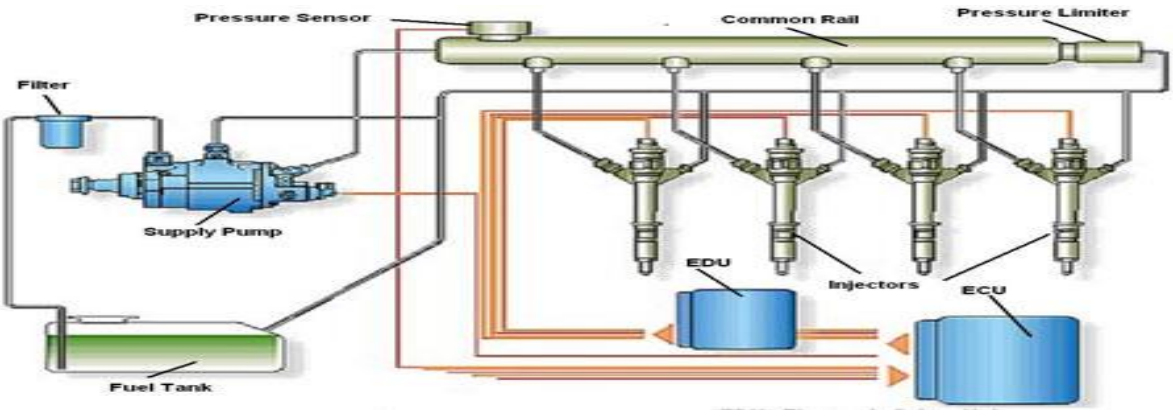
**М. Я. Рохманов, С. С. Авотін, А. А. Онищенко,
В.В. Онищенко, Є. А. Пивовар**

В другом месте

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ



$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_н}$$

Харків - 2013

Міністерство аграрної політики і продовольстваУкраїни
Харківський національний аграрний університет
ім. В. В. Докучаєва

**М. Я. Рохманов, С. С. Авотін, А. А. Онищенко,
В.В. Онищенко, Є. А. Пивовар**

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Посібник

Харків - 2012

УДК 53(075.8)
ББК В3Я 7
Л 12

Рецензенти: д-р фіз. - мат. наук, професор *О. Г. Андерс* (ХНУ);
д-р пед. наук, професор *В. М. Олексенко* (ХНАУ)

Відповідальний за випуск канд. фіз.-мат. наук, доцент С.С. Авотін

Л12 **Лабораторний** практикум з механіки та молекулярної фізики: навч. посібник / М. Я. Рохманов, С. С. Авотін, А. А. Онищенко [та ін.]/ Харк. нац. аграр. ун-т. – Х., 2012. – 74 с.

Лабораторний практикум з механіки та молекулярної фізики містить описи лабораторних робіт по розділах фізики: механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. У посібник включені загальні вказівки до виконання лабораторних робіт, методи обробки результатів вимірювань, таблиці значень фізичних констант, контрольні запитання. Призначено для студентів вищих навчальних закладів III і IV рівнів акредитації.

Рекомендовано до друку вченою радою факультету інженерів землеупорядкування Харківського національного аграрного університету ім. В.В. Докучаєва
(протокол № 8 від 5 червня 2012 р.)

УДК 53(075.8)
ББК В3Я7

Навчальне видання

Рохманов Микола Якович

Авотін Станіслав Сергійович

Онищенко Андрій Анатолійович

Онищенко В'ячеслав Володимирович

Пивовар Євгеній Анатолійович

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Посібник

Редактор Т.Є. Кучеренко
Коректор І.О. Бутильська
Комп'ютерна верстка С.С. Авотін

Підп. до друку 2012. Формат 60х84/16. Гарнітура Таймс.
Друк офсет. Обсяг: 4,2 ум.-друк. арк.; 4.4 обл.- вид. арк.
Тираж 300 Замовлення №

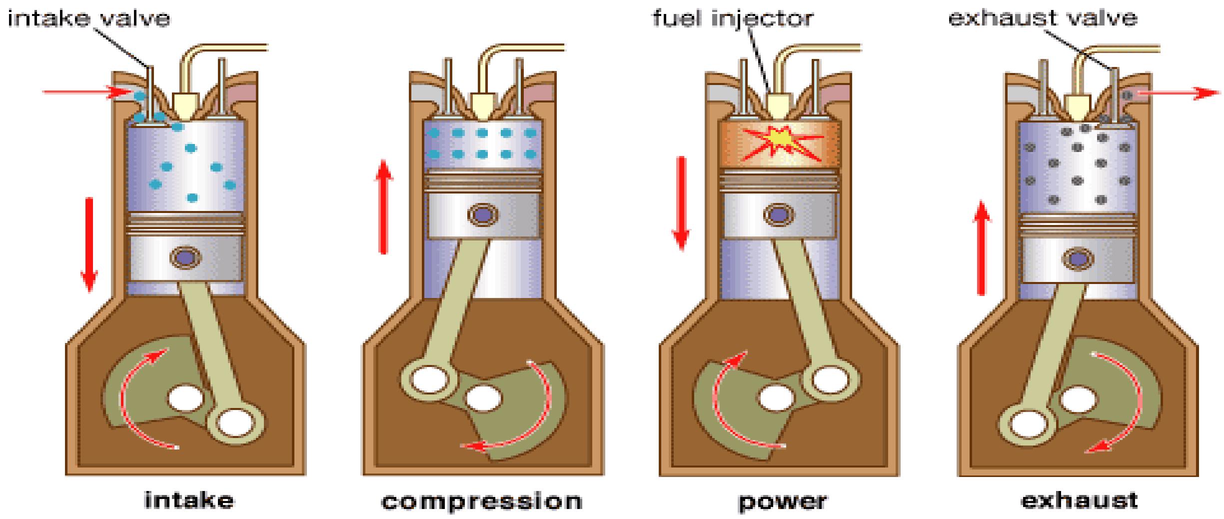
Виробник-редакційно-видавничий відділ Харківського національного аграрного університету ім. В.В. Докучаєва, 62483, Харківська обл., п/в «Комуніст-1»; навчальне містечко, тел. 99-72-70. E-mail: office@knau.kharkov.ua

Виготовлювач-дільниця оперативного друку ХНАУ, тел 99-77-80

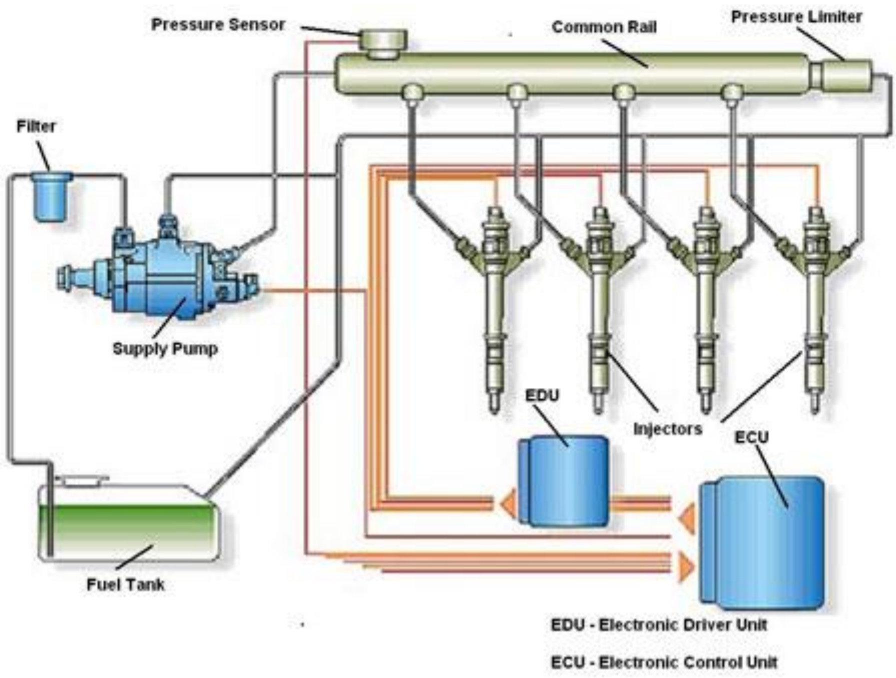

ТЭП 70БС
045


2М62У-0237


М62-1098


intake valve
fuel injector
exhaust valve
intake
compression
power
exhaust

-


Pressure Sensor
Common Rail
Pressure Limiter
Filter
Supply Pump
EDU
Injectors
ECU
Fuel Tank
EDU - Electronic Driver Unit
ECU - Electronic Control Unit

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Мета лабораторного практикуму з фізики – навчити студентів техніки експериментальних досліджень, аналізу і обґрунтуванню одержаних результатів, повторенню та закріпленню теорії.

До виконання лабораторної роботи необхідно підготуватись заздалегідь, вивчити конспект лекцій і рекомендовані розділи навчального посібника за цією темою.

Допуск до виконання лабораторної роботи проводиться тільки при наявності повністю оформленого звіту за попередню роботу і частково виконаного звіту про роботу, яку студент виконує. В лабораторії проводять тільки вимірювання та обчислення.

Увага! До роботи на лабораторних стендах студенти допускаються тільки після інструктажу з техніки безпеки і перевірки допуску до лабораторної роботи.

Після проведення вимірювань результати обчислень необхідно показати викладачеві, а до наступного лабораторного заняття оформити звіт з виконаної роботи.

Згідно з ДСТУ16263-70 вимірювання – це знаходження числового значення фізичної величини за допомогою спеціальних технічних засобів (приладів). Значення фізичних величин, обчислені під час вимірювання, не можуть бути абсолютно точними, тому вимірювання вважаються закінченими тільки тоді, коли відома точність обчисленого результату. Тому результати вимірювань обов’язково записують, враховуючи похибки.

Звіт з лабораторної роботи повинен містити такі розділи:
1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Теоретична частина (опис , рисунки, формули).
4. Експериментальні дослідження.
5. Порядок виконання роботи.
6. Обробка результатів вимірювань.
7. Висновки.

ФІЗИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ І МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА ЇХ РЕЗУЛЬТАТІВ

1. Основні положення теорії похибок

Вимірювання – це процес знаходження кількісного значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів – приладів. Вимірювання включає спостереження та виконання математичних операцій для визначення результату вимірювань.

Відомо, що матерія перебуває у безперервному русі, тому фізична величина, яка характеризує реальний об’єкт, не має точного, «істинного» значення. В теорії похибок вимірювань доведено, що найбільш близьким до ”істинного” є середнє значення фізичної величини $<\mathbf{x}>$. Похибка вимірювання може бути додатною чи від’ємною, вказуючи, що в результаті окремого вимірювання значення величини $\mathbf{x}$ може бути як більшим, так і меншим.

Завданням теорії похибок є їх визначення під час вимірювання фізичних величин та знаходження найбільш точного значення величини, що вимірюється. Вимірювання поділяють на прямі та непрямі.

Прямі вимірювання – це такі, під час проведення яких шукане значення фізичної величини знаходять безпосередньо з дослідних даних. Наприклад, вимірювання температури термометром, довжини – лінійкою або штангенциркулем, напруги – вольтметром та ін.

Непрямі вимірювання – це такі, під час проведення яких значення фізичної величини знаходять за відомою залежністю даної величини від величин, які вимірюються прямо. Наприклад, знаходження електричного опору провідника за відомими силою електричного струму і напругою.

За причинами виникнення похибки вимірювань поділяють на систематичні, випадкові та грубі.

Систематична похибка вимірювань – складова похибки, яка залишається сталою або закономірно змінюється під час повторних вимірів даної величини. Систематичні похибки зумовлені дією незмінних факторів, до яких відносять похибки засобів вимірювання та похибки вибраного методу вимірювання. Якщо природа та числові значення систематичних похибок відомі, вони можуть бути виключені з кінцевого результату введенням відповідних поправок.

Випадкова похибка вимірювань – складова похибки, яка змінюється випадково під час повторних вимірювань даної величини. Відмінність результатів під час повторних вимірювань зумовлена незначними змінами умов дослідів, які практично неможливо ні передбачити, ні ліквідувати. На перший погляд здається, що нічого не можна сказати про величину цих похибок. В дійсності ***випадкові похибки підпорядковуються статистичним закономірностям і можуть бути визначеними методами теорії ймовірностей.*** Зменшити величину випадкової похибки можна, якщо збільшити кількість вимірювань.

Груба похибка вимірювань – похибка, яка суттєво перевищує очікувану при заданих умовах досліду. Наприклад, неправільно записані покази приладу, помилки під час розрахунків, використанні фізичних сталих та ін. Грубі похибки (промахи) необхідно виключати з результатів вимірювань.

Врахувавши всі систематичні похибки, можна користуватися такими правилами вимірювань. Якщо систематична похибка помітно перевищує випадкову, вимірювання достатньо провести одного разу. В цьому випадку похибка визначається точністю приладу.

При перевищенні випадкових похибок над систематичними вимірювання проводять багаторазово і проводять статистичну обробку результатів вимірювань. Розглянемо способи розрахунку випадкових похибок вимірювань.

2. Розрахунки випадкових похибок прямих вимірювань

Нехай при багаторазових вимірюваннях величина **x** одержала ряд значень **x x,… x,** які відрізняються один від одного. Якщо **x** розглядати як випадкову величину, то найближчим до істинного є середнє арифметичне

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_i + x_N}{N}, \qquad (1)$$

яке при N→ ∞ збігається з істинним значенням величини **x.**

За способом вираження похибки поділяють на абсолютні і відносні.

Абсолютною похибкою Δx_i ***вимірювання*** номер **і** називають модуль різниці $\Delta x_i = \left|\langle x \rangle - x_i\right|$.

Відносна похибка вимірювання - відношення абсолютної похибки до середнього значення величини, виражене як частка від цілого або у відсотках:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}. \tag{2}$$

Важливим завданням теорії похибок є знаходження інтервалу значень величини **x**, всередину якого з певною (довірчою) ймовірністю лежить величина **x:**

$$\left|\langle x \rangle - \Delta x\right| - \left|\langle x \rangle + \Delta x\right|.$$

Для знаходження довірчого інтервалу необхідно знати закон, якому підпорядковується випадкові відхилення вимірюваної величини від її середнього арифметичного значення. Цей закон – функція розподілу або густина ймовірності величини **x**. Щоб зрозуміти зміст функції розподілу, будемо відкладати величину **x** на числовій осі при великій кількості вимірювань.

