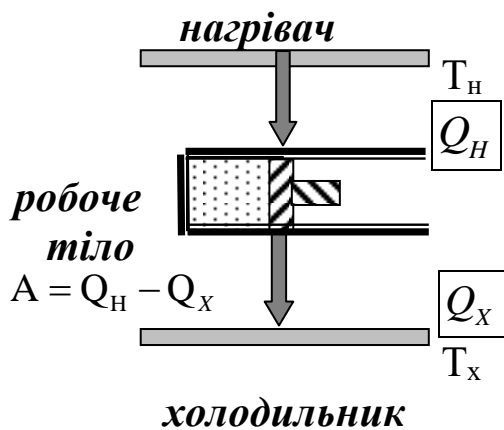


Рис. 9.6

Тепловою машиною називається пристрій, у якому енергія палива, що виділяється при його згорянні, перетворюється в механічну роботу. Теплова машина складається з трьох основних частин: *нагрівача, робочого тіла і холодильника* (рис. 9.6). Робоче тіло одержує від нагрівача кількість теплоти Q_H і виконує корисну роботу A_k .

Проаналізуємо роботу теплової машини: теплова машина працює циклами; в основі лежать декілька процесів; частина тепла передається холодильнику.

Коефіцієнт корисної дії теплової машини (теплогового двигуна) обчислюють за формулою:

$$\eta = \frac{A_k}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{Q_X}{Q_H}, \quad (9.30)$$

де $A_k = Q_H - Q_X$ – корисна робота, що виконується робочим тілом.

У 1824 р. французький військовий інженер Саді Карно (1796 – 1832) довів, що найбільш економічними є теплові машини, цикл яких складається з двох ізотерм T_H і T_X та двох адіабат 1–4 і 2–3 (рис.9.7).

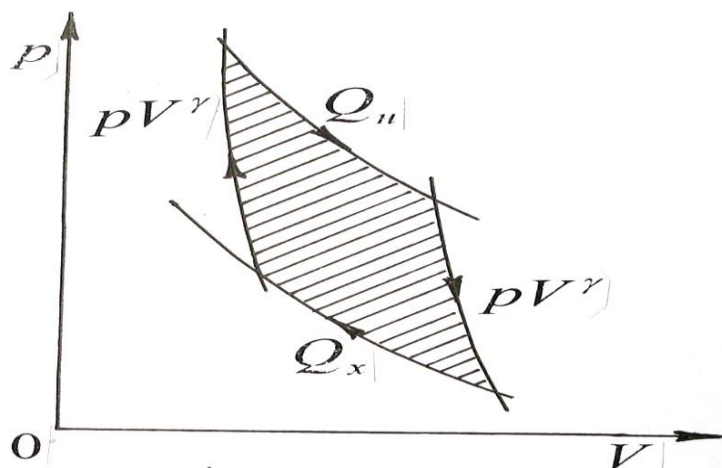


Рис.9.7

Визначимо коефіцієнт корисної дії (*ккд*) циклу Карно. На ділянці 1 – 2 газ розширюється ізотермічно ($\Delta U = 0$), тому робота газу дорівнює кількості отриманої теплоти Q_H :

$$A_{12} = Q_H = \nu RT_H \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (9.31)$$

На ділянці 3 – 4 газ стискується ізотермічно і віддає теплоту Q_x :

$$A_{34} = -Q_x = \nu RT_x \ln \frac{V_3}{V_4}. \quad (9.32)$$

При адіабатичному розширенні 1 – 2 і стисненні 3 – 4 робота однакова, але різна за знаком, тому не вносить зміни в баланс теплоти і *ккд* циклу Карно:

$$\eta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \nu R \cdot \frac{T_H \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - T_x \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_H \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (9.33)$$

Точки 1,2,3,4 одночасно належать як ізотермам, так і адіабатам, то можна записати рівняння адіабат:

$$T_H \cdot V_2^{\gamma-1} = T_x \cdot V_3^{\gamma-1}, \quad T_H \cdot V_1^{\gamma-1} = T_x \cdot V_4^{\gamma-1}. \quad (9.34)$$

Поділивши почленно перший вираз на другий, отримаємо:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \quad (9.35)$$

Підставивши (9.35) у формулу (9.33), отримаємо:

$$\eta = -\frac{T_H - T_x}{T_H} = 1 - \frac{T_x}{T_H}. \quad (9.36)$$

Теорема Карно: коефіцієнт корисної дії η_i ідеального теплового двигуна, що працює за циклами Карно, не залежить від природи робочого тіла і визначається тільки температурами нагрівача T_H і холодильника T_x ; ккд машини, яка працює циклами Карно завжди більше ккд будь-якої реальної машини $\eta_i > \eta$.

