

## АНАЛІТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ У БАГАТОШАРОВІЙ СТРУКТУРІ ЕЛЕКТРООБІГРІВНОЇ ПІДЛОГИ

Романченко М. А.

*Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка*

*Запропоновано комп'ютерну модель теплопередачі в багаторівневій електротеплоакумулятивній системі опалення (БЕТСО), яка дає можливість вирішити ряд питань стосовно оптимізації її параметрів.*

**Постановка проблеми.** Якісна конкурентоспроможна продукція тваринництва може вироблятися тільки на базі застосування сучасних електротехнічних комплексів, які дають можливість знижувати питомі енерговитрати і підвищувати ефективність використання кормових ресурсів. Розв'язання цих задач ускладнюється самою проблемою, яка поєднує розробку не тільки ресурсощадних технологій, але і більш широке використання можливостей автоматизованих систем керування енергоспоживанням. Особливо це стосується свинарників-маточників, де знаходяться тварини різних вікових груп і на перше місце виходять технології формування і дотримання теплових стандартів мікроклімату з диференційованими зонами нагріву.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Вплив мікроклімату на організм тварин, як зазначено в [1, 2, 4, 5], складається із сукупної дії фізичних, хімічних і біологічних факторів. При цьому на формування мікроклімату суттєво впливає і кількість виділеного тваринами тепла, вологи, вуглекислого газу.

Аналіз наукових робіт присвячених питанням формування мікроклімату в тваринницьких спорудах свідчить, що найбільший вплив має температура повітря. При цьому у приміщеннях для тварин абсолютна вологість коливається від 4 до 12 г/м<sup>3</sup>. У приміщеннях для тварин відносна вологість, зазвичай, коливається від 50% до 90%. За даними [4, 5] маса порослят у приміщенні з відносною вологістю 80-85% на 36.3% менше, ніж у приміщенні з 65-70% вологості при одній і тій же температурі повітря 12-14°C. При цьому аналіз літературних джерел свідчить про те, що деякі із нормативних параметрів мікроклімату потребують уточнення, а також диференційованого підходу до нормування їх в тваринницьких спорудах в залежності від природно-кліматичних особливостей різних зон країни та вікових груп тварин [5].

**Мета статті.** Створення моделі теплопередачі в багаторівневій електротеплоакумулятивній системі опалення з керованими тепловими потоками.

**Основні матеріали дослідження.** Фізична модель БЕТСО розглядається у вигляді прямокутної призми, вершина якої являє собою поверхню підлоги, а весь масив ґрунотної структури занурений у ґрунт. Шарувата структура БЕТСО в поперечному перерізі (переріз 0AA'B) показана на рис. 1 [6].

З умов розподілу тепла в плані приміщення будемо вважати, що всередині призми має місце симетричний розподіл температури, як в площинах  $xOz$  і  $xOy$ . Таким чином, можна обмежитись лише квадрантом 0CB'B з нульовими граничними умовами для потоків

тепла на гранях означеної області 0AC''C ( $y=0$ ) та 0AB'B ( $x=0$ ).

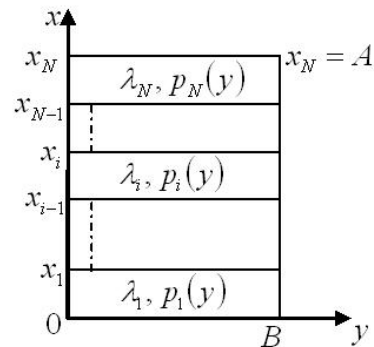


Рисунок 1 – Поперечний переріз фізичної моделі БЕТСО:  $x_i$  – координати контакту суміжних шарів ( $i=1,2,\dots,N$ ,  $N$  – кількість шарів);  $\lambda_i$  – відповідні коефіцієнти теплопровідності;  $p_i = p_i(y)$  – функції розподілу потужності джерел тепла по ширині смуги