При великій кількості вимірювань будь-якому інтервалу **dx** навколо вимірюваної величини **x** відповідатиме **dN** вимірювань.

Назвемо ймовірністю величину* dP = dN/N, *яка дорівнює відносній кількості вимірювань, що відповідають інтервалу dx. Введемо густину ймовірності величини x:

$$f(x) = \frac{dP}{dx} = \frac{dN}{N \cdot dx}.$$

За допомогою функції f(x) можна визначити ймовірність того, що неперервна величина **x** лежить в інтервалі від **x** до **x+dx:**

$$dP = f(x) \cdot dx.$$

Під час експериментальних досліджень найчастіше трапляється нормальний розподіл (розподіл Гауса), зображений на рис.1.

Функція нормального розподілу Гауса симетрична відносно $\langle x \rangle$ і має вигляд:

$$f(x_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(x_i - \langle x \rangle\right)^2 / \, 2\sigma^2},$$

де x_i - результат окремого вимірювання, $\langle x \rangle$ – середнє арифметичне,

σ – середнє квадратичне відхилення результату спостережень характеризує ступінь розсіювання результатів вимірювань:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\left(x_i - \langle x\rangle\right)^2 + \left(x_2 - \langle x\rangle\right)^2 + \ldots + \left(x_N - \langle x\rangle\right)^2}{N(N-1)}}\,.$$

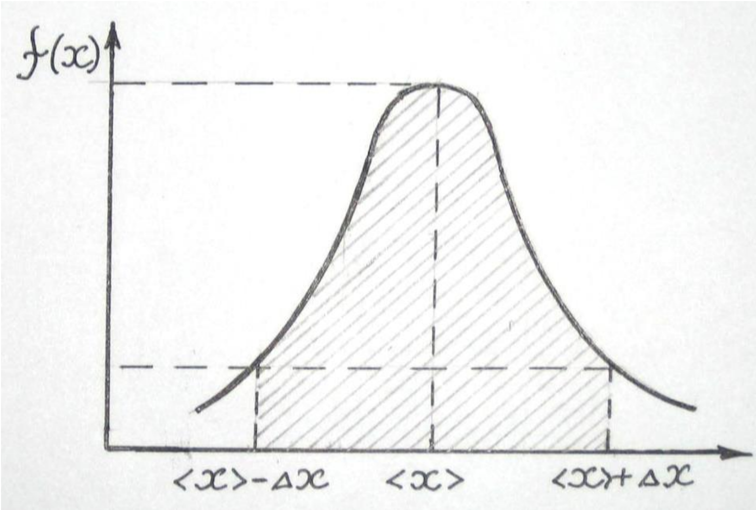


Рис.1

При зміні випадкової величини **x** в інтервалі від $-\infty$ до $+\infty$ густина ймовірності f(x) відповідає умові нормування, тобто ймовірність результату вимірювання дорівнює 100 %:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

За допомогою закону розподілу неможливо точно вказати, чому, дорівнює **x**, але ми можемо знайти, з якою ймовірністю (надійністю) **P** значення вимірюваної величини **x** лежитьть в інтервалі ($\langle x\rangle - a$) < x > ($\langle x\rangle - a$). Чим більшим вибирають довірчий інтервал, тим більша ймовірність попадання значення вимірюваної величини попаде в цей інтервал.

У разі невеликої кількості вимірювань (N < 20***) оцінку величини довірчого інтервалу проводять за допомогою коефіцієнтів Стьюдента*** $\boldsymbol{t_{P,N}}$***, які знаходять за табл. 1.***

Таблиця 1

Залежність коефіцієнтів Стьюдента від числа вимірювань							
К-сть вимірювань	2	3	4	5	10	50	100
Коефіцієнт $t_{P,N}$	12,7	4,3	3,2	2,8	2,3	2,0	2,0

Коефіцієнти Стьюдента показують, у скільки разів треба розширити довірчий інтервал, щоб при заданій кількості вимірювань N одержати задану надійність P. Кінцевий результат вимірювань записують у вигляді:

$$x = \langle x \rangle \pm t_{PN} \cdot \sigma .$$

Це означає, що значення вимірюваної величини лежить в інтервалі $\left(\langle x \rangle - t_{P,N} \cdot \sigma\right) < x < \left(\langle x \rangle + t_{P,N} \cdot \sigma\right)$.

3. Обробка результатів прямих вимірювань.

Під час обробки результатів прямих вимірювань рекомендується:

1) результати кожного вимірювання внести в таблицю;
2) обчислити середнє значення з N вимірювань;
3) визначити абсолютну похибку кожного вимірювання:

$$\Delta x_i = \left| \langle x \rangle - x_i \right|;$$

4) обчислити квадрати похибок усіх вимірювань:

$$(\Delta x_1)^2, (\Delta x_2)^2, \ldots, (\Delta x_N)^2:$$

5) визначити середньоквадратичну похибку:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\left(x_i - \langle x \rangle\right)^2 + \left(x_2 - \langle x \rangle\right)^2 + \ldots + \left(x_N - \langle x \rangle\right)^2}{N(N-1)}} ;$$

6) задати значення надійності P;
7) для заданої надійності P та кількості вимірювань N визначити коефіцієнт Стьюдента $t_{P,N}$;
8) визначити похибку результату вимірювань: $\Delta x = t_{P,N} \cdot \sigma$;
9) якщо похибка вимірювань того ж порядку, що похибка приладу δ , то загальна похибка вимірювань $\Delta x = \sqrt{t_{P,N}^2 \cdot \sigma^2 + \delta^2}$;
10) кінцевий результат вимірювань записати у вигляді:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x;$$

11) оцінити відносну похибку результату вимірювань у відсотках

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% .$$

Приклад. За допомогою секундоміра проведено п'ять вимірювань однакових інтервалів часу. Результати вимірювань унесені в таблицю.

Таблиця

№	τ, c	$\Delta\tau, c$	$\Delta\tau^2, c^2$
1	89,6	0,3	0,09
2	89,2	0,1	0,01
3	89,4	0,1	0,01
4	89,0	0,3	0,09
5	89,5	0,2	0.04
ср	89,3	0,2	$\sum\Delta\tau^2 = 0{,}24$

1) Розрахуємо середнє арифметичне значення інтервалу часу:

$$\langle\tau\rangle = \frac{89,6+89,2+89,4+89,0+89,5}{5} = 89,34 \approx 89,3c.$$

2) Розрахуємо значення похибок вимірювань:

$$\Delta\tau_i; (\Delta\tau_i)^2 \text{ та } \sum_{i=1}^{5}(\Delta\tau_i)^2.$$

3) Визначимо стандартний довірчий інтервал:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\Delta\tau)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{0,24}{20}} \approx 0,1c.$$

4) Задаємо надійність **Р = 0,95** для **п\`яти** вимірювань і за таблицею знайдемо коефіцієнт Стьюдента: $t_{PN} = 2,8.$

5) Визначимо похибку вимірювань за формулою:

$$\Delta\tau = t_{PN} \cdot \sigma = 0{,}1 \cdot 2{,}8 \approx 0{,}3c.$$

6) Похибка секундоміра 0,1с втричі менша, ніж похибка вимірювань, тому похибкою секундоміра можна знехтувати.

7) Результат вимірювань з надійністю Р = 95 % запишемо так:

$$\tau = \langle\tau\rangle \pm \langle\Delta\tau\rangle = (89{,}3 \pm 0{,}3)c; P = 0{,}95.$$

Під час вимірювання інтервалу часу 95 вимірювань із 100 попадуть в інтервал (89,0 $\div$ 89,6) с.

Відносна похибка вимірювань $\varepsilon = \frac{0{,}3}{89{,}3} \cdot 100\% = 0{,}34\%.$

4. Розрахунки похибок непрямих вимірювань

Припустимо, що величину, яку вимірюють, знаходять за формулою: $f(a,b,c,...)$, де $a,b,c,...$– результати прямих вимірювань фізичних величин. Похибку результатів непрямих вимірювань величини f оцінюють за формулою:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \Delta x_i^2}.$$

Кінцевий результат вимірювань записують у вигляді:

$$f(a,b,c,...) = f(\langle a\rangle,\langle b\rangle,\langle c\rangle,...) \pm \Delta f ,$$

де $\langle a\rangle,\langle b\rangle,\langle c\rangle,...$– середні значення вимірювань фізичних величин. Далі визначають відносну похибку непрямих вимірювань за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{f}.100\%.$$

Якщо функцію $f(a,b,c,...)$ можна представити у вигляді добутку $f_1(a)\cdot f_2(b)\cdot f_3(c)...$, то простіше знайти відносну похибку, а потім абсолютну за такою методикою:

1) логарифмують функцію $f(a,b,c,...)$, тоді отримують:

$$\ln f = \ln f_1(a) + \ln f_2(b) + \ln f_3(c) + ...;$$

2) диференціюють $\ln f$ послідовно за a, b, c,… :

$$d\ln f = \frac{df}{f} = \frac{\partial f_1}{\partial a}\cdot da \pm \frac{\partial f_2}{\partial b}\cdot db \pm \frac{\partial f_3}{\partial c}\cdot dc \pm ...;$$

3) формально замінюють диференціал d на абсолютну похибку – Δ, знаки «+» на «–» і знаходять відносну похибку непрямого вимірювання:

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\partial f_1}{\partial a}\cdot \Delta a + \frac{\partial f_2}{\partial b}\cdot \Delta b + \frac{\partial f_3}{\partial c}\cdot \Delta c + ...;$$

4) знаходять абсолютну похибку непрямого вимірювання:

$$\Delta f = \varepsilon \cdot \langle f \rangle;$$

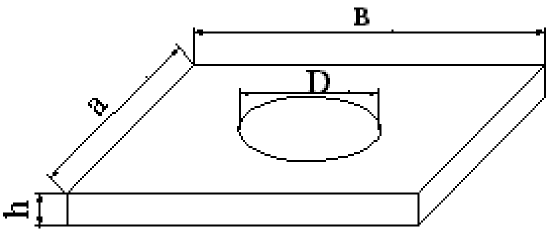
Точніше абсолютну похибку непрямого вимірювання можна знайти за формулою:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \cdot \Delta a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \cdot \Delta b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \cdot \Delta c^2};$$

5) результат непрямих вимірювань записують у вигляді:

$$f = \langle f \rangle \pm \Delta \langle f \rangle, \varepsilon = .$$

Приклад 1. Робоча формула для обчислення густини тіла, яке представлено на рисунку: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{(4ab - \pi D^2)h}$.



Для оцінки точності проведених вимірювань знайдемо відносну $\delta\rho$ і абсолютну $\Delta\rho = \delta\rho \cdot \rho$ похибки:

$$\delta\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial h}\Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial в}\Delta в\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial D}\Delta D\right)^2};$$

$$\ln\rho = \ln 4 + \ln m - \ln h - \ln(4aв - \pi D^2);$$

$$\frac{\partial \ln\rho}{\partial m} = \frac{1}{m}; \qquad \frac{\partial \ln\rho}{\partial h} = \frac{1}{h}; \qquad \frac{\partial \ln\rho}{\partial a} = \frac{4в}{4aв - \pi D^2};$$

$$\frac{\partial \ln\rho}{\partial в} = \frac{4a}{4aв - \pi D^2}; \qquad \frac{\partial \ln\rho}{\partial D} = \frac{2\pi D}{4aв - \pi D^2};$$

$$\delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{4в \cdot \Delta a}{4aв - \pi D^2}\right)^2 + \left(\frac{4a \cdot \Delta в}{4aв - \pi D^2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi D \cdot \Delta D}{4aв - \pi D^2}\right)^2}.$$

Результати вимірювань маси і розмірів тіла внесені в таблицю.

Таблиця

Пор / №	m $\times 10^{-3}$, *кг*	Δm $\times 10^{-3}$, *кг*	h $\times 10^{-3}$, *м*	Δh $\times 10^{-3}$, *м*	a $\times 10^{-3}$, *м*	Δ a $\times 10^{-3}$, *м*	*в* $\times 10^{-3}$, *м*	Δ*в* $\times 10^{-3}$, *м*	D $\times 10^{-3}$, *м*	ΔD $\times 10^{-3}$, *м*
1	9.05	0.05	5.6	0.06	19.8	0.1	65.4	0.4	10	0.1
2	-	-	5.6	0.06	19.6	0	64.5	0.5	10	-
3	-	-	5.7	0.04	19.6	0.1	65.1	0.1	10	-
4	-	-	5.5	0.16	19.7	0	65.2	0.2	10	-
5	-	-	5.6	0.06	19.8	0.1	64.8	0.1	10	-
ср	9.05	0.05	5.76	0.1	19.7	0.1	65.0	0.26	10	0.1

Середнє значення густини тіла:

$$\rho = \frac{4 \cdot 9{,}05}{(4 \cdot 19{,}7 \cdot 65{,}0 - 3{,}14 \cdot 100) \cdot 5{,}66 \cdot 10^{-6}} = 1330\,\frac{кг}{м^3}.$$

Відносна і абсолютна похибки вимірювань розмірів тіла:

$$\delta\rho = \sqrt{\left(\frac{0{,}05}{9{,}05}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{5{,}7}\right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 65 \cdot 0{,}1}{4 \cdot 19{,}7 \cdot 65 - 314}\right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 19{,}7 \cdot 0{,}26}{4 \cdot 19{,}7 \cdot 65 - 314}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 0{,}1}{4 \cdot 19{,}7 \cdot 65 - 314}\right)^2}$$

$$= \sqrt{30 \cdot 10^{-6} + 312 \cdot 10^{-6} + 29{,}16 \cdot 10^{-6} + 18 \cdot 10^{-6} + 1{,}7 \cdot 10^{-6}} = 0{,}0089;$$

$$\Delta\rho = \rho \cdot \delta\rho = 1330 \cdot 0{,}0089 \approx 0{,}12\,\frac{кг}{м^3}.$$

Густина речовини тіла:

$$\rho = \left(\rho \pm \Delta\rho\right) = (1{,}33 \pm 0{,}12) \cdot 10^3\,\frac{кг}{м^3}.$$

Приклад 2. Робоча формула для обчислення моменту інерції:

$$I = mR^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right),$$

де m – маса вантажу; R – радіус шківа; t – час; g – прискорення вільного падіння.