Тепловими двигунами є: парові машини, парові і газові турбіни, реактивні двигуни, двигуни внутрішнього згоряння і т. ін. Сучасні теплові машини працюють на базі різних процесів: цикл бензинового

двигуна складається з двох адіабат і двох ізохор (рис.9.8,а); цикл дизеля складається з двох адіабат, ізобари та ізохори (рис.9.8,б).

З формули (7.22) видно, що в корисну роботу перетворюється тільки частина підведеної до робочого тіла теплоти. За оцінками, близько 90 % потужностей у світі припадає на двигуни внутрішнього згорання. При згоранні палива, окрім теплового забруднення, у вихлопних газах міститься до 200 різних хімічних речовин, у тому числі канцерогенних. Основним забруднювачем є свинець, який у вигляді тетраетилсвинцю додається до бензину для збільшення октанового числа. Неетилований високооктановий бензин отримують створенням у ньому підвищеного вмісту молекул з розгалуженими ланцюгами, що досягається глибокою перегонкою нафти. У вихлопних газах за наявності надлишку кисню зростає концентрація NO. Ця проблема частково вирішується повторним введенням частини вихлопних газів до нової порції паливної суміші. Дизельне паливо містить більшу кількість сірки, яка при згоранні утворює оксиди. Сірка при взаємодії з водяною парою призводить до утворення сірчаної кислоти. У Західній Європі та США діють жорсткі обмеження на вміст сірки в бензині. Дизельне паливо фактично без сірки отримують завдяки поглибленій переробці нафти.

Другий закон термодинаміки було сформульовано на підставі аналізу роботи теплової машини.

Формулювання Кельвіна-Планка: *неможливо здійснити пристрій, який працює циклами, дія якого зводилась би тільки до виконання роботи за рахунок тепла отриманого від нагрівача.*

Формулювання Клаузіуса: *неможливо здійснити пристрій, який працює циклами, дія якого зводилась би до переносу тепла від холодного тіла до нагрітого без виконання роботи.*

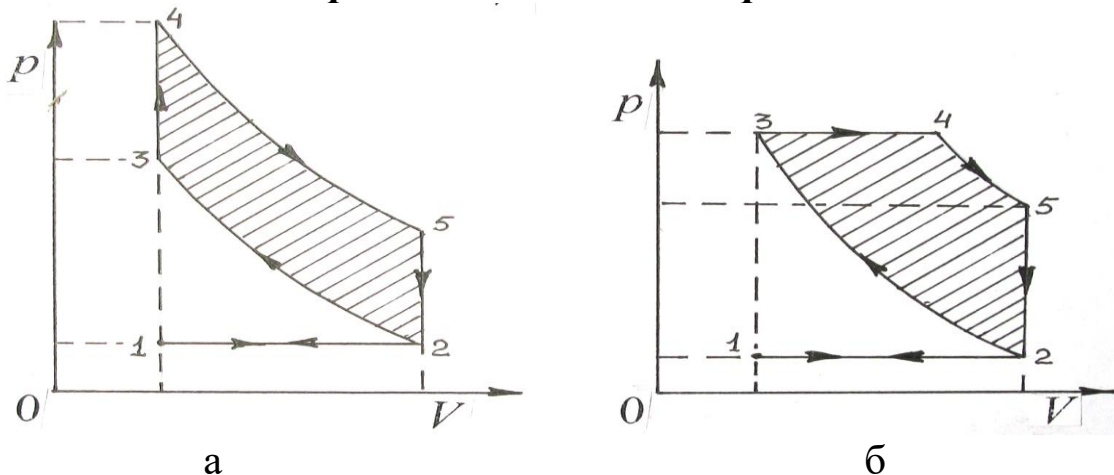


Рис.9.8

9.8 Ентропія. Статистична інтерпретація ентропії

Коефіцієнт корисної дії теплової машини, яка працює за оборотним циклом Карно:

$$1 - \frac{Q_x}{Q_n} = 1 - \frac{T_x}{T_n}. \quad (9.37)$$

Запишемо цей вираз у такій формі:

$$\frac{Q_n}{T_n} + \left(-\frac{Q_x}{T_x} \right) = 0. \quad (9.38)$$

Фізична величина, яка визначається відношенням кількості теплоти, одержаної при сталій температурі, до температури, при якій відбувається теплопередача, називається зведеною кількістю теплоти. Для реального нестатичного необоротного процесу зведена кількість теплоти менше нуля:

$$\frac{Q_n}{T_n} + \left(-\frac{Q_x}{T_x} \right) < 0. \quad (9.39)$$

Вирази (9.38) і (9.39) були отримані німецьким фізиком Клаузіусом (1822 – 1888). Перейшовши до замкнутого циклу, який можна отримати при проходженні нескінченно великої кількості елементарних циклів, отримуємо нерівність Клаузіуса у загальному вигляді, тобто математичний запис другого закону термодинаміки: **сумарна зведена кількість теплоти при оборотному квазістатичному процесі дорівнює нулю, а при нестатичному менше нуля.**

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0, \quad (9.40)$$

де δQ – прирощення кількості теплоти (кількість отриманої теплоти не характеризує однозначно термодинамічну систему, тобто не є функцією стану системи).

Функція стану термодинамічної системи S , прирощення якої dS (ΔS) дорівнює зведеній теплоті, отриманій при сталій температурі, називається ентропією:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}; \quad \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (9.41)$$

Ентропія не залежить від шляху переходу, а визначається лише

початковими і кінцевими параметрами стану. З формул (9.40) і (9.41) випливає, що зміна ентропії більше (необоротний процес) або дорівнює (оборотний процес) нулю:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}. \quad (9.42)$$

Якщо замкнена система не обмінюється енергією з навколишнім середовищем, то $\delta Q = 0$ і за будь яких процесів $\Delta S = S_2 - S_1 = 0$.

Другий закон термодинаміки стверджує, що всі процеси прямують у напрямку зростання ентропії, тобто такий процес є найбільш ймовірним. На основі статистичного аналізу термодинамічних процесів Л. Больцман встановив зв'язок між ентропією і ймовірністю стану, який називається законом Больцмана:

$$S = k \cdot \ln \Omega, \quad (9.43)$$

де Ω – термодинамічна ймовірність стану, який має ентропію S ; k – стала Больцмана.

Термодинамічна ймовірність розраховується за формулою:

$$\Omega = \frac{Z!}{N!(Z - N)!}, \quad (9.44)$$

де Z – число можливих станів; N – число частинок.

З формул (9.43) і (9.44) випливає, що найбільшою термодинамічною ймовірністю характеризується рівноважний стан, тобто найменш упорядкований стан.

Закони термодинаміки розповсюджуються і на біологічні структури. Живий організм перебуває у нерівноважному стані. Ця енергія запасена у вуглеводах і жирах їжі. З'єднуючись з киснем, вуглеводи утворюють воду і вуглекислий газ, вивільнюючи енергію. У біологічних системах процеси протікають при сталому тиску, тобто перший закон термодинаміки має вигляд:

$$\delta Q = dU + pdV = d(U + pV), \quad (9.45)$$

де величина $U + pV$ називається ентальпією системи.

Таким чином, у біологічних системах вивільнена в хімічних реакціях теплота визначається зміною ентальпії $\delta Q = dH$.

Зміст ентропії біологічних систем значно ширший, ніж поняття ентропії у газових процесах. Американський учений російського походження, лауреат Нобелівської премії (1977). Ілля Пригожин (1917 – 2003) розробив теорію нерівноважних систем. Згідно з теорією

Пригожина, у стаціонарному стані швидкість зміни загальної ентропії відкритої біологічної системи дорівнює:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS_e}{dt} + \frac{dS_z}{dt}, \quad (9.46)$$

де dS_e – зміна внутрішньої ентропії системи; dS_z – зміна зовнішньої ентропії системи.