Приймаємо дискретне симетричне по ширині смуги підведення потужності в шарах, де розташовані блоки спеціальних електронагрівників трубчатого типу (СЕТ), осі яких мають певні координати  $y = y_{i,j}^c$ . Кількість СЕТ для визначеності буде непарним так, щоб завжди був присутній СЕТ з координатою  $y=0$ . Таким чином, розподіл густини теплової потужності, що підводиться в шарі, має вигляд:

$$p_i(y) = \sum_{j=-\frac{(M_i-1)}{2}}^{\frac{(M_i-1)}{2}} p_{i,j} f(y - y_{i,j}^c), \quad (1)$$

де  $p_{i,j}$  – густина потужності джерел тепла, розподілених у СЕТ, Вт/м<sup>3</sup>;

$M_i$  – кількість СЕТ в  $i$ -му шарі;

$f_{i,j}$  – функція розподілу теплової потужності в області локалізації  $j$ -ї трубчатого нагрівника із центром у точці  $y = y_{i,j}^c$ .

Інші припущення, прийняті в розглянутій моделі:

а) розподіл густини теплової потужності в областях локалізації СЕТ приймається однаковим і незалежним від температурного режиму нагрівальної системи (НС);

б) функція розподілу теплової потужності в області локалізації СЕТ приймається у вигляді трапецієподібної форми;

в) ступінь трапецієвидної  $\varepsilon$  можна варіювати;

г) зсув найближчої до бічної грані ( $y=B$ ) труби від цієї грані вибирається однаковим для всіх активних шарів:

$$\ell_{st} = B - y_{i, \frac{(M-1)}{2}}; \quad (2)$$

д) відстань між трубами СЕТ вибирається однаковою і рівною:

$$\ell_p = \frac{2(B - \ell_{st})}{M_i}; \quad (3)$$

е) кількість активних шарів у моделі НС може бути довільним:

$$0 \leq N_A \leq N. \quad (4)$$

Розподіл потужності виду (1) означає, що переріз "труби" має вигляд квадрату зі стороною, довжина якої дорівнює товщині активного шару. Така заміна припускається з огляду на те, що для нашого аналізу найбільш цікавим є розподіл температури на поверхні підлоги, де теплове поле певною мірою вирівнюється і різниця між джерелами квадратної форми перерізу від круглої буде практично непомітною.

Активний шар будемо далі називати ярусом, причому відлік ярусів зручніше вести від поверхні підлоги в глибину нагрівальної системи.

Граничні поверхні розглянутої моделі відповідають наступним атрибутам реальної нагрівальної системи НС:

1) Верхня грань ( $x=A, -B \leq y \leq B, -C \leq z \leq C$ ) відповідає поверхні підлоги, що обмивається повітрям усередині приміщення там, де має місце конвективний теплообмін\*:

$$-\lambda_N \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=A} = \alpha (t - t_c) \Big|_{x=A}, \quad (5)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні підлоги\*\*;

$t_c$  – температура повітря в приміщенні на деякому віддаленні від поверхні підлоги;

\*теплообмін за рахунок теплового випромінювання може бути врахований приблизно, маючи на увазі, що в області повітряного середовища приміщення перепади температур набагато менше 273<sup>0</sup>C;

\*\*коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  вважаємо не залежним від температурного режиму, а лише залежним від режиму вентиляції приміщення.

2) Основа призми ( $x=0, -B \leq y \leq B, -C \leq z \leq C$ ) знаходиться на достатній глибині у ґрунті (в умовах глибинного термостатування), так що на її поверхні приймаються граничні умови 1-го роду (ГУ-I):

$$t \Big|_{x=0} = t_0. \quad (6)$$

3) на бічних гранях приймемо граничні умови 3-го роду (ГУ-III) наступного виду (по шарах  $i=1,2,\dots,N$ ):

$$\left( t_i + h_y \frac{\partial t_i}{\partial y} \right) \Big|_{y=\pm B} = t_{0i}, \quad (7)$$

$$\left( t_i + h_z \frac{\partial t_i}{\partial z} \right) \Big|_{z=\pm C} = t_{0i}, \quad (8)$$

де  $h_y = \frac{\lambda_{cp}}{\alpha_y}$ ,  $h_z = \frac{\lambda_{cp}}{\alpha_z}$  – фактор тепловтрат через

бічні та торцеві грані НС.