Значення прямих вимірювань цих величин такі:

m = (496 $\pm$ 1) г; R = (102,0 $\pm$ 0,5) мм; t = (2,93 $\pm$ 0,01) с;

h = (220 $\pm$ 1) см; g = 9,81м/с^2.

Розрахуємо момент інерції:

$$\mathrm{I} = 0{,}496 \cdot 102{,}0^2 \cdot 10^{-6}\left(\frac{9{,}81 \cdot 2{,}93^2}{2 \cdot 2{,}21} - 1\right) = 9{,}84 \cdot 10^{-2}\, кг \cdot м^2.$$

Знайдемо і розрахуємо похідні першого порядку:

$$\frac{\partial I}{\partial m} = R^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) = \frac{I}{m} = 19{,}84 \cdot 10^{-2}; \qquad \frac{\partial I}{\partial R} = 2mR\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) = \frac{2I}{R} = 20{,}4 \cdot 10^{-2};$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{mR^2 gt}{h} = 6{,}76 \cdot 10^{-2}; \qquad \frac{\partial I}{\partial h} = -\frac{mR^2 gt^2}{2h^2} = -4{,}48 \cdot 10^{-2}.$$

Знайдемо абсолютну похибку результату вимірювання моменту інерції за формулою:

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial m}\right)^2 \cdot \Delta m^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial R}\right)^2 \cdot \Delta R^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t}\right)^2 \cdot \Delta t^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial h}\right)^2 \cdot \Delta h^2} \approx 8{,}3 \cdot 10^{-4}\, кг \cdot м^2.$$

Відносна похибка вимірювань:

$$\varepsilon = \frac{\Delta I}{I} \cdot 100\% = \frac{8{,}3 \cdot 10^{-4}}{9{,}84 \cdot 10^{-2}} \cdot 100\%. = 0{,}8\%$$

Кінцевий результат вимірювання моменту інерції:

$$I = (9{,}84 \pm 0{,}08) \cdot 10^{-2}\, кг \cdot м^2.$$

1. Визначення густини твердих тіл

1.1. Мета роботи

Ознайомлення з найпростішими вимірювальними приладами і визначення густини тіл правильної геометричної форми.

1.2. Теоретична частина

Вимірювання лінійних розмірів тіл проводять за допомогою масштабних лінійок, точність яких не перевищує 1мм. Більш точні вимірювання проводять за допомогою штангенциркуля – приладу, що має основну шкалу і лінійний ноніус. Лінійний ноніус – це невелика лінійка із шкалою, n розподілів якої рівні $(n-1)$ розподілу шкали масштабної лінійки. Точність штангенциркуля становить 0,1– 0,05 мм. Більш точні вимірювання виконують мікрометром.

Густину тіл можна обчислити за формулою $\rho = \dfrac{m}{V}$, де m – маса, V – об'єм тіла.

На рис.1.1 і 1.2 представлені тіла, що вивчаються.

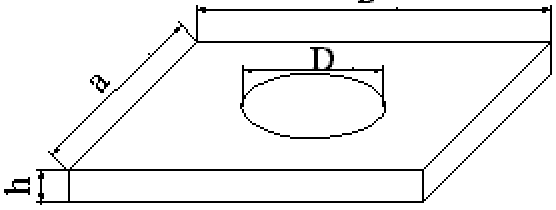


Рис. 1.1

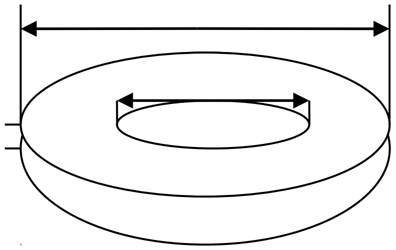


Рис. 1.2

Густину тіла № 1 знайти за формулою:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\left(4ab - \pi D^2\right)\cdot h}. \qquad (1.1)$$

Відносну $\delta\rho$ похибку вимірювань тіла №1 знайти за формулою (виведення формул похибок вимірювань на с.12):

$$\delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{4в\cdot\Delta a}{4aв - \pi D^2}\right)^2 + \left(\frac{4a\cdot\Delta в}{4aв - \pi D^2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi D\cdot\Delta D}{4aв - \pi D^2}\right)^2}. \qquad (1.2)$$

Густину тіла № 2 знайти за формулою:

$$\rho = \frac{m}{V} = \ldots \qquad (1.3)$$

Відносну $\delta\rho$ похибку вимірювань тіла № 2 знайти за формулою:

$$\delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 2\left(\frac{D_1\Delta D_1}{D_1^2 - D_2^2}\right)^2 + 2\left(\frac{D_2\Delta D_2}{D_1^2 - D_2^2}\right)}^{\,2}. \qquad (1.4)$$

Абсолютну похибку вимірювань тіл $\Delta\rho$ знайти за формулою:

$$\Delta\rho = \delta\rho\cdot\rho. \qquad (1.5)$$

Результат вимірювань густини тіл знайти за формулою:

$$\rho = \rho_{ср} \pm \delta\rho\cdot\rho. \qquad (1.6)$$

1.3. Експериментальні дослідження

Результати вимірювань маси і розмірів тіла внесіть в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Результати вимірювань параметрів тіла № 1									
Пор №	m $\times 10^{-3}$, *кг*	Δm $\times 10^{-3}$, *кг*	h $\times 10^{-3}$, *м*	Δh $\times 10^{-3}$, *м*	a $\times 10^{-3}$, *м*	*в* $\times 10^{-3}$, *м*	$\Delta в$ $\times 10^{-3}$, *м*	D $\times 10^{-3}$, *м*	$\Delta a, \Delta D$ $\times 10^{-3}$, *м*
1 2 3 4 5									
ср									

Таблиця 1.2

Результати вимірювань параметрів тіла № 2								
Пор №	m $\times 10^{-3}$, *кг*	Δm $\times 10^{-3}$, *кг*	h $\times 10^{-3}$, *м*	Δh $\times 10^{-3}$, *м*	D_1 $\times 10^{-3}$, *м*	ΔD_1 $\times 10^{-3}$, *м*	D_2 $\times 10^{-3}$, *м*	ΔD_2 $\times 10^{-3}$, *м*
1 2 3 4								
ср								

1.4. Оцінка результатів вимірювань

1. Обчислити густину тіл № 1 і № 2 за формулою 1.3.
2. Обчислити відносні й абсолютні похибки вимірювань густини.
3. Результати вимірювань густини тіл записати у вигляді:

$$\rho = \rho_{ср} \pm \delta\rho \cdot \rho.$$

2. Вивчення законів деформації та визначення модуля Юнга

2.1. Мета роботи

Вивчення пружної деформації та закону, який його описує; визначення коефіцієнта жорсткості і модуля Юнга.

2.2. Теоретична частина

Залежно від напрямку і величини сил, які прикладені до твердого тіла, існують такі види деформації: розтягнення, стиснення, згинання, кручення. Деформації бувають пружні і пластичні. При пружній деформації виконується закон Гука: в області пружних деформацій сила пружності пропорційна абсолютній деформації:

$$F_y = -kx, \tag{2 1}$$

де коефіцієнт k називають коефіцієнтом пружності.

Під час розтягнення або стиснення стрижнів закон Гука записують через відносну деформацію $\varepsilon = \Delta\ell/\ell_0$ і механічну напругу $\sigma = F/S$. У формулі для ε $\Delta\ell = (\ell - \ell_0) -$ абсолютна деформація, $\ell_0 -$ початкова, $\ell -$ кінцева довжина стрижня, σ – механічна напруга відношення зовнішньої сили, яка прикладена перпендикулярно перерізу стрижня до площі перерізу (рис. 2.1). В цьому разі закон Гука формулюється так: ***в області пружної деформації відносна деформація прямо пропорційна механічній напрузі:***

$$\sigma = \varepsilon \cdot E, \tag{2.2}$$

де Е – модуль Юнга (модуль пружності першого роду). Якщо $\varepsilon = 1$, тобто $\Delta\ell = \ell_0$, то $E = \sigma$, тобто модуль Юнга дорівнює механічній напрузі, яку потрібно прикласти до тіла, щоб збільшити його довжину вдвічі.

Реальна залежність механічної напруги від деформації під час розтягнення стрижнів представлена на рис. 2.2. На графіку залежності $\sigma(\varepsilon)$ є три області. Перша – 0-1 – область пружності характеризується лінійною залежністю механічної напруги від деформації. Друга область –1-2– це область пластичної деформації. Далі, до руйнування у точці 3, іде область зміцнення. Якщо стрижень деформувати до точки 2, то під час зменшення напруги графік не піде через точку 1 і стрижень не повернеться до початкового стану – спостерігається залишкова (пластична) деформація.

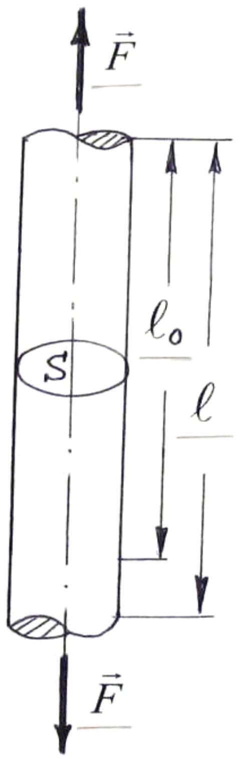


Рис. 2.1

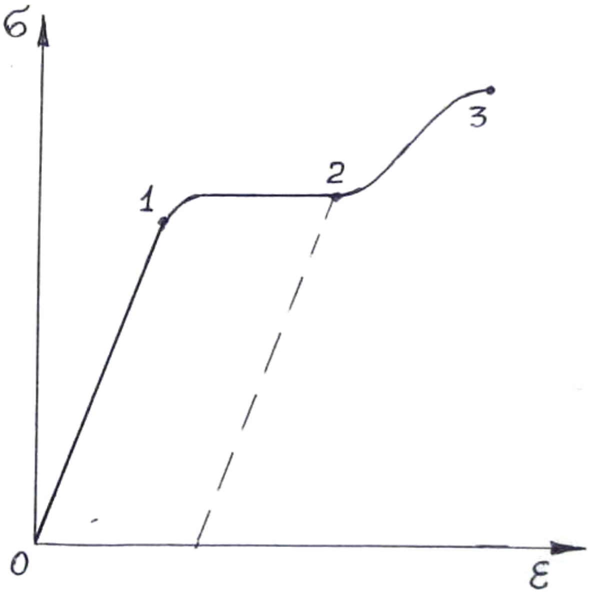


Рис. 2.2

Скориставшись графіком залежності $\sigma(\varepsilon)$ в області пружної деформації 0-1, можна знайти модуль Юнга за формулою:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \tag{2.3}$$

Механічну напругу знайдемо за формулою:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{4mg}{\pi d^2}, \tag{2.4}$$

де m – маса важеля.

2.3. Експериментальні дослідження

Експериментальна установка для визначення модуля Юнга під час розтягнення являє собою сталевий дріт довжиною 1,96 м і діаметром 0,31мм, верхній кінець якого жорстко прикріплений до кронштейна (рис.2.3). До нижнього кінця дроту приєднана платформа, на яку кладуть важелі. Абсолютне видовження вимірюють за допомогою мікрометричного індикатора часового типу.

Під час виконання роботи потрібно:

1) навантажити платформу важелем масою 100 – 200 г;
2) поворотом зовнішнього кільця мікрометричного індикатора встановити стрілку на «нуль»;
3) поступово навантажуючи платформу важелями, виміряти абсолютне видовження при чотирьох-п'яти значеннях деформувальної сили. Отримані дані внесіть у табл. 2.1.

Рис.2.3

2.4. Обробка результатів вимірювання

1. Розрахуйте площу перерізу дроту.
2. Розрахуйте відносну деформацію $\varepsilon = \Delta l / l_0$, механічну напругу і коефіцієнт жорсткості $k = mg / \Delta l$.
3. Побудуйте графік залежності сили деформації $F = mg$ від Δl.
4. Знайдіть середнє значення коефіцієнта жорсткості k_{cp}.
5. Побудуйте графік залежності механічної напруги σ від Δl.
6. Користуючись графіком, знайдіть середнє значення модуля Юнга. Отримані дані внесіть у таблицю.
7. Розрахуйте абсолютну ΔE та відносну похибки вимірювань коефіцієнта жорсткості і модуля Юнга.
8. Результати вимірювань запишіть у вигляді:

$$k = k_{cp} \pm \Delta k_{cp};$$

$$E = E_{cp} \pm \Delta E_{cp}.$$

Таблиця 2.1

№	m, кг	mg, Н	$\Delta l, мм$	$\varepsilon = \Delta l / l_0$	$\sigma, Н/м^2$	$k, Н/м$
1						
2						
3						
4						
5						

Контрольні запитання

1. Які види деформації ви знаєте?
2. Що таке абсолютна і відносна деформація? Запишіть формули.
3. Що таке пружна і пластична деформації?
4. Запишіть формулу закону Гука і графіки цих залежностей.
5. Який зв'язок між коефіцієнтом жорсткості і модулем Юнга.
6. Чому дорівнює робота пружної деформації тіла?

3. Перевірка другого закону Ньютона

3.1. Мета роботи

Перевірка другого закону Ньютона за допомогою установки Атвуда.

3.2. Теоретична частина

В роботі вивчають поступальний рух системи вантажів 2 і 3 (рис. 3.1), які закріплені на легкій нитці, яка перекинута через нерухомий блок. Система вантажів дає змогу рухатися під дією сили тяжіння перевантаження масою m_i. Фізичну модель досліду можна представити у вигляді схеми, зображеної на рис. 3.1. На вантажі діють сили тяжіння $m\vec{g}$ та $(m+m_i)\vec{g}$ і сили натягу ниток $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$. Якщо під час обертання блока навколо осі не враховувати сили тертя, то $T_1 = T_2 = T$.