У стаціонарному стані $S = const, dS = 0, \frac{dS}{dt} = 0$. Це означає, що для стаціонарного випадку:

$$\frac{dS_e}{dt} = -\frac{dS_z}{dt}. \quad (9.47)$$

Швидкість зміни ентропії всередині системи дорівнює швидкості її зміни внаслідок взаємодії організму із зовнішнім середовищем. Відповідно до теореми Пригожина *в системі, яка перебуває в стаціонарному стані за незмінних зовнішніх умов, швидкість зростання ентропії за рахунок внутрішніх необоротних процесів приймає мінімальне, відмінне від нуля додатне значення:*

$$\frac{dS_e}{dt} \Rightarrow \min. \quad (9.48)$$

При відхиленні системи від стаціонарного стану наростають процеси, які намагаються повернути її в стан до мінімуму ентропії. У ході необоротних процесів перетворення та дисипації (розсіяння) енергії у багатокомпонентній системі можуть виникати структури, які не властиві для стану термодинамічної рівноваги, тобто виникають процеси самоорганізації. *Галузь науки, що займається вивченням загальних закономірностей у макроскопічних системах, називається синергетикою.*

Контрольні запитання

1. Що вивчає термодинаміка?
2. Що називається термодинамічною системою?
3. Які параметри характеризують термодинамічні системи?
4. Що називається внутрішньою енергією термодинамічної системи?
5. Як розрахувати внутрішню енергію ідеального газу?
6. Що називається теплопередачею?
7. Яким способом ще можна змінити внутрішню енергію системи?
9. За якою формулою можна розрахувати зміну внутрішньої енергії

- термодинамічної системи?
8. Що називається питомою теплоємністю речовини?
 9. Що називається молярною теплоємністю речовини?
 10. Запишіть формулу Майєра.
 11. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
 12. Застосуйте перший закон термодинаміки до ізопроцесів у газах.
 13. Що називається фазою? Наведіть приклади.
 14. При яких фазових переходах поглинається теплота? Виділяється теплота? Чому?
 15. Чому під час снігопаду температура повітря підвищується?
 16. Чому плавець, що вийшов з води, відчуває холод?
 17. Який процес називається адіабатичним?
 18. Запишіть рівняння Пуассона.
 19. У чому полягає ефект Джоуля-Томсона?
 20. Що називається тепловим двигуном? Назвіть основні частини теплового двигуна.
 21. Запишіть формулу ККД теплового двигуна.
 22. Наведіть приклади теплових двигунів?
 23. Що називають ентропією. Чому в реальних процесах ентропія зростає?
 24. Запишіть формулу закону Больцмана.
 25. Що таке термодинамічна ймовірність?
 26. Сформулюйте теорему Пригожина.

10. ТВЕРДИЙ СТАН РЕЧОВИНИ

Більшість твердих тіл у природі має кристалічну будову, яка характеризується строгою періодичністю в розташуванні атомів (молекул, іонів) у просторі. Таке розташування одержало назву *дальнього порядку*. Характерна особливість кристалічного стану – *анізотропія*, тобто залежність деяких фізичних властивостей від напрямку.

Ізотропні тверді тіла являють собою переохолоджені рідини. Причина анізотропії кристалів – наявність кристалічної решітки, яка іноді виявляється у правильному зовнішньому огрануванні кристалів. Зовнішнє огранування і анізотропія кристалів часто не виявляються, тому що, як правило, тіла трапляються у вигляді полікристалів, які складаються з великої кількості безладно орієнтованих кристаликів.

У монокристалі частинки утворюють кристалічну решітку, у вузлах якої знаходяться атоми (рис.10.1,а). Такий кристал можливо

отримати шляхом багатократного повторення у трьох напрямках елементарної кристалічної комірки (рис.10.1,б). Природні монокристали досягають великих розмірів. Штучні монокристали широко використовуються в сучасній науці і техніці. Маса вирощених у Харківському НТК «Інститут монокристалів» іонних та органічних монокристалів, які використовують в ядерних дослідженнях, досягає тонни.

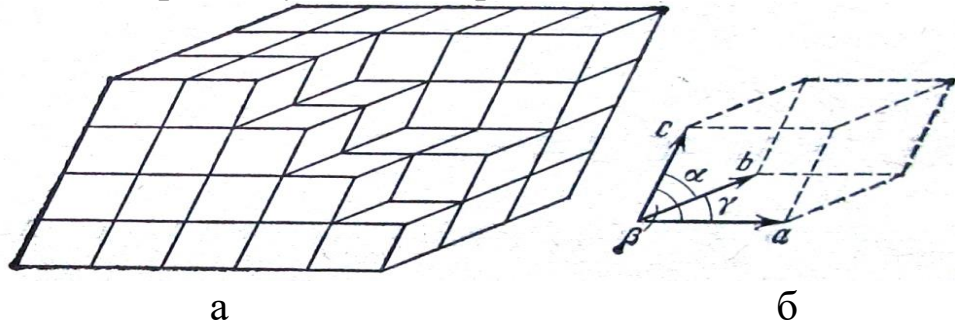


Рис.10.1

У кристалах густина розміщення частинок у різних напрямках різна. Цим зумовлена анізотропія властивостей кристалів. Залежно від природи атомів та характеру взаємодії між ними, розрізняють іонні, атомні, металічні та молекулярні кристали.