Величини  $h_y, h_z$  обрані постійними по всій висоті шаруватої структури з тією метою, щоб одержати аналітичне рішення.

Чим менше величини  $h_y, h_z$ , тим з більшим завищенням будуть отримані потужності джерел, що забезпечують заданий рівень розігріву НС (у т.ч. поверхні підлоги).

Величини  $\lambda_{cp}$  можуть бути отримані одним з відомих способів.

Величини  $h_y$  й  $h_z$  можуть бути обрані різними. Температура ґрунту за межами області, зайнятої НС, приймається фіксованою, але по глибині змінюється від рівня  $t_1 = t_0$  (самий нижній шар НС,  $i=1$ ) до рівня  $t_N = t_n$  (для рівня поверхні підлоги із заданою температурою  $t_n$ ).

Розв'язанню граничної задачі теплопровідності підлягає функція сталого температурного розподілу усередині призми (температурне поле), обмеженої плоскими граничними поверхнями прямокутної форми.

Усередині прямокутна призма структурована – вона складається із  $N$  однорідних плоских шарів, що граничать між собою в області суміжних границь, причому тепловий контакт шарів приймаємо неідеальним (маємо кінцевий термічний опір).

Шукане усталене температурне поле в середині шаруватої структури  $t = t(x, y, z)$  розпадається на  $N$  взаємозалежних температурних полів

$$u_i = u_i(x, y, z), \quad (9)$$

які реалізуються (установлюються) у межах  $i$ -го однорідного шару.

Температурне поле в межах НС й умови за її межами, вважаємо симетричними щодо площин  $xOy$  й  $xOz$ , тому далі розглядаємо 1/4 частину НС, обмежену площинами симетрії й гранями, що мають тепловий контакт із навколишнім середовищем.

Граничні умови на поверхні  $xOy$  й  $xOz$  відповідно:

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial z} \right|_{z=0} = 0; \quad |y| \leq B, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i; \quad i=1,2,\dots,N; \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad |z| \leq L, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i; \quad i=1,2,\dots,N. \quad (11)$$

Функції  $u_i(x, y, z)$ , що відшукуються в областях  $x_{i-1} \leq x \leq x_i$ ,  $0 \leq y \leq B$ ,  $0 \leq z \leq C$  ( $i=1,2,\dots,N$ ), задовольняють рівнянню теплопровідності виду:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} = -\frac{1}{\lambda_i} p_i(y, z). \quad (12)$$

На верхній і нижній гранях мають бути виконані граничні умови, відповідно 3-го и 1-го роду:

$$-\lambda_N \left. \frac{\partial u_N}{\partial x} \right|_{x=A} = \alpha (u_N|_{x=A} - t_c), \quad |y| \leq B, \quad |z| \leq C; \quad (13)$$

$$u_i|_{x=0} = t_0; \quad |y| \leq B, \quad |z| \leq C. \quad (14)$$

Граничні умови на бічних гранях:

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad |z| \leq C; \quad i=1,2,\dots,N. \quad (15)$$

Граничні умови на торцевих гранях:

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial z} \right|_{z=0} = 0; \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad |y| \leq B; \quad i=1,2,\dots,N; \quad (16)$$

$$\left( u_i + h_z \frac{\partial u_i}{\partial z} \right) \Big|_{z=C} = t_{0i}; \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad |y| \leq B; \quad i=1,2,\dots,N \quad (17)$$

Укладання труб в активних шарах визначає вид функцій розподілу джерел  $p_i(y, z)$ . При розв'язанні задачі теплопровідності розглядається розміщення суцільних труб нагрівачів по довжині НС.

Таке розміщення характеризується однорідністю структури по осі  $0z$  – аналітика реалізується методом кінцевих інтегральних перетворень (КІП) (подвійне перетворення).

При цьому, важливо підкреслити, що метод КІП дозволяє реалізувати "нерівномірний" спосіб нагрівання й по  $z$  – координаті за рахунок відповідного виду підведення потужності в труби, наприклад, за рахунок східчастого виду підведення потужності й відповідного завдання функції розподілу  $p_i(y, z)$ .