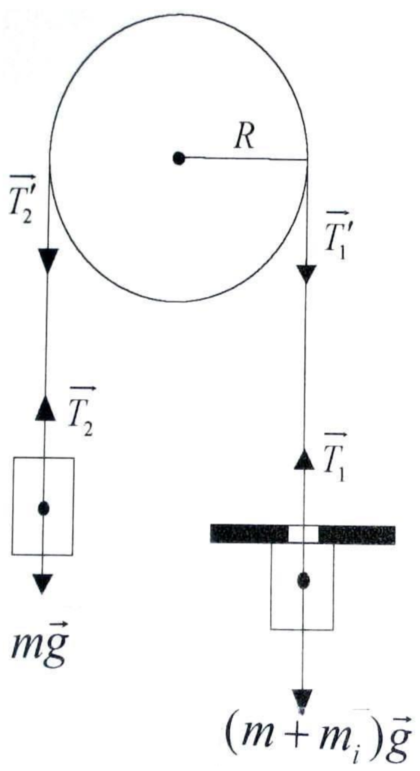


Рис. 3.1

За другим законом Ньютона добуток маси на прискорення дорівнює сумі сил, які діють на вантажі. Рівняння руху вантажів у скалярній формі:

$$(m+m_i)a = (m+m_i)g - T;\ ; \qquad (3.1)$$

$$ma = T - mg. \qquad (3.2)$$

Під час перевіркі другого закону Ньютона, тобто залежності прискорення від діючої сили, необхідно, щоб маса залишалася постійною, а змінювалася тільки сила f. Це можна здійснити, якщо покласти на лівий і правий вантажі декілька перевантажень і перекладати їх з одного вантажу на другий так, щоб загальна маса оставалася незмінною, а сила $(m_i g)$, яка рухає систему вантажів, змінювалася.

Таким чином, в цій роботі потрібно перевірити, що прискорення пропорційно діючій силі:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 g}{m_2 g}. \qquad (3.3)$$

Якщо під час вимірювань пройдений вантажами шлях h лишається незмінним, то виконується співвідношення:

$$h = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2}. \qquad (3.4)$$

З формули 3.4 випливає що відношення прискорень пропорційно відношенню квадратів відрізків часу:

Рис. 3.3

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \quad (3.5)$$

3.3. Експериментальні дослідження

Лабораторний прилад зображений на рис. 3.3. Через легкий блок перекинута нитка з вантажами однакової маси (m = 100 г).

Під час виконання роботи потрібно:

1) встановити нижню платформу на відстані h = 0,8 м від нульової відмітки;

2) на правий вантаж покласти п'ять перевантажень масами по 10–20 г;

3) визначити загальну масу вантажів з перевантаженнями і діючу силу $m_1 g$;

4) підняти правий вантаж з перевантаженнями до нульової відмітки;

5) відпустити правий вантаж, водночас включивши секундомір;

6) Виміряти час руху системи вантажів і визначити прискорення системи;

7) перекладаючи перевантаження по одному з правого вантажу на лівий так, щоб загальна маса оставалася незмінною, а сила $m_i g$ змінювалася, виконати п. 4 – 6, а отримані дані внести у табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Пор №	Відстань h, м	Загальна маса $m \cdot 10^{-3}, кг$	Маса, $m_i \cdot 10^{-3}, кг$	Час t,c	Прискорення $a \cdot 10^{-2}, м/с$
1					
2					
3					

2.4. Обробка результатів вимірювання

1. Обчисліть експериментальні значення прискорень і їх відношень для різних перевантажень.
2. Обчисліть відношення квадратів відрізків часу.
3. Порівняйте відношення експериментальних значень прискорень і квадратів відрізків часу.

4. Порівняйте відношення теоретичних значень прискорень, які підраховані за формулою $a = 2h/t^2$, і квадратів відрізків часу з даними, отриманими експериментальним шляхом.
5. Результати вимірювань і обчислень унести в табл.. 3.2.
6. Обчислити абсолютну похибку вимірювань.

Таблиця 3.2

№	Експеримент		Теорія
	t_1^2/t_2^2	a_2/a_1	a_2/a_1
1			
2			
3			

Контрольні запитання

1. Запишіть рівняння руху вантажів.
2. Які прямі вимірювання виконують в лабораторній роботі?
3. За якою формулою обчислюють прискорення?
4. Як зміниться прискорення системи, якщо збільшити масу постійних вантажів, не змінюючи маси перевантажень?

4. Вимірювання прискорення вільного падіння на приладі Атвуда

4.1. Мета роботи

Вивчення поступального руху за допомогою приладу Атвуда і визначення прискорення вільного падіння.

4.2. Теоретична частина

В роботі вивчається поступальний рух вантажів 2 і 3, які закріплені на легкій нитці, що перекинута через нерухомий блок 1 (рис. 4.1). Система вантажів дає змогу рухатися під дією сили тяжіння перевантаження масою m_i. Фізичну модель досліду можна представити у вигляді схеми, зображеної на рис. 4.1.

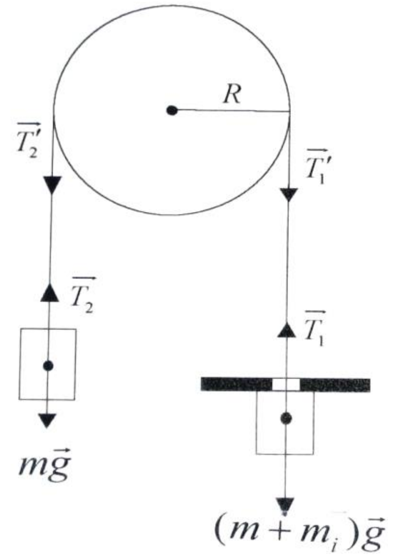


Рис. 4.1

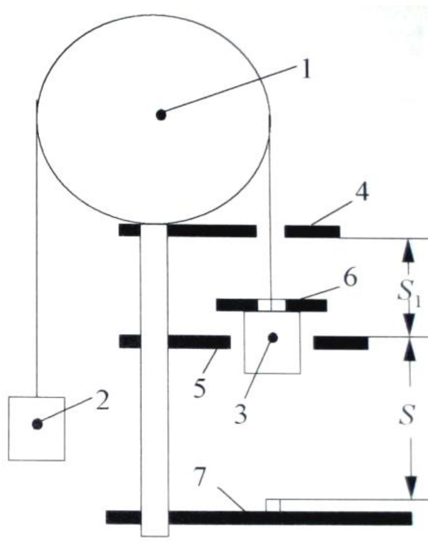


Рис.4.2

На вантажі діють сили тяжіння $m\vec{g}$ та $(m+m_i)\vec{g}$ і сили натягу ниток $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$. Якщо під час обертання блока навколо осі не враховувати сили тертя, то $T_1 = T_2 = T$. За другим законом Ньютона добуток маси на прискорення дорівнює сумі сил, які діють на вантажі. Запишемо рівняння руху вантажів у скалярній формі:

$$(m+m_1)a = (m+m_1)g - T; \tag{4.1}$$

$$ma = T - mg. \tag{4.2}$$

Розв'язавши сумісно рівняння руху стосовно прискорення, отримаємо:

$$a = \frac{(m+m_1)g - mg}{m+m_1+m} = \frac{m_1 g}{2m+m_1}. \tag{4.3}$$

Якщо після проходження деякого шляху S_1 (від платформи 4 до платформи 5) зняти перевантаження за допомогою платформи 5 (рис.4.2), то далі рух на відрізку шляху S (від платформи 5 до 7) буде рівномірним (при малій силі тертя) зі швидкістю

$$\vartheta = \sqrt{2aS_1}. \tag{4.4}$$

Час проходження відрізка шляху S знайдемо за формулою:

$$t = \frac{S}{\vartheta}. \qquad (4.5)$$

Прискорення вільного падіння знайдемо за формулою 4.3, підставивши значення прискорення a і ϑ з формул 4.4 і 4.5:

$$g = \frac{(2m+m_1)\cdot\vartheta^2}{m_1\cdot 2S_1} = \frac{(2m+m_1)\cdot S^2}{m_1\cdot 2S_1\cdot t^2}. \qquad (4.6)$$

4.3. Експериментальні дослідження

Лабораторний прилад зображений на рис.4.3. Через легкий блок перекинута нитка з вантажами однакової маси (m = 100 г). Якщо на правий вантаж покласти перевантаження масою ~ 40 г, то система вантажів почне рухатися з прискоренням. Під час проходження правого вантажу крізь верхню платформу перевантаження знімається і включається секундомір. Далі вантажі рухаються рівномірно. В момент удару правого вантажу по нижній платформі приладу

Рис. 4.3

спрацьовує вимикач секундоміра.

Під час виконання роботи потрібно:

1) встановити верхню платформу на відстані 0,3 – 0,4 м від нульової відмітки, а нижню платформу з кінцевим вимикачем – на відстані h = 0,7 – 0,8 м;
2) підняти правий вантаж з перевантаженням до нульової відмітки;
3) відпустити правий вантаж, водночас включивши секундомір;
4) виміряти час рівномірного руху вантажу з перевантаженням три рази і знайти середнє значення;
5) додаючи до вантажу додаткові перевантаження (10–40 г). виконати пп. 2 – 4, а отримані дані внести у табл. 4.1.

Таблиця 4.1

№	h, м	$m\cdot10^{-3}$,кг	t_1,с	t_2,с	t_3,с	$t_{ср}$,с	$g\cdot10^{-2}$, м/с^2
1							
2							
3							

4							

4.4. Обробка результатів вимірювання

1. Обчислити значення прискорення вільного падіння для різних перевантажень.
2. Обчислити середнє значення прискорення вільного падіння.
3. Обчислити відносну й абсолютну похибку вимірювань. Результат вимірювань записати у вигляді $g = \langle g \rangle \pm \langle \Delta g \rangle$.

Контрольні запитання

1. Які прямі вимірювання виконують в лабораторній роботі?
2. За якою формулою обчислюють прискорення?
3. Запишіть рівняння руху вантажів.
4. Як зміниться прискорення системи, якщо збільшити масу постійних вантажів, не змінюючи маси перевантажень?
5. Дайте визначення матеріальної точки, абсолютно твердого тіла.
6. Сформулюйте закони динаміки.

5. Вивчення обертального руху твердого тіла на приладі Обербека

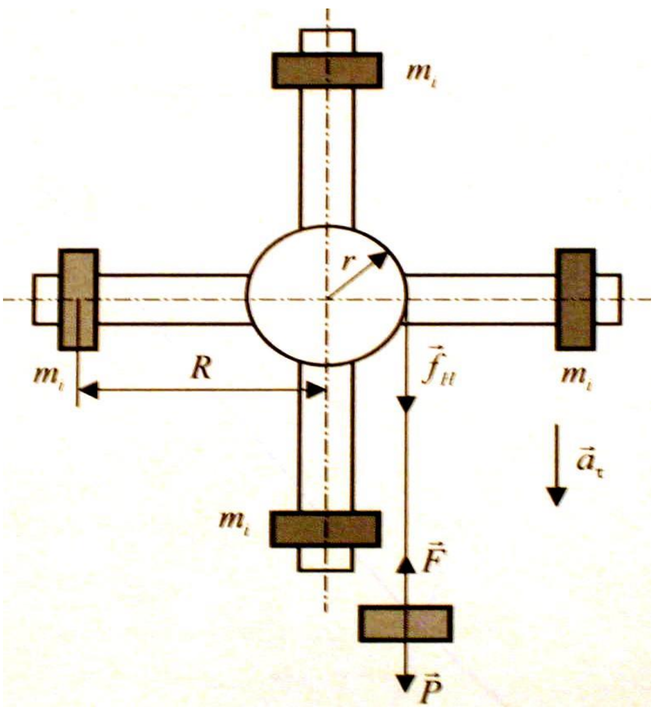


Рис. 5.1.

5.1. Мета роботи

Перевірка основного закону динаміки обертального руху і визначення моменту інерції за допомогою установки Обербека.

5.2. Теоретична частина

В роботі визнають момент інерції вантажу m_i, для чого спочатку обчислюють момент інерції хрестовини із чотирма вантажами m_i, а потім хрестовини без вантажів. Фізична модель досліду показана на рис. 5.1. Обертальний рух хрестовині задає вантаж **m,** який рухається з прискоренням a . Рівняння руху вантажу **m**:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}, \qquad (5.1)$$

де $\vec{P} = m\vec{g}$ – сила тяжіння вантажу, $F = m(g - a)$ – сила натягу шнура, на якому закріплений вантаж **m.** За третім законом Ньютона сила, яка діє на шків, дорівнює силі натягу шнура – $f_н = F$.

Модуль моменту сили, який діє на шків і приводить в рух обертальну частину установки:

$$M = r \cdot f_н \sin 90^0 = rm(g - a), \qquad (5.2)$$

де r – радіус шківа, a – прискорення вантажу m. Тангенціальне прискорення точок на поверхні шківа те ж саме, що і прискорення вантажу m, тобто $a_\tau = a$. Спостерігаючи за падінням вантажу m, можна визначити прискорення за формулою:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \qquad (5.3)$$

З формул 5.2 і 5.3 можна дістати формулу для визначення моменту сили:

$$M = r \cdot m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \qquad (5.4)$$

З іншого боку за основним законом динаміки обертального руху:

$$M = I \cdot \beta = I \cdot \frac{a}{r} = I \cdot \frac{2h}{r \cdot t^2}. \qquad (5.5)$$

Праві частини формул 4.4 і 4.5 рівні, тому:

$$I \cdot \frac{2h}{r \cdot t^2} = r \cdot m \cdot \left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \qquad (5.6)$$

З формули 5.6 для розрахунку моменту інерції хрестовини маємо:

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \qquad (5.7)$$

Момент інерції вантажу m_i відносно осі обертання:

$$I_i = \frac{(I - I_0)}{4} = \frac{mgr^2(t^2 - t_0^2)}{8h}. \qquad (5.8)$$

5.3. Експериментальні дослідження

Лабораторна установка Обербека складається з хрестовини з вантажами m_i, вантажу m і нижньої платформи з кінцевим вимикачем. Хрестовина складається із шківа радіуса r, закріпленого на горизонтальній осі, на якій розташовані чотири спиці з вантажами m_i. До шківа одним кінцем прикріплений шнур, на іншому підвішений вантаж масою m. Якщо намотати шнур, то вантаж підніметься на висоту h. Якщо вантаж відпустити, то він почне рухатися с прискоренням і приводитиме шків у прискорений обертальний рух.