Важливою властивістю твердих тіл є симетрія – здатність решітки збігатися з собою внаслідок переміщення, обертання навколо осей, дзеркального відображення відносно певних площин та ін. Виходячи з можливих видів симетрії та розмірів ребер a, b, c і кутів α, β, γ (рис.10.1), кристали поділяють на сім кристалографічних систем (сінгоній). З урахуванням можливих елементів симетрії російський учений Є.С. Федоров показав, що існує 230 комбінацій елементів симетрії (просторові групи), які розбиваються на 32 класи. На рис.10.2 зображені кристалічні решітки більшості металів: кубічна об'ємно-центрована (рис.10.2,а), гранецентрована (рис.10.2,б), гексагональна щільна (10.2,в).

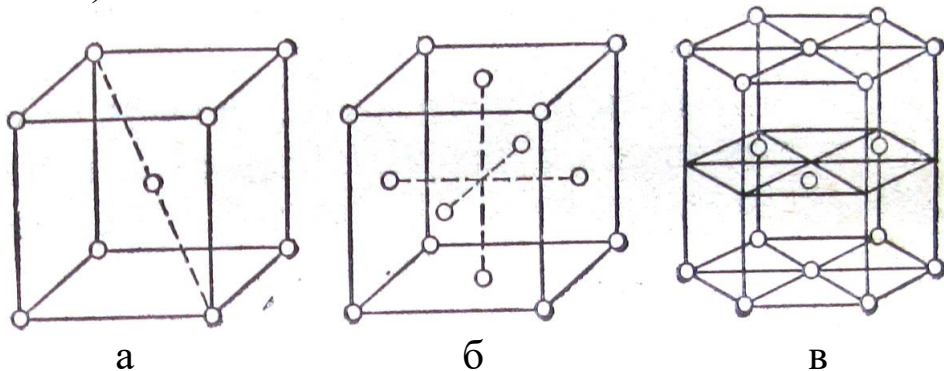


Рис.10.2

Теоретичні розрахунки показують, що міцність ідеального кристала приблизно в 1000 разів більше ніж реальна. Так теоретична міцність сталі на зсув становить:

$$\sigma = \frac{G}{2\pi} = \frac{2,16 \cdot 10^{11} \text{ Па}}{2 \cdot 3,14} = 3,44 \cdot 10^{10} \text{ Па}.$$

Реальна міцність сталі, яка не піддавалась термообробці $\approx 4 \cdot 10^8 \text{ Па}$.

Така розбіжність пояснюється порушенням ідеальної кристалічної структури – точковими і особливо лінійними дефектами. До точкових дефектів належать вакансії (відсутність атома у вузлі), атоми заміщення, атоми у міжвузлі. Точкові дефекти порушують ближній порядок, не зачіпаючи дальнього, а їх концентрація експоненціально зростає з температурою.

Лінійні дефекти (дислокації) виявляються в тому, що одна з атомних площин обривається – порушується чергування кристалічних площин. Найпростішими видами дислокацій є крайова (рис.10.3,а) та гвинтова (рис.10.4,б) дислокації. Крайова дислокація обумовлена залишковою півплощиною, яка вставлена між сусідніми шарами атомів. Лінія дислокації перпендикулярна до площини рисунка, пряма позначена так: \perp . Такі дефекти дуже знижують міцність – пластична деформація реальних кристалів спостерігається при значно менших механічних напругах тому, що міжатомні зв'язки руйнуються не одночасно, а по черзі (рис. 10.4). Таке переміщення атомів по черзі можна представити як рух дислокації.

Гвинтову дислокацію можна вважати результатом розрізання кристала по півплощині і зсуву частин решітки на один період (рис.10.4,б). Кристал з гвинтовою дислокацією фактично складається з однієї кристалічної площини, яка зігнута за хвильовою площиною. Лінія дислокації співпадає з віссю гвинта.