На практиці може бути реалізована технічно (з необхідними елементами комутації й керування) мультиплікативна схема підведення потужності в активний шар:

$$p_i(y, z) = p_i(y) \cdot q_i(z), \quad (18)$$

$$\text{де } p_i(y) = \sum_{j=-\frac{(M_i-1)}{2}}^{\frac{(M_i-1)}{2}} p_{i,j} f(y - y_{i,j}^c) - \text{описує набір } M$$

труб з щільністю потужності  $p_{i,j}$ ;

$q_i(z)$  – вагова функція східчастого виду, що дозволяє варіювати температуру поверхні підлоги в окремих технологічно активних зонах (ЗТА) уздовж НС.

Якщо вздовж НС організовано  $L$  секцій ( $L$  – непарне), то одержимо  $L$  відрізків труб, обмежених координатами:

$$\left( K - \frac{1}{2} \right) \ell_{\text{sec}} \leq z \leq \left( K + \frac{1}{2} \right) \ell_{\text{sec}}; \quad K = -\frac{L-1}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{L-1}{2}, \quad (19)$$

де  $\ell_{\text{sec}} = \frac{2C}{L}$  – довжина однієї секції.

Вагові коефіцієнти  $q_i$  вибираються в інтервалі 0,5...2 і забезпечують рішення технологічних завдань в одному приміщенні на одній окремій лінії обігрівної підлоги.

Рішення рівняння (12) з набором зосереджених джерел виду (1) в кожному із шарів  $i=1,2,\dots,N$

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} = -\frac{1}{\lambda_i} p_i(y) q_i(z) \quad (20)$$

знайдемо методом кінцевих інтегральних перетворень (КІП).

Температурне поле в кожному із шарів будемо шукати у вигляді 2-х складових (відповідно до принципу суперпозиції):

$$u_i(x, y, z) = t_{0i} + v_{0i}(x, y, z) + v_i(x, y, z), \quad (21)$$

де функція  $\tilde{v}_{0i}(x, y, z) = t_{0i} + v_{0i}(x, y, z)$  є рішенням однорідного рівняння Лапласа  $\Delta \tilde{v}_{0i} = 0$  з заданими граничними умовами (12-17), а функція  $v_i(x, y, z)$  – є частковим рішенням вихідного неоднорідного рівняння з однорідними граничними умовами.

Складене (повне) рішення (21) задовольняє вихідному рівнянню (20) із граничними умовами на зовнішніх граничних плоских поверхнях.

Крім того, отримані рішення для кожного із шарів  $i=1,2,\dots,N$  повинні бути узгоджені на границях плоских шарів  $x=x_i$  ( $i=1,2,\dots,N, N-1$ ) по температурам і тепловим потокам на границях, причому для кожного із наборів функцій окремо, тобто для наборів  $v_{0i}(x, y, z)$  і  $v_i(x, y, z)$ , ( $i=1,2,\dots,N$ ).

Використання граничних умов дозволяє отримати послідовність рівнянь стосовно кожного шару структури, що розглядається

$$\frac{\partial^2 \bar{v}_{0i}^p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_{0i}^p}{\partial y^2} - v_p^2 \bar{v}_{0i}^p(x, y, v_p) = 0, \quad p = 1, 2, \dots \quad (22)$$

По знайденому КПП  $\bar{v}_{0i}(x, y, v_p)$  відновлення вихідної функції виконується за формулами:

$$v_{0i}(x, y, z) = \sum_{p=1}^P \frac{\cos(v_p z)}{N_p} \bar{v}_{0i}^p(x, y, v_p), \quad (23)$$

$$N_p = \frac{1}{L} \int_0^L \cos^2(v_p z) dz = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\left(\frac{h}{L}\right)}{1 + (v_p h)^2} \right]. \quad (24)$$

З урахуванням (23), (24) загальне вираження шуканих координатних функцій  $v_{0i}(x, y, z)$  через їхні образи КПП можуть бути записані у вигляді:

$$v_{0i}(x, y, z) = \sum_{p=1}^P \frac{\cos(v_p z)}{N_p} \cdot \sum_{q=1}^Q \frac{\cos(\mu_q y)}{N_q} \cdot \bar{v}_{0i}^{p,q}(x; \mu_q; v_p). \quad (25)$$