Під час виконання лабораторної роботи потрібно:

1) виміряти радіус шківа r штангенциркулем;
2) намотати шнур на шків, стежачи за тим, щоб шнур був намотаний в один шар, і заміряти висоту підняття вантажу h;
3) відпустити хрестовину (без вантажів m_i) і заміряти час падіння t_0 вантажу з висоти h три-чотири рази;
4) закріпити на спицях чотири однакових вантажі m_i на визначеній відстані R від осі шківа. Виміряти цю відстань;
5) заміряти час руху t вантажу (із чотирма вантажами m_i) з тієї ж висоти h три-чотири рази.

5.4. Обробка результатів вимірювання

1. Обчислити момент інерції вантажу m_i за формулою 5.8 три-чотири рази.
2. Знайти середнє значення і похибки вимірювань.

Контрольні запитання

1. Які проводяться прямі вимірювання в цій роботі?
2. Що називається моментом інерції тіла?
3. Запишіть формули моментів інерції циліндра, кулі, стрижня.
4. Що називається моментом сили? Запишіть формулу.
5. Як направлений момент сили натягу шнура?
6. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.
7. За якою формулою обчислюють момент інерції тіла m_i в цій роботі?

6. Вивчення законів динаміки на приладі Атвуда

6.1. Мета роботи

Вивчення прискореного руху системи вантажів і визначення динамічних характеристик (сили тертя і моменту сили тертя).

6.2. Теоретична частина

В роботі вивчають прискорений рух вантажів, які закріплені на легкій нитці, яка перекинута через нерухомий блок. Система вантажів починає рухатися під дією сил тяжіння перевантаження масою m_1. Фізичну модель досліду можна представити у вигляді схеми, зображеної на рис. 6.1.

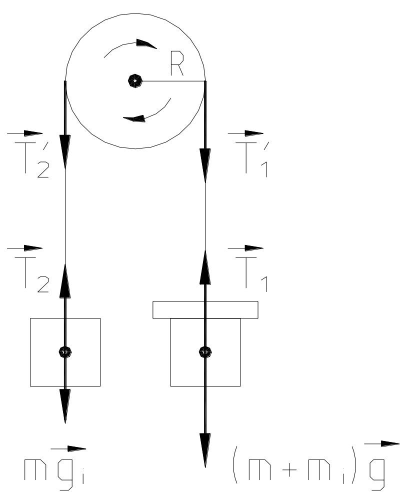


Рис. 6.1

На вантажі діють сили тяжіння mg та $(m+m_1)g$ і сили натягу ниток T_1 і T_2. Під час обертання блока навколо осі з тертям необхідно враховувати моменти сил $M_1 = RT_1\sin 90^0$ і $M_2 = RT_2\sin 90^0$, а також момент ефективної сили тертя $M_{тер.}$

Складемо математичну модель досліду. За другим законом Ньютона, добуток маси на прискорення дорівнює сумі сил, які діють на вантажі:

$$(m+m_1)a = (m+m_1)g - T\ ; \qquad (6.1)$$

$$ma = T_2 - mg. \qquad (6.2)$$

Рівняння моментів сил для блоку, який обертається навколо нерухомої осі:

$$I\varepsilon = M_1 - M_2 - M_{тер}, \qquad (6.3)$$

де I – момент інерції блока (момент інерції характеризує інерцію тіл під час обертального руху), ε - кутове прискорення, пов’язане з дотичним (лінійним) прискоренням залежністю:

$$a = \varepsilon \cdot R. \qquad (6.4)$$

Сили натягу ниток рівні за модулем і $T_1 = T_1^1; T_2 = T_2^1$. Розв’язавши систему рівнянь: 6.1 – 6.4 отримаємо формулу для прискорення системи вантажів:

$$a = \frac{m_i g - M_{тер}/R}{2m + m_i + I/R^2}. \tag{6.5}$$

Прискорення системи і вантажів неможливо обчислити за формулою 6.5, тому що сила тертя і момент інерції блока невідомі. Але, якщо маса перевантаження $m_i < 2m + m_i + I/R^2$, його масою можна знехтувати, тоді можна вважати, що прискорення системи лінійно залежить від сили тяжіння перевантаження $m_i g$.

З формули 6.5 видно, що якщо прискорення системи вантажів дорівнює нулю $(a = 0)$, то вага перевантаження дорівнює силі тертя:

$$F_{тер} = \frac{M_{тер}}{R} = m_i g. \tag{6.6}$$

Формула 6.6 свідчить, що силу тертя можна знайти, якщо екстраполювати графік залежності прискорення від сил тяжіння перевантажень до перетину з віссю абсцис.

Прискорення вантажів можна обчислити за формулою:

$$a = \frac{2h}{t^2}, \tag{6.7}$$

де h – пройдена вантажами відстань, t – час руху.

6.3. Експериментальні дослідження

Лабораторна установка показана на рис. 6.2. Через легкий блок перекинута нитка з вантажами. Якщо на правий вантаж покласти невелике перевантаження $P_i = m_i g$, то система вантажів почне рухатися з прискоренням, у момент удару вантажу по нижній платформі спрацює вимикач секундоміра.

Під час виконання роботи потрібно:

1) встановити нижню платформу з автоматичним вимикачем на відстані

$h = 0,6 – 0,8$ м;

Рис. 6.2

2) підняти правий вантаж з невеликим перевантаженням до нульової відмітки;

3) відпустити правий вантаж, водночас включивши секундомір;

4) виміряти час руху вантажу з перевантаженням три рази і знайти середнє значення;

5) додаючи до вантажу додаткові перевантаження (2 – 8 г.) викона-ти пп.2 – 4, а дані внести у табл. 6.1.

Таблиця 6.1

№	$h, м$	$m \cdot 10^{-3}, кг$	$t_1, с$	$t_2, с$	$t_3, с$	$t_{ср}, с$	$a \cdot 10^{-2}, м/с^2$
1							
2							
3							
4							
5							

6.4. Обробка результатів вимірювання

1. Обчислити значення прискорення для різних перевантажень.
2. Обчислити абсолютну похибку визначення прискорення за формулою $a = a_{ср}(\Delta h/h) + 2\Delta t/t)$.
3. Побудувати графік залежності прискорення **а** від сили тяжіння перевантаження $a = m_i g$.
4. За графіком визначити силу тертя $F_{тер}$.

Контрольні запитання

1. Які прямі вимірювання виконують в лабораторній роботі?
2. За якою формулою обчислюють прискорення?
3. Запишіть рівняння руху вантажів при наявності тертя.
4. Як зміниться прискорення системи, якщо збільшити масу постій-них вантажів, не змінюючи маси перевантажень?
5. Дайте визначення матеріальної точки, абсолютно твердого тіла.
6. Викладіть способи завдання руху (векторний, координатний, природний).

7. Прискорення при криволінійному русі (повне, нормальне, тангенціальне).
8. Сформулюйте закони динаміки.

7. Визначення моменту інерції симетричного твердого тіла

7.1. Мета роботи

Визначення моментів інерції тіла правильної геометричної форми (диск, пластина) і порівняння з даними розрахунку за теоретичними формулами.

7.2. Теоретична частина

Моментом інерції матеріальної точки називається добуток маси цієї точки і квадрата відстані до осі обертання, тобто:

$$I = mR^2. \tag{7.1}$$

Момент інерції твердого тіла – це сума моментів інерції всіх його матеріальних точок:

$$I_m = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2. \tag{7.2}$$

Для визначення моменту інерції будь-якого тіла правильної геометричної форми в наведеній формулі відстані від осі обертання до його матеріальних точок позначають літерою x, а маси точок – dm і інтегрують. Моменти інерції тіл неправильної форми знаходять експериментально.

Пристрій для визначення моменту інерції твердого тіла являє собою металевий диск, який має можливість обертатися навколо нерухомої осі під дією вантажу, що падає масою m (рис.7.1). Вантаж у вигляді гирі підвішується до нитки, другий кінець якої закріплено на валу. Вал обертається разом с диском.

Момент інерції тіла I (диска з валом) можна знайти за основним законом динаміки обертального руху (формула 7.3):

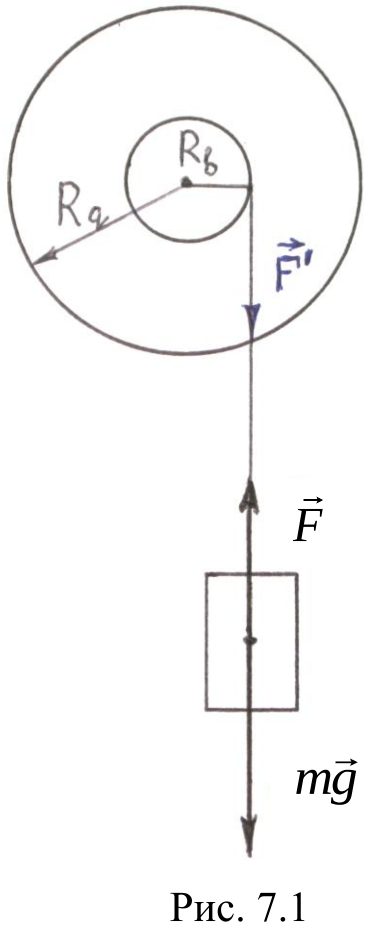


Рис. 7.1

$$I = \frac{M}{\varepsilon}, \tag{7.3}$$

де $M = R_B \cdot F -$ момент сили, $\varepsilon -$ кутове прискорення, $R_B -$ радіус вала, F – сила натягу нитки.

Якщо не враховувати сили тертя, то рівняння руху вантажу, за другим законом Ньютона, має вигляд:

$$ma = mg - F, \tag{7.4}$$

де a – прискорення вантажу, $m -$ маса вантажу.

З формули 7.4 знайдемо силу натягу нитки:

$$F = m(g - a). \tag{7.5}$$

Підставивши значення сили у формулу 7.5 і моменту сили у формулу 7.1 і, враховуючи, що прискорення вантажу і точок диску на відстані R_B однакові, отримаємо:

$$I = \frac{mR_B(g - a)}{\varepsilon}. \tag{7.6}$$

Прискорення вантажу знайдемо за формулою для прискореного руху без початкової швидкості:

$$a = \frac{2h}{t^2}, \tag{7.7}$$

де h – висота падіння вантажу, t – час його падіння.

Кутове і тангенціальне прискорення пов’язані між собою формулою:

$$\varepsilon = \frac{a}{R_B}. \tag{7.8}$$

Підставивши формули 7.7 і 7.8 у формулу 7.6, отримаємо робочу формулу для експериментального визначення моменту інерції системи (диск + вал):

$$I = mR_B^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \tag{7.9}$$

Момент інерції системи можна також розрахувати як суму моментів інерції системи диск + вал за формулою:

$$I = I_д + I_B, \tag{7.10}$$

де $I_д = \frac{m_д R_д^2}{2}$; $I_B = \frac{m_B R_B^2}{2} -$ моменти інерції диска і вала,

$I_{пл} = \frac{1}{12} m_{пл}(a^2 + b^2) -$ момент інерції пластини розмірами $a \times b$.

7.3. Експериментальні дослідження

1. Підняти вантаж у верхнє положення, намотуючи нитку на вал.
2. За допомогою секундоміра виміряти час руху (падіння) вантажу з висоти h. Провести виміри три-чотири рази для системи без тіла і три-чотири рази – для системи з тілом.
3. За допомогою штангенциркуля заміряти діаметри вала D_B і диска $D_д$.
4. Обчислені дані вимірювань часу t, висоти падіння h, маси вантажу (0,5 кг), радіусів диска $R_д$ і вала R_B унести в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

№	$R_B \cdot 10^{-2}, м$	$R_д, м$	h, м	t, с	$m_д, кг$	$m_в, кг$	$m\ , кг$
1							0,5
2							0,5
3							0,5
4							0,5
Сер.							0,5

7.4. Обробка результатів вимірювань

1. За формулою 7.7 розрахувати момент інерції системи.
2. За формулою 7.9 розрахувати моменти інерції системи для трьох-чотирьох вимірювань моменту інерції. Знайти середнє значення.
3. Знайти похибки вимірювань за формулою: $\Delta I_{сер} = \left| I_{сер} - I_i \right|$.
4. Знайти середню похибку вимірювань за формулою:

$$\Delta I_{сер} = \frac{\Delta I_1 + \Delta I_2 + \Delta I_3}{2}.$$

5. Результати вимірювань записати у вигляді:

$$I = I_{сер} \pm \Delta I_{сер}.$$

6. Порівняти результати, отримані за формулами 7.9 і 7.10.

7.5. Контрольні запитання

1. Сформулюйте і запишіть основний закон динаміки обертального руху.
2. Дайте визначення моменту сили, моменту інерції, лінійного і кутового прискорень.
3. Який зв'язок між лінійним і кутовим прискореннями?
4. Запишіть формули моментів інерції диска, кулі, стрижня стосовно осі симетрії.
4. Сформулюйте і запишіть формулу теореми Штейнера про перенос осі обертання.
5. Як в цій роботі визначається момент інерції системи?

8. Визначення моменту інерції тіла неправильної форми

8.1. Мета роботи

Визначити момент інерції тіла неправильної геометричної форми стосовно осі обертання.