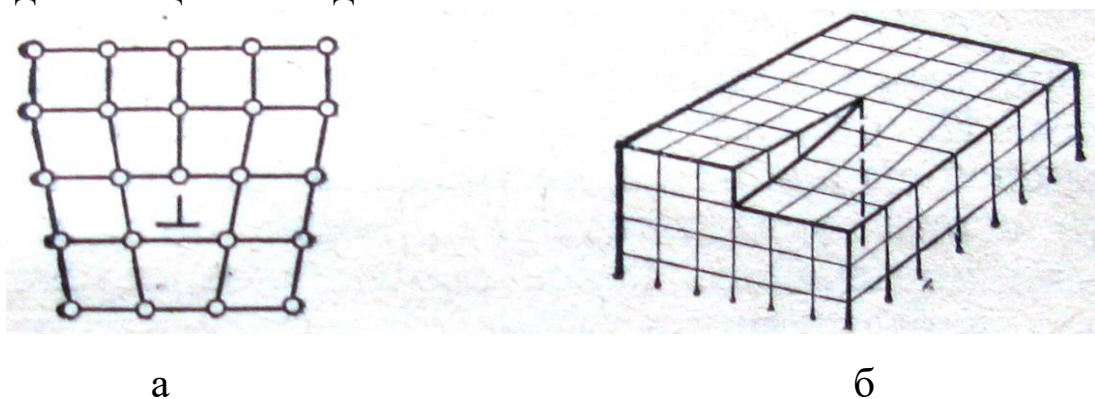


Рис.10.3

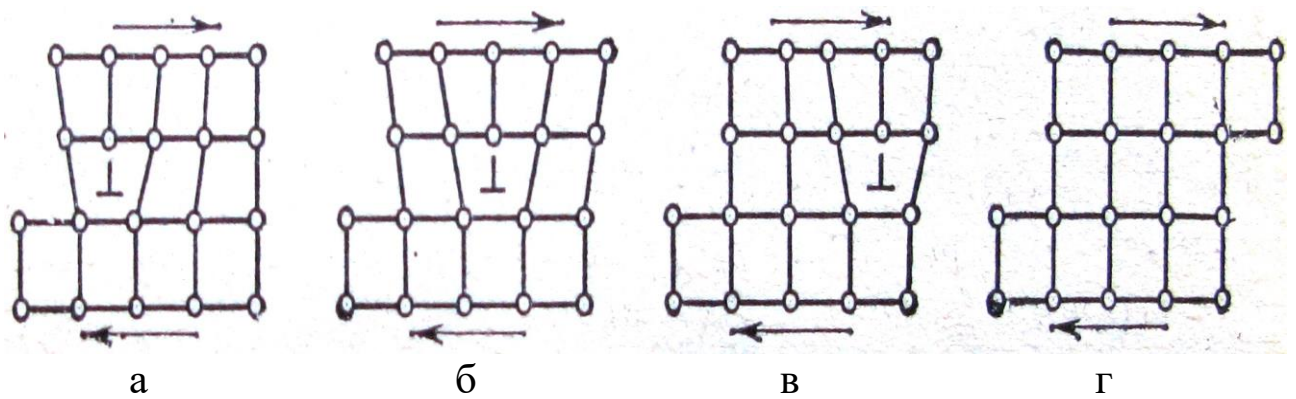


Рис.10.4

Взагалі лінії дислокацій криві і складаються з крайових і гвинтових компонентів. На рис.10.5 представлено електронно-мікроскопічну дислокаційну структуру в берилії після деформації і відпалу. Дислокації утворюють сітчасті структури і малокутові граніці блоків.