Аналогічно будується рішення для функцій  $v_i(x, y, z)$ , які визначаються розподілом джерел тепла в НС. Воно може бути записано у вигляді подвійного ряду по власним функціям відповідних задач Штурма-Ліувіля:

Функції  $\bar{v}_{0i}^{p,q}(x; \mu_q; v_p)$  та  $\bar{v}_i^{p,q}(x; \mu_q; v_p)$  визначаються комбінацією функцій гіперболічного синуса і косинуса від аргументів  $(v_p^2 + \mu_q^2) \cdot (x - x_i)$  з невизначеними коефіцієнтами. Останні визначаються з рішення систем  $2N$  неоднорідних лінійних рівнянь. Слід зазначити, що функції  $v_{0i}(x, y, z)$  визначаються температурою навколишнього середовища  $(t, t_c, T_{Гр,i})$  й підкоряються рівнянню Лапласа при нульових джерелах НС ( $p_i = 0$ ), а функції  $v_i(x, y, z)$  визначаються розподілом джерел  $p_i(y, z)$  у НС при нульових (однорідних) граничних умовах на границях НС і задовольняють умовам узгодження. Таким чином, отримане рішення відображає принцип суперпозиції. Таким чином, загальне рішення граничної задачі щодо визначення розподілу усталеного температурного поля в багат шаровій структурі в формі призми з довільно розташованими трубчастими джерелами тепла побудоване.

**Висновки.** З наведеного матеріалу витікає:

1. Одержане загальне рішення граничної задачі щодо визначення розподілу усталеного температурного поля в багат шаровій структурі в формі призми з довільно розташованими трубчастими джерелами тепла.

2. Створення відповідної комп'ютерної моделі теплопередачі в такій БЕТСО дозволить вирішувати велику кількість питань стосовно оптимізації її конструктивних параметрів формування структури систем керування тепловими потоками, тощо.

#### Список використаних джерел

1. Баланин В. И. Микроклимат животноводческих зданий / В. И. Баланин. - СПб: ПРОФИКС, 2003. - 136 с.
2. Мотес Э. Микроклимат животноводческих помещений / Э. Мотес. - М.: Колос, 1976. - 190 с.
3. Драганов Б. Х. Теплотехника и применение теплоты в сельском хозяйстве / Б. Х. Драганов, В. А. Кузнецов, С. П. Рудобашта. - М.: АПИ, 1986. - 463 с.
4. Прыгунов Ю. М. Микроклимат животноводческих и птицеводческих зданий / Ю. М. Прыгунов, В. А. Новак, Г. П. Серый. - К.: Будівельник, 1986. - 80 с.
5. Свириденко Л. А. К вопросу учета влияния случайно изменяющихся факторов на микроклимат животноводческих помещений / Л. А. Свириденко // Электрооборудование сельскохозяйственных комплексов. - М.: Мин. с/х., 1979. - С. 21-26.
6. Романченко Н. А. Математическая модель стационарного режима многослойного обогреваемого пола / Н. А. Романченко, А. П. Слесаренко, А. С. Сорока // Вісник ХДТУСГ ім. П. Василенка "Пробл. енергозабезпеч. та енергозбереж. в АПК України". - Вип. 27. - Т. 1. - Харків, 2004. - С. 245-250.

#### Аннотация

#### АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЕ ЭЛЕКТРООБОГРЕВАЕМОГО ПОЛА

Романченко Н. А.

*Предложена компьютерная модель теплопередачи в многоуровневой электротеплоаккумулятивной системе отопления (БЕТСО), дающая возможность решить ряд вопросов относительно оптимизации ее параметров.*

#### Abstract

#### ANALYTICAL INVESTIGATIONS OF THE DISTRIBUTION OF THE TEMPERATURE FIELD IN THE MULTILAYER STRUCTURE OF ELECTRIC-HEATING FLOOR

N. Romanchenko

*A computer model of heat transfer in a multi-level electric heating system (BETSO) is proposed, which makes it possible to solve a number of questions concerning the optimization of its parameters.*