8.2. Теоретична частина

Моментом інерції матеріальної точки називається добуток маси цієї точки і квадрата відстані до осі обертання, тобто:

$$I = mR^2. \tag{8.1}$$

Момент інерції твердого тіла – це сума моментів інерції всіх його матеріальних точок:

$$I_m = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2. \tag{8.2}$$

Для визначення моменту інерції будь-якого тіла правильної геометричної форми в наведеній формулі відстані від осі обертання до його матеріальних точок позначають літерою x, а маси точок – dm та інтегрують. Моменти інерції тіл неправильної геометричної форми знаходять експериментально.

Пристрій для визначення моменту інерції тіла неправильної форми являє собою металевий диск, який має можливість обертатися навколо нерухомої вертикальної осі під дією вантажу, що падає, масою m (рис. 8.1). Вантаж у вигляді гирі підвішується до нитки, другий кінець якої закріплено на валу. Вал обертається разом с диском, на якому розміщується тіло неправильної форми.

Момент інерції тіла I можна знайти за основним законом динаміки обертального руху (8.3):

$$I = \frac{M}{\varepsilon}, \tag{8.3}$$

де $M = R_B \cdot F$ – момент сили, $\varepsilon -$ кутове прискорення, R_B – радіус вала, F – сила натягу нитки.

Якщо не враховувати сили тертя, то рівняння руху вантажу, за другим законом Ньютона, має вигляд:

$$ma = mg - F, \tag{8.4}$$

де $a -$ прискорення вантажу, $m -$ маса вантажу.

З формули 8.4 знайдемо силу натягу нитки:

$$F = m(g - a). \tag{8.5}$$

Підставивши значення сили у формулу 8.5 і моменту сили у формулу 8.1 і враховуючи, що прискорення вантажу і точок диску на відстані R_B однакові, отримаємо:

$$I = \frac{mR_B(g - a)}{\varepsilon}. \tag{8.6}$$

Прискорення вантажу знайдемо за формулою для прискореного руху без початкової швидкості:

$$a = \frac{2h}{t^2}, \tag{8.7}$$

де h – висота падіння вантажу, t – час його падіння.

Кутове і тангенціальне прискорення пов’язані між собою формулою:

$$\varepsilon = \frac{a}{R_B}. \tag{8.8}$$

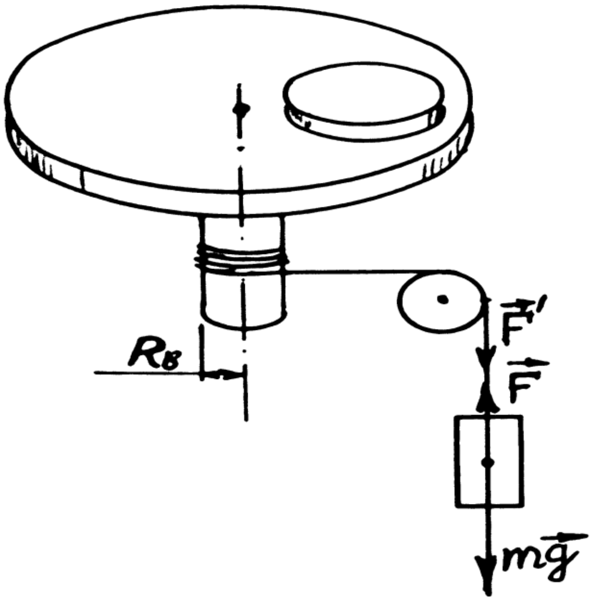


Рис. 8.1

Підставивши формули 8.7 і 8.8 у формулу 8.6 отримаємо робочу формулу для визначення моменту інерції системи:

$$I = mR_B^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \qquad (8.9)$$

8.3. Експериментальні дослідження

1. Намотуючи нитку на вал, підняти вантаж у верхнє положення.
2. За допомогою секундоміра виміряти час руху (падіння) вантажу з висоти h. Провести виміри три-чотири рази для системи без тіла і три-чотири рази – для системи з тілом.
3. За допомогою штангенциркуля заміряти діаметр вала D_B.
4. Обчислені дані вимірювань часу t, висоти падіння h, маси вантажу (0,5 кг), радіуса вала R_B унести в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

№	$R_B \cdot 10^{-3}, м$	h, м	t, м	m , $кг$
1				0,5
2				-
3				-
4				-
Сер				-

8.4. Обробка результатів вимірювань

1. За формулою 8.9 розрахувати момент інерції системи (без тіла) для трьох-чотирьох вимірювань моменту інерції. Знайти середнє значення.

2. Знайти похибки вимірювань за формулою: $\Delta I_{сер} = \left| I_{сер} - I_i \right|$.

3. Знайти середню похибку вимірювань за формулою

$$\Delta I_{сер} = \frac{\Delta I_1 + \Delta I_2 + \Delta I_3}{2}.$$

4. За формулою 8.9 розрахувати момент інерції системи (з тілом) для трьох-чотирьох вимірювань моменту інерції. Знайти середнє значення.

5. Момент інерції – величина адитивна, тому момент інерції тіла неправильної форми можна розрахувати за формулою:

$$I_{тіла} = I_{сист+тіло} - I_{сист}$$

6. Результати вимірювань записати у вигляді формули за допомогою цифр:

$$I = I_{тіла} \pm \Delta I_{сер}.$$

8.5. Контрольні запитання

1. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.
2. Дайте визначення моменту сили, моменту інерції, лінійного і кутового прискорень. Який зв'язок між лінійним і кутовим прискореннями?
3. Запишіть формули моментів інерції диска, кулі, стрижня стосовно осі симетрії.
4. Сформулюйте і запишіть формулу теореми Штейнера про перенос осі обертання.
5. Виведіть робочу формулу 8.9.
6. Як у цій роботі визначається момент інерції тіла неправильної геометричної форми?

9. Визначення моменту інерції тіла на подвійному підвісі

9.1. Мета роботи

Визначення моменту інерції тіла стосовно осі, що проходить крізь його центр мас.

9.2. Теоретична частина

Момент інерції тіла I стосовно деякої осі – це фізична величина, що являє собою міру інертності тіла під час обертального руху і дорівнює сумі добутків мас m_i усіх матеріальних точок тіла і квадратів їх відстаней до цієї осі обертання. Центром мас (або центром інерції) тіла називається точка, стосовно якої не відбувається обертання тіла в полі сили тяжіння.

У роботі визначають момент інерції тіла правильної форми, яке закріплюється на стрижні так, щоб центри мас тіла і стрижня розміщувалися на одній вертикалі (рис. 9.1). Повернувши стрижень у горизонтальній площині на деякий кут φ_0 (рис. 9.2), знаходимо, що центр мас тіла зі стрижнем підніметься на величину h і її потенціальна енергія збільшиться на величину:

$$\Delta W_n = (m + m_c)gh, \tag{9.1}$$

де m – маса тіла; m_c – маса стрижня.

Рис. 9.1

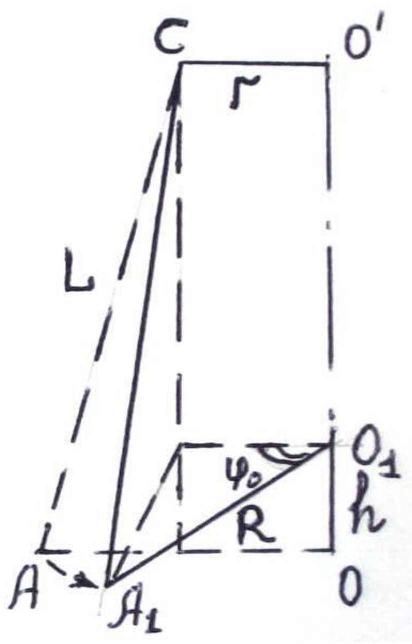


Рис. 9.2

Якщо стрижень відпустити, то він буде коливатися за гармонічним законом:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \tag{9.2}$$

де $\varphi(t) -$ кут відхилення для моменту часу t; період крутильних коливань системи (стрижня і тіла).

Під час проходження стрижнем стану рівноваги потенціальна енергія системи повністю переходить у кінетичну енергію коливань:

$$(m + m_c)gh = \frac{I_1 \omega_{1\max}^2}{2}, \tag{9.3}$$

де $I_1 -$ момент інерції системи; $\omega_{1\max} -$ максимальна кутова швидкість в момент проходження стану рівноваги.

Зміну висоти центра мас визначимо, розглядаючи систему у двох граничних станах при крутильних коливаннях. Після перетворень знайдемо (рис. 9.1):

$$h = \frac{ab\varphi_0^2}{8l}. \tag{9.4}$$

Для знаходження максимальної кутової швидкості візьмемо похідну від кута відхилення (9.2) за часом:

$$\omega_1 = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{-2\pi\varphi_0}{T_1} \sin\frac{2\pi t}{T_1} = -\omega_{\max} \sin\frac{2\pi t}{T_1}. \tag{9.5}$$

Після підстановки h і $\omega_{1\max}$ у формулу 9.3 одержимо вираз для моменту інерції системи тіла і стрижня:

$$I_1 = \frac{(m + m_c)abg}{16\pi^2 l} T_1^2. \tag{9.6}$$

Аналогічно для моменту інерції стрижня визначаємо:

$$I_c = \frac{m_c abg}{16\pi^2 l} T_c^2. \tag{9.7}$$

Оскільки момент інерції є величиною адитивною ($I_1 = I + I_c$), то з урахуванням формул 9.6 і 9.7 момент інерції тіла визначається за формулою:

$$I = \frac{abg}{16\pi^2 l}\left[(m + m_c)T_1^2 - m_c T_c^2\right] \tag{9.8}$$

9.3. Експериментальні дослідження

Як видно з рис. 9.1, стрижень підвішений на двох нитках однакової довжини так, що має можливість коливатися в горизонтальній площині. На стрижень можна надівати тіла з отворами, центри яких суміщяються із центром мас стрижня. Під час проведення вимірювань сам стрижень або стрижень з розміщеним на ньому тілом відхиляється на невеликий кут в горизонтальній площині і приводиться у коливальний рух стосовно осі OO′.

Під час виконання роботи потрібно:

1. Виміряти довжину ниток ℓ і відстані a і b між точками кріплення ниток. Маса стрижня $m_c = 0.2$ кг, маса тіла m вказана на поверхні.

2. Тіло, що досліджують, помістити на стрижень, сумістивши вісь тіла, стосовно якої визначають момент інерції, з віссю приладу.

3. Виміряти секундоміром час 25 – 50 коливань. Повторити виміри три-чотири рази. Вирахувати період коливань T_c системи.

4. Знявши тіло, повторити виміри за п. 2 для ненавантаженого стрижня і вирахувати період його коливань T_1.

9.4. Обробка результатів вимірювань

6. За формулою (9.8) обчислити момент інерції тіла.
7. Результати вимірювань і обчислень занести в таблицю 9.1.

Таблиця 9.1

№	$\ell \cdot 10^{-2}, м$	a, м	b, м	m_c, кг	m, кг	T_c, с	T_1, с	I, кгм^2
1								
2	–	–	–	–	–		–	–
3								
сер				0,25				
1								
2	–	–	–	–	–	–		–
3								
сер				0,25				

Контрольні запитання

1. Що таке момент інерції матеріальної точки?
2. Що таке момент інерції твердого тіла?
3. Які властивості тіла характеризує момент інерції?
4. Який коливальний рух називають гармонічним?
5. За якою формулою можна розрахувати кінетичну енергію тіла, що обертається?
6. Запишіть закон збереження енергії для крутильних коливань стрижня.
7. Чому потрібно, щоб центр мас тіла був на одній вертикалі із центром інерції диска?
8. Які закони збереження виконуються під час крутильних коливань?

10. Визначення моменту інерції тіла на трифілярному підвісі

10.1. Мета роботи

Визначення моменту інерції тіла яке розміщене на трифілярному підвісі стосовно осі, що проходить крізь його центр мас, і перевірка теореми Штейнера.

10.2. Теоретична частина

Момент інерції тіла I – це фізична величина, що являє собою міру інертності тіла під час обертального руху і дорівнює сумі добутків мас m_i усіх матеріальних точок тіла і квадратів їх відстаней до цієї осі обертання. Центром мас (або центром інерції) тіла називається точка, стосовно якої не відбувається обертання тіла в полі сили тяжіння.

У роботі визначають момент інерції тіла правильної форми, яке розміщене на диску трифілярного підвісу так, щоб центри мас тіла і стрижня лежали на одній вертикалі (рис.10.1). Повернувши диск у горизонтальній площині на деякий кут φ_0 (рис.10.2), знаходимо, що центр мас диска з тілом підніметься на величину h і потенціальна енергія збільшиться на величину:

$$\Delta W_n = (m + m_\partial)gh, \qquad (10.1)$$

де m – маса тіла; m_∂ – маса диска.

Якщо диск відпустити, то він буде коливатись за гармонічним законом:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \qquad (10.2)$$

де $\varphi(t)$ – кут відхилення для моменту часу t; період крутильних коливань системи (диск і тіло). Під час проходження системою стану рівноваги потенціальна енергія системи (рис. 10.2) повністю переходить у кінетичну енергію коливань:

$$(m + m_\partial)gh = \frac{I_1 \omega_{1\max}^2}{2}, \qquad (10.3)$$

де I_1 – момент інерції системи; $\omega_{1\max}$ – максимальна кутова швидкість у момент проходження стану рівноваги.

Зміну висоти центра мас визначимо розглянувши систему у двох граничних станах під час крутильних коливань. Після перетворень знайдемо (рис. 10.1):

$$h = \frac{ab\varphi_0^2}{8l}. \qquad (10.4)$$

Для знаходження максимальної кутової швидкості візьмемо похідну від кута відхилення (10.2) за часом:

$$\omega_1 = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{-2\pi\varphi_0}{T_1} \sin\frac{2\pi t}{T_1} = -\omega_{\max} \sin\frac{2\pi t}{T_1}. \qquad (10.5)$$

Після підстановки h і $\omega_{1\max}$ у формулу 10.3 дістанемо вираз для моменту інерції системи тіла і диска:

$$I_1 = \frac{(m + m_\partial)abg}{16\pi^2 l} T_1^2. \qquad (10.6)$$

Аналогічно для моменту інерції диска маємо:

$$I_\partial = \frac{m_\partial abg}{16\pi^2 l} T_\partial^2. \qquad (10.7)$$

Оскільки момент інерції є величиною адитивною ($I_1 = I + I_\partial$), то з урахуванням формул 10.6 і 10.7 момент інерції тіла визначають за формулою:

$$I = \frac{abg}{16\pi^2 l}\left[(m + m_\partial)T_1^2 - m_\partial T_\partial^2\right] \qquad (10.8)$$

10.3. Експериментальні дослідження

Як видно з рис. 10.1, суцільний диск підвішений на трьох нитках однакової довжини так, що має можливість коливатися в горизонтальній площині.