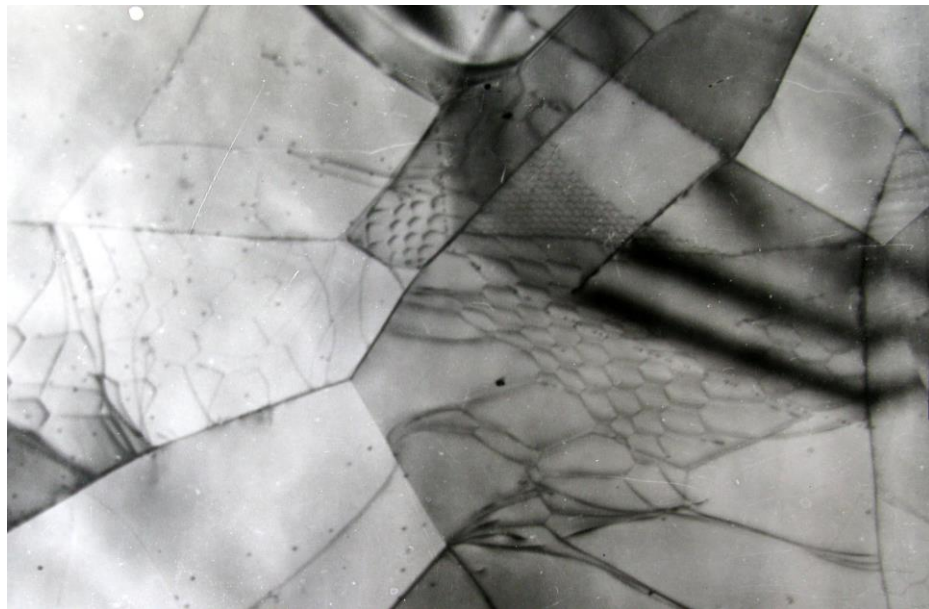


Рис.10.5

Механізм перенесення маси в твердих тілах відрізняється від механізму перенесення в рідині і газах. Для переходу атома з вузла кристалічної решітки у вакантний вузол, атом повинен володіти значною енергією коливального руху, тому залежність коефіцієнта дифузії від температури виражається експоненціальним законом

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{kT}\right), \quad (10.1)$$

де D_0 – стала, яка залежить від природи речовини; ΔW – кінетична енергія атома.

Механізм теплопровідності теж відрізняється від теплопровідності газів. У твердих тілах (діелектриках і напівпровідниках) передача тепла здійснюється завдяки коливанням атомів кристалічної решітки. У металах теплопровідність забезпечується вільними (валентними) електронами.

При достатньо високій температурі внутрішня енергія одного моля кристалічної решітки твердого тіла визначається енергією коливань частинок навколо вузлів кристалічної решітки.

$$W = W_k + W_n = 2 \cdot W_k = 2 \cdot \frac{3}{2} kT \cdot N_A = 3RT, \quad (10.2)$$

де W_k – кінетична енергія; W_n – потенціальна енергія.

Молярна теплоємність кристалічної решітки становить:

$$\tilde{C} = \frac{dU}{dT} = \frac{d}{dT}(3RT) = 3R. \quad (10.3)$$

Теплоємність хімічно простих кристалічних тіл однакова і не залежить від температури. Цей закон, що встановили французькі фізики П. Дюлонг (1785 – 1838) і А. Пті (1791 – 1820), виконується для більшості хімічних елементів і простих сполук при температурах вище кімнатної (рис.10.6). При пониженні температури теплоємність перестає підкорятися закону Дюлонга і Пті та прямує до нуля пропорційно T^3 у діелектриках та напівпровідниках і пропорційно T у металах. Температура, при якій теплоємність решітки набуває значення $3R$, є характеристичною (для різних речовин) температурою Дебая θ . Для більшості кристалів температура Дебая коливається в інтервалі температур 100 – 450 К. Виняток становлять алмаз ($\theta = 2200$ К), берилій (1000 К), кремній ($\theta = 640$ К), хром (610 К).

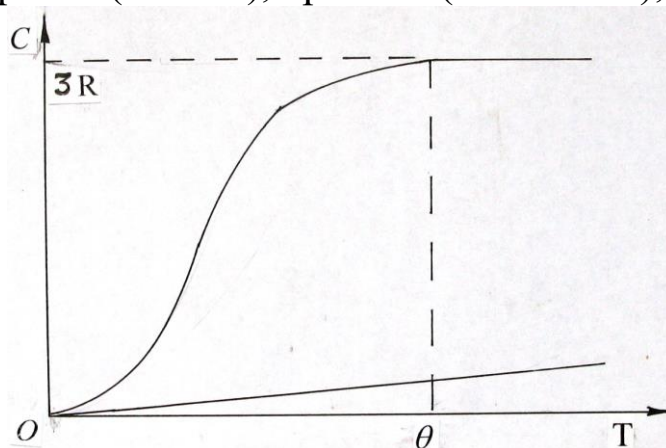


Рис.10.6

Квантова теорія теплоємності Ейнштейна-Дебая враховує взаємну залежність коливань і квантування енергії частинок кристалічної решітки. Згідно з теорією при низьких температурах виморожуються ступені вільності, внаслідок чого теплоємність зменшується. При температурі Дебая збуджуються всі коливальні ступені вільності і при подальшому збільшенні температури зростає тільки амплітуда коливань атомів. Таким чином, температура Дебая характеризує перехід від квантових властивостей кристалів до класичних.