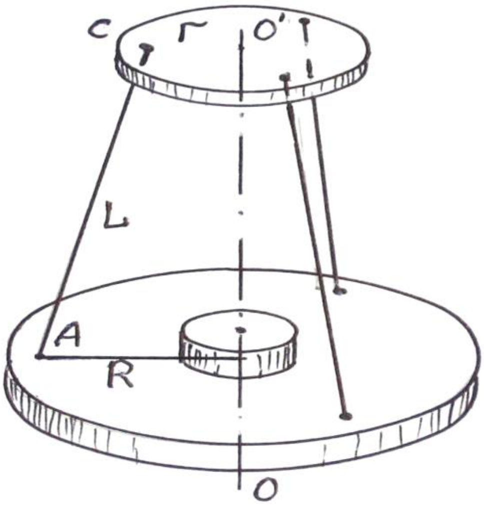


Рис. 10.1

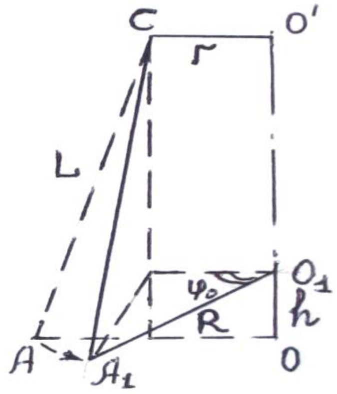


Рис.10.2

На диск можна класти тіла, центри мас яких треба сумістити з центром мас стрижня. Під час проведення вимірювань сам диск або диск з розміщеним на ньому тілом відхиляється на невеликий кут в горизонтальній площині і приводиться у коливальний рух стосовно осі OO′.

Під час виконання роботи потрібно:

1. Виміряти довжину ниток ℓ і відстані a і b між точками кріплення ниток. Маси диска і тіла m вказані на їх поверхнях.
2. Тіло, що досліджується, помістити на диск, сумістивши вісь тіла, стосовно якої визначають момент інерції, з віссю диска.
3. Виміряти секундоміром час 25 – 50 коливань. Повторити виміри три-чотири рази.
4. Знявши тіло, повторити виміри за п. 2 для ненавантаженого диска і вирахувати період його коливань $T_д$.

10.4. Обробка результатів вимірювань

1. Вирахувати період коливань T_1 системи.
2. За формулою 10.8 обчислити момент інерції тіла.
3. Результати вимірювань і обчислень унести в табл. 10.1.

Таблиця 10.1

№	$\ell \cdot 10^{-2}, м$	a, м	b, м	$m_д$, кг	m, кг	$T_д$, с	T_1, с	I, $кгм^2$
1								
2	–	–	–	–	–		–	–
3								
сер								
1								
2	–	–	–	–	–	–		–
3								
сер								
1								
2	–	–	–	–	–	–		–
3								
сер								

Контрольні запитання

1. Що називають моментом інерції матеріальної точки?
2. Що називають моментом інерції твердого тіла?
3. Які властивості тіла характеризує момент інерції?
4. Який коливальний рух називають гармонічним?
5. За якою формулою можна розрахувати кінетичну енергію тіла, що обертається?
6. Запишіть закон збереження енергії для крутильних коливань стрижня.
7. Чому потрібно, щоб центр мас тіла був на одній вертикалі із центром інерції диска?
8. Які закони збереження виконуються під час крутильних коливань?

11. Визначення прискорення вільного падіння

11.1. Мета роботи

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника.

Математичним маятником називається матеріальна точка (куля), що підвішена на довгій нерозтяжній нитці. Період коливань математичного маятника залежить від довжини нитки ℓ і прискорення вільного падіння і не залежить від маси маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{11.1}$$

Із цієї формули можна знайти прискорення вільного падіння, якщо виміряти довжину нитки і період коливань:

$$g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}. \tag{11.2}$$

Точно виміряти довжину нитки достатньо складно, тому замість довжини ℓ потрібно взяти різницю довжин двох маятників: $\ell_1 - \ell_2$.

Якщо при довжині нитки ℓ_1 період коливань маятника T_1, а при довжині нитки ℓ_2 період коливань маятника T_2, то:

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2(\ell_1 - \ell_2)}{g}. \tag{11.3}$$

Із цієї формули виведемо робочу формулу:

$$g = \frac{4\pi^2(\ell_1 - \ell_2)}{T_1^2 - T_2^2}. \tag{11.4}$$

11.3. Експериментальні дослідження

Для визначення прискорення вільного падіння в роботі використовується маятник у вигляді кулі на довгій нитці. Маятник закріплено на кронштейні. Для вимірювання довжини користуються шкалою із сантиметровими поділками. Для визначення періоду коливань виміряють час t 50 – 100 повних коливань. Період знаходять за формулою:

$$T = \frac{t}{n}. \tag{11.5}$$

11.4. Обробка результатів вимірювань

1. Виміряти довжину маятника ℓ_1 (2 м).

2. Відхилити маятник на невеликий кут 5 – 6^0, відпустити і одночасно включити секундомір. Виміряти час n_1 50 –100 коливань.

3. Провести вимірювання ще для двох довжин: ℓ_2 і ℓ_3 Потрібно мати на увазі, що різниці довжин $\ell_1 - \ell_2$ і $\ell_1 - \ell_3$ мають бути більше 0,6м. Результати вимірювань записати у табл. 11.1.

4. Знайти значення прискорення вільного падіння g за формулами:

$$g_1 = \frac{4\pi^2(\ell_1 - \ell_2)}{T_1^2 - T_2^2}; \;\; g_2 = \frac{4\pi^2(\ell_1 - \ell_3)}{T_1^2 - T_3^2}.$$

5. Знайти середнє значення g і похибки вимірювань:

$$\Delta g_1 = \left|g_{сер} - g_1\right|; \;\; \Delta g_2 = \left|g_{сер} - g_2\right|; \;\; \Delta g_2 = \left|g_{сер} - g_2\right|.$$

6. Результати вимірювань записати у вигляді:

$$g = g_{сер} \pm \Delta g_{сер}.$$

Таблиця 11.1

№	При довжині ℓ_1			При довжині ℓ_2			При довжині ℓ_3		
	n_1	t_1,с	T_1,с	n_2	t_2,с	T_2,с	n_3	t_3,с	T_3,с
1									
2			–			–			–
3									
сер	–	–		–	–		–	–	

Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння і запишіть його формулу.
2. Що таке прискорення вільного падіння? Як прискорення вільного падіння залежить від широти і висоти місця?
3. Який рух називається гармонічним коливанням? Які величини його характеризують?
4. Виведіть робочу формулу 11.4.
5. Як знаходять прискорення вільного падіння в цій роботі?
6. Що є основним джерелом похибок у роботі і як можна збільшити точність методу?

12. Дослідження механічних коливань, що згасають

12.1. Мета роботи

Вивчення коливань, що згасають та визначення коефіцієнта згасання, логарифмічного декременту згасання та добротності системи, яка коливається.

12.2. Теоретична частина

В реальних коливальних системах завжди є сили опору, дія яких призводить до зменшення енергії. Розглянемо вільні коливання, що затухають. При малих швидкостях руху сили опору середовища пропорційні швидкості:

$$F_{оп} = -r\vartheta = -r\dot{x}, \qquad (12.1)$$

де $\vartheta = \dot{x}$ – швидкість руху.

Знак (–) вказує на те, що сила і швидкість мають протилежний знак.

Запишемо рівняння руху системи під дією квазіпружної сили $F_y = -\kappa x$ при наявності сили опору $F_{оп}$:

$$ma = -r\vartheta = -r\dot{x}, \qquad (12.2)$$

де $a = \dfrac{d\vartheta}{dt}$ – прискорення системи, що коливається.

Рішення диференційного рівняння (12.2) має вигляд:

$$x = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (12.3)$$

де A_0 – амплітуда коливань в початковий момент часу, $\beta = r/2m$ –коефіцієнт згасання, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота коливань, що згасають ω_0 – власна частота коливань системи.

Коливання, що затухають, є неперіодичними, тому що в них ніколи не повторюються максимальні зсуви, швидкості, прискорення. Внаслідок того, що коливальна система проходить крізь положення рівноваги через рівні проміжки часу Т, цю величину називають періодом коливань, що згасають:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \qquad (12.4)$$

де β - коефіцієнт згасання.

Із формули 12.3 випливає, що амплітуда коливань, що згасають, зменшується із часом за законом:

$$A(t) = e^{-\beta t} \qquad (12.5)$$

Із формули 12.5 випливає, що коефіцієнт згасання дорівнює натуральному логарифму відношення амплітуд коливань і часу:

$$\beta = \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{A_0}{A(t)}. \qquad (12.6)$$

Натуральний логарифм відношення амплітуд зсув, що відрізняються на період Т, називають логарифмічним декрементом згасання:

$$\lambda = \ln \frac{A_t}{A(t+T)} = \beta T. \qquad (12.7)$$

Підставивши $\beta = \lambda$ /Т у формулу (12.5) матимемо для амплітуди коливань, що згасають:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t/T}. \qquad (12.8)$$

Нехай за час τ амплітуда зменшилася у ***e*** разів. За цей час система робить $N_e = \tau/T$ коливань. З умови $e^{-\lambda N_e} = e^{-1}$ маємо: $\lambda = 1/N_e$, тобто логарифмічний декремент згасання за модулем обернений числу коливань, що здійснюються за час, протягом якого амплітуда коливань зменшується у **е** разів.

12.3. Експериментальні дослідження

Схема лабораторної установки для дослідження механічних коливань, що затухають, наведена на рис. 12.1. Вона являє собою фізичний маятник, закріплений на стійці, яка має шкалу для вимірювання амплітуди коливань. Під час проведенні дослідів потрібно: відхилити маятник на кут ~15^0 і дати змогу вільно гойдатися у повітрі . Відмітити по шкалі ряд послідовних значень амплітуд зсув $A(t)$. Для визначення періоду коливань виміряти час t 10 повних коливань фізичного маятника чотири-п`ять разів.

12.4. Обробка результатів вимірювань

1. Знайти період коливань, що згасають, за формулою:

$$T = \frac{t}{n}. \tag{12.5}$$

2. Побудувати графік залежності $A(t)$ від часу.

3. Обчислити коефіцієнт згасання і логарифмічний коефіцієнт згасання за формулами 12.6 та 12.7.

Рис.12.1

Контрольні запитання

1. Які коливання називають вільними, вимушеними?
2. Чи є коливання, що загасають, гармонічними?
3. Запишіть рівняння коливань, що згасають.
4. Який вигляд має розв`язання рівняння коливань, що згасають?
5. Що таке логарифмічний коефіцієнт згасання?
6. Який рух називається коливальним?
7. У чому суть явища механічного резонансу?

13. Визначення універсальної газової сталої

13.1. Мета роботи

Визначення універсальної газової сталої методом відкачки.

13.2. Теоретична частина

Універсальну газову сталу R можна визначити з рівняння Клапейрона-Менделєєва:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \tag{13.1}$$

де $p-$ тиск газу; $V-$ об'єм; $m-$ маса газу; $\mu-$ молярна маса газу; $T-$ температура.

Всі параметри газу можна виміряти, але газ можна зважити тільки сумісно з посудиною. Тому для знаходження маси газу розглянемо рівняння 13.1 для двох мас m_1 і m_2 одного газу при однаковому тиску і температурі. Тоді для газової сталої:

$$R = \frac{\mu(p_1 - p_2)V}{(m_1 - m_2)T} = \frac{\mu \Delta p V}{\Delta m T}. \tag{13.2}$$

12.3. Експериментальні дослідження

Лабораторна установка для визначення універсальної газової сталої складається зі скляної колби, електронних ваг, манометра і термометра (рис.13.1). Під час проведення дослідів потрібно:

1. Зважити колбу і визначити сумарну масу M_1 колби (m_0) з повітрям (m_1): $M_1 = m_0 + m_1$ до відкачки повітря.

2. Включити насос і відкачати повітря до деякого тиску p_2. Манометр буде показувати різницю між атмосферним тиском p_1 і тиском у колбі p_2: $\Delta p = p_1 - p_2$.

3. Зважити колбу і визначити сумарну масу колби (m_0) з повітрям (m_2) $M_1 = m_0 + m_2$ після відкачки повітря. Обчислені дані вимірювань унесіть у табл. 13.1.

Рис.13.1

Таблиця 13.1

$V \cdot 10^{-3}, м^3$	ТК	$p_1 \cdot 10^5$, Па	$m_1 \cdot 10^{-3}$, кг	$m_2 \cdot 10^{-3}$, кг	$\Delta p \cdot 10^5$, Па
1,25					

13.4. Обробка результатів вимірювань

1. Визначите масу відкачаного повітря як різницю мас:

$$\Delta m = M_1 - M_2.$$

2. За формулою (13.2) вирахуйте універсальну газову сталу для трьох вимірювань. Молярна маса повітря $\mu = 29 \cdot 10^{-3} кг/моль$.
3. Розрахуйте середнє значення універсальної газової сталої і абсолютні похибки вимірювань. Результати записати у вигляді:

$$R = \langle R \rangle \pm \langle \Delta R \rangle.$$

14. Вивчення властивостей газів

14.1. Мета роботи

Визначення коефіцієнта в’язкості, довжини вільного пробігу і ефективного діаметра молекул повітря.

14.2. Теоретична частина

За формулою Пуазейля, об’єм повітря ΔV, що проходить крізь капіляр радіуса R довжиною l за час t, пропорційний різниці тисків на кінцях капіляра $\Delta p = p_1 - p_2$:

$$\Delta V = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot t. \tag{14.1}$$

де $\eta -$ в’язкість газу.