Контрольні запитання

1. Що називається дальнім порядком у кристалі?
2. Що називається анізотропією?
3. Що називається симетрією?
4. Які види дефектів кристалічної будови ви знаєте?
5. Вакансія, атом заміщення, атом у міжвузлі.
6. Дислокація у кристалі. Які існують види дислокацій?
7. Запишіть формулу залежності коефіцієнта дифузії твердого тіла від температури.
8. Який механізм теплопровідності в діелектриках?
9. Який механізм теплопровідності в металах?
10. Чому дорівнює внутрішня енергія твердого тіла?
11. Запишіть формулу закону Дюлонга і Пті.

ДОДАТОК

Таблиця похідних та інтегралів

$$\begin{array}{ll} \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}; & \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}; \\ \frac{d}{dx}(x^{-n}) = -nx^{-n-1}; & \\ \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}; & \int \frac{dx}{x} = \lg x; \\ \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x; & \int \sin x = -\cos x; \\ \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x; & \int \cos x = \sin x; \\ \frac{d}{dx}(e^x) = e^x; & \int e^x dx = e^x; \\ \frac{d}{dx}(e^{-x}) = -e^{-x}; & e = 2,78. \end{array}$$

Значення експоненти при α значно менших одиниці ($\alpha \ll 1$)

$$e^\alpha \approx 1 + \alpha; \quad \sqrt{1+\alpha} \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha.$$

Скалярний добуток векторів

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = a \cdot b \cdot \cos \alpha;$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{b} \cdot \vec{a}).$$

Векторний добуток векторів

$$\vec{a} \times \vec{b} = a \cdot b \cdot \sin \alpha \cdot \vec{n};$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}.$$

Формули Ейлера ($i = \sqrt{-1}$)

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi;$$

$$e^{-i\varphi} = \cos \varphi - i \sin \varphi.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Грабовский Р.И. Курс физики/Р.И. Грабовский. – М.: Высш. шк., 1980. – 607 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова: учеб. пособие.– М.: Высш. шк., 1990.– 478 с.
3. Гнап А.К. Механіка та молекулярна фізика: навч. посібник / А.К. Гнап, М.Я. Рохманов. – Х.: ХНАУ, 1999. – 226 с.
4. Рохманов М.Я. Лабораторний практикум з механіки та молекулярної фізики/ М.Я. Рохманов, С.С. Авотін, А.А. Онищенко, В.В., Онищенко, В.В. Пивовар. – Х.: ХНАУ, 2012. – 74 с.
5. Вайданич В.І. Фізика / В.І. Вайданич, Г.М. Пенцак.– Львів: ЛСУУ, 2005. – 663с.
6. Фізика: підручник / І.Є. Лопатинський, І.Р. Зачек, Г.А. Ільчук, Б.М. Романішин. Львів: Афіша, 2005. – 394с.
7. Чолпан П.П. Основи фізики/ П.П. Чолпан. – К.: Вищ. шк., 1995. – 488 с.
8. Мэрион Дж. Б. Общая физика с биологическими примерами/ Дж.Б. Мэрион. – М.: Высш. шк., 1986. – 623 с.
9. Посудін Ю.І. Фізика і біофізика навколишнього середовища/ Ю.І. Посудін. – К.:Світ . – 303 с.
10. Гродзинский Д.М. Биофизика растений/ Д.М. Гродзинский. – К.: Наук. думка, 1973. – 256 с.
11. Волькенштейн М.В. Биофизика: учебник/ М.В Волькенштейн. – М.: Наука, 1988.– 592 с.
12. Биофизика: учебник/ Ю.А. Владимиров, Д.И. Рощупкин, А.Я. Потапенко, А.И. Деев.– М.: Медицина, 1983.– 272 с.
13. Лекции по биофизике / под ред. П.О. Макарова. – Л.: Изд-во ЛенГУ, 1968. –272 с.
14. Рубин А.Б. Биофизика: учеб. для биол. спец. вузов в 2-х кн. Кн.1. Теоретическая биофизика. – М.: Высш. шк., 1987.– 319 с.
15. Богданов К.Ю. Физик в гостях у биолога/ К.Ю. Богданов.– М.: Наука, 1986.– 141 с.