З формули 14.1 можна вивести формулу для знаходження коефіцієнта в’язкості повітря:

$$\eta = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot l \cdot \Delta V} \cdot t, \tag{14.2}$$

Для реальних газів (з урахуванням розподілу молекул за швидкостями і сил взаємодії між ними) виводимо формулу, що пов’язує довжину вільного пробігу молекул із середньою арифметичною швидкістю, в’язкістю і густиною повітря $\rho_г$:

$$\bar{\lambda} = \frac{2\eta}{\rho_г \bar{\upsilon}}. \tag{14.3}$$

Середня арифметична швидкість молекул газу:

$$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \tag{14.4}$$

Із рівняння Клапейрона-Менделєєва густина газу $\rho_г$ дорівнює:

$$\rho_г = \frac{m}{V} = \frac{\mu \cdot p}{R \cdot T}, \tag{14.5}$$

де тиск р $\approx 1\ 10^5$ Па; Т – абсолютна температура; μ – молярна маса газу (для повітря М = $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль).

Якщо виміряти коефіцієнт в’язкості повітря і підрахувати $\bar{\upsilon}$ і $\rho_г$, за формулою 14.3 можна знайти середню довжину вільного пробігу молекул повітря $\bar{\lambda}$.

Ефективний діаметр молекул σ можна підрахувати за формулою для довжини вільного пробігу:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma^2 n}, \qquad (14.6)$$

де n – кількість молекул у одиниці об’єму. Її можна знайти з формули:

$$n = n_0 \frac{pT_0}{p_0 T}, \qquad (14.7)$$

де n_0 = 2,7 10^{25}– число Лошмідта – кількість молекул в одиниці об’єму при нормальних умовах ($p_0 = 1.01 \cdot 10^5$ $м^{-3}$ і T_0 = 273К).

Про характер течії повітря у капілярі можна робити висновки за числом Рейнольдса:

$$R_e = \frac{2r\rho_г \upsilon}{\eta}, \qquad (14.8)$$

де r – радіус капіляра; υ – середня швидкість течії.

Якщо число R_e менше 2000, то потік ламінарний, а якщо більше 2600 – турбулентний. При значеннях 2000 – 2600 потік може бути як ламінарним, так і турбулентним.

Рис.14.1

14.3. Експериментальні дослідження

Пристрій для вивчення властивостей газів складається з прозорої посудини з розташованим знизу краном (рис.14.1). Зверху посудина закривається пробкою, через яку пропущено капіляр. Посудина на три чверті заповнюється водою. Якщо відкрити кран, то вода буде вільно витікати через отвір і рівень води буде швидко зменшуватися. Через деякий час вода почнє витікати каплями, тобто об’єм повітря, що проходить крізь капіляр, буде дорівнювати об’єму води, що витікає за той же час. Під час витікання води тиск у посудині p_2 стає менше атмосферного p_1 на величину ρgh, де h – висота рівня води відносно отвору. Під дією різниці тисків $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho gh$ крізь капіляр проходить повітря. Коефіцієнт в'язкості повітря можна обчислити за формулою 14.2, де ΔV – об'єм повітря, що проходить крізь капіляр за час t.

Під час проведення дослідів потрібно:

1. Зважити порожній стакан, виміряти температуру повітря і атмосферний тиск;
2. Відкрити кран, дочекатися, доки вода почне витікати каплями, підставити стакан і включити секундомір;
3. Виміряти початкову і кінцеву висоту рівня води відносно отвору h_1 і h_2;
4. Коли в стакан наллється 50 – 80 см^3 води, перекрити кран і записати час витікання води;
5. Зважити стакан з водою і знайти масу і об'єм води, що витекла.
6. Повторити вимірювання два-три рази. Результати вимірювань унести в табл. 14.1.

Таблиця 14.1

h_1, м	h_2, м	t ,с	$m \cdot 10^{-3}$, кг	$\Delta V \cdot 10^{-6}$,м^3	р, Па	ТК

14.4. Обробка результатів вимірювань

Визначення коефіцієнта в'язкості повітря

1. Розрахувати для кожного досліду середнє значення h за формулою:

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2}. \tag{14.9}$$

Значення радіуса і довжини капіляра вказані в роботі.

2. За формулою 14.2 визначити коефіцієнти в'язкості повітря і знайти їх середнє значення.

3. Визначити похибки вимірювань $\Delta \eta_i$ за формулою:

$$\Delta\eta_i = \left|\eta_{сер} - \eta_i\right|. \tag{14.10}$$

4. Визначити середню похибку вимірювань $\Delta\eta$ за формулою і результат вимірювань записати в такому вигляді:

$$\eta = \eta_{сер} \pm \Delta\eta. \tag{14.11}$$

Визначення середньої довжини вільного пробігу молекул повітря

Середню довжину вільного пробігу молекул $\bar{\lambda}$ вирахувати з формули для в'язкості, яка випливає з молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу:

$$\eta = \frac{1}{2}\rho_г \bar{\lambda}\bar{\upsilon}, \tag{14.12}$$

де $\bar{\upsilon}$ – середня арифметична швидкість молекул газу. Із формули 14.12 випливає:

$$\bar{\lambda} = \frac{2\eta}{\rho_г \bar{\upsilon}}, \tag{14.13}$$

де середню арифметичну швидкість молекул $\bar{\upsilon}$ можна знайти за формулою 14.4, а густину повітря $(\rho_г)$ – за формулою (14.5).

Визначення ефективного діаметра молекул повітря

Ефективний діаметр молекул повітря знайти за формулою, що випливає з формули 14.6 для $\bar{\lambda}$:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}\cdot\pi\bar{\lambda}n}}, \tag{14.14}$$

де концентрацію молекул n можна знайти за формулою 14.7.

Контрольні запитання

1. Як у цій роботі знаходять коефіцієнт в'язкості повітря?
2. Який фізичний зміст коефіцієнта в'язкості?
3. Запишіть формулу сили внутрішнього тертя в рідині.
4. Запишіть формулу для знаходження коефіцієнта в'язкості повітря (формулу Пуазейля).
5. Запишіть формулу середньої арифметичної швидкості молекул газу.
6. Що таке середня довжина вільного пробігу молекул?

7. За якою формулою в роботі знаходять середню довжину вільного пробігу молекул повітря?
8. Що таке ефективний діаметр молекули?
9. За якою формулою в роботі знаходять ефективний діаметр молекул повітря?
10. Що таке число Лошміта?
11. Який фізичний зміст числа Рейнольдса?

15. Знаходження відношення C_p/C_v теплоємностей газів

15.1. Мета роботи

Визначення відношення теплоємності при постійному тиску C_p до теплоємності при постійному об'ємі C_V і порівняння результату вимірювань з теоретичним значенням.

15.2. Теоретична частина

Теплоємність С – фізична величина, яка дорівнює кількості теплоти для нагрівання тіла на один градус.

$$C = \frac{dQ}{dT}. \qquad (15.1)$$

Теплоємність одиниці маси речовини називають питомою теплоємністю, а теплоємність одного моля – молярною. Для газів розрізняють теплоємність при постійному тиску і постійному об'ємі. На нагрівання газу при постійному тиску потрібна більша кількість теплоти на величину роботи розширення газу ніж при постійному об'ємі, тому $C_p \succ C_V$. Відношення $C_p/C_v = \gamma$ відіграє важливу роль під час опису процесів у газах. Так, у рівнянні Пуассона воно є показником адіабати. Від величини γ залежить швидкість звуку в газах.

В роботі для визначення відношення теплоємностей $\gamma = C_p/C_v$ використовують метод Клемана-Дезорма. Цей метод базується на порівнянні зміни тиску газу під час ізотермічної і адіабатичної зміни його об'єму. За допомогою насосу в балон швидко накачують повітря до деякого тиску (p_1^*), що більший атмосферного (p_0) (тиск у мм водяного стовпа). Під час адіабатичного стискування повітря температура в балоні збільшується. Через деякий час у результаті теплового обміну з навколишнім середовищем повітря у балоні охолоджується до кімнатної температури і тиск стабілізується до значення:

$$p_1 = p_0 + h_1, \tag{15.2}$$

де h_1 – надмір тиску над атмосферним (виміряється водяним манометром).

Якщо в балоні відкрити пробку, щоб повітря швидко (адіабатично) розширилося (тиск впаде до атмосферного), то температура повітря у балоні зменшиться. Потім повітря почне прогріватися до кімнатної температури і тиск збільшиться:

$$p_2 = p_0 + h_2. \tag{15.3}$$

Перехід повітря з першого стану в другий відбувається адіабатично, тому буде виконуватися співвідношення:

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}. \tag{15.4}$$

Перехід повітря з першого стану в третій відбувається ізотермічно, тому можна записати:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}. \tag{15.5}$$

Замінивши відношення об’ємів відношенням тисків (формули15.4 і 15.5 і взявши логарифм, дістанемо для γ вираз:

$$\gamma = \frac{\lg p_0 - \lg p_1}{\lg p_2 - \lg p_1} = \frac{\lg p_0 - \lg(p_0 + h_1)}{\lg(p_0 + h_2) - \lg(p_0 + h_1)}. \tag{15.6}$$

Тиск p_0, $p_1 = p_0 + h_1$ і $p_2 = p_0 + h_2$ незначно відрізняються, тому логарифми можна замінити їх числовими значеннями:

$$\gamma = \frac{p_0 - (p_0 + h_1)}{(p_0 + h_2) - (p_0 + h_1)}. \tag{15.7}$$

Тобто відношення теплоємностей можна знайти за формулою:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \tag{15.8}$$

15.3. Експериментальні дослідження

Лабораторна установка являє собою великий скляний балон Б, який з'єднаний гумовими трубками з водяним манометром М і насосом Н. Балон може з'єднуватися із зовнішньою атмосферою за допомогою пробки П (рис.15.1).

При закритій пробці швидко але обережно накачати повітря у балон до різниці рівнів води у манометрі 15 – 20 см і перекрити трубку затискачем.

Витримавши чотири-п'ять хв. (температура у балоні зрівняється з температурою повітря, а різниця рівнів стабілізується), записати цю різницю h_1.

Відкрити балон за допомогою пробки П, швидко випустити залишкове повітря і закрити балон пробкою.

Коли повітря у балоні прогріється до кімнатної температури і різниця рівнів води у манометрі стабілізується, записати значення h_2. Вимірювання провести три-чотири рази, а результат вимірювань записати у табл. 15.1

Таблиця 15.1

№	Різниця рівнів води у манометрі		Відношення $\gamma = C_p / C_V$
	h_1, мм	h_2, мм	
1			
2			
3			
4			

15.4. Обробка результатів вимірювань

1. Знайти значення γ за формулою 14.8 і її середнє значення.
2. Результат вимірювань записати у такому вигляді

$$\gamma = \langle \gamma \rangle \pm \Delta \langle \gamma \rangle .$$

Контрольні запитання

1. Що таке теплоємність? Чому для газів розрізняють теплоємність при постійному тиску і постійному об'ємі?

2. В яких одиницях виміряється питома і молярна теплоємність?
3. Який процес називається адіабатичним? Накресліть графік процесу.
4. Запишіть рівняння Пуассона.
5. Як у цій роботі знаходять відношення C_p / C_V ?
6. Що таке ступінь вільності? Від чого він залежить?
7. Як знайти значення молярної теплоємності при постійному тиску і постійному об'ємі за класичною теорією?
8. Сформулюйте і запишіть перший закон термодинаміки.

16. Дослідження в'язких властивостей рідини та розчинів

16.1. Мета роботи

Визначення в'язкості рідини методом кульового віскозиметра за методом Стокса.

16.2. Теоретична частина

В'язкість рідини (або газу) – це здатність одного шару рідини протидіяти переміщенню другого шару. В'язкість виникає внаслідок обміну імпульсами між молекулами. За Ньютоном, сила внутрішнього тертя прямо пропорційна градієнту швидкості і площі поверхні S шарів рідини, які стикаються:

$$F_m = \eta \frac{\Delta \upsilon}{\Delta x} S, \qquad (16.1)$$

де η – коефіцієнт внутрішнього тертя або в'язкості.
В міжнародній системі одиниць СІ одиниця в'язкості дорівнює:

$$[\eta] = \frac{H \cdot м \cdot c}{м^2 \cdot м} = Па \cdot c$$

(одиниця в'язкості в абсолютній Гаусовій системі одиниць – пуаз $1 Па \cdot c = 10 пуаз$.

Є більш ніж 15 методів вимірювання в'язкості. Найбільш поширені з них здійснюють з використанням ротаційного, капілярного та кульового віскозиметрів.

Ротаційний віскозиметр. Вимірювання в'язкості базується на визначенні швидкості обертання циліндра у в'язкому середовищі.

Капілярний віскозиметр. Вимірювання коефіцієнта в'язкості базується на вимірюванні швидкості витікання рідини з циліндричної трубки. В'язкість розраховується за формулою:

$$\eta = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot l \cdot \Delta V} \cdot t, \qquad (16.2)$$

де $R, l -$радіус і довжина трубки; $\Delta p -$ різниця тиску на кінцях трубки; $\Delta V -$ об'єм рідини, яка витікає за час t.

Кульовий віскозиметр. Вимірювання в'язкості базується на визначенні швидкості падіння кульки у в'язкому середовищі.

За Стоксом, при повільному русі тіла у в'язкому середовищі між шарами рідини діють сили внутрішнього тертя:

$$F_m = 6\pi r \eta \upsilon, \qquad (16.3)$$

де $r -$радіус кульки; $\upsilon -$швидкість руху кульки відносно рідини.

При сталому падінні кульки в рідині сума сил, які на неї діють, дорівнює нулю (рис.16.1):

$$mg - F_A - F_m = 0, \qquad (16.4)$$

де сила тяжіння $mg = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \rho_m g;$ сила Архімеда $F_A = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g.$

Підставивши у формулу 16.3 значення $mg, F_A, F_m,$ знайдемо

$$\eta = \frac{d^2 g(\rho_m - \rho_p)t}{18h}, \qquad (16.5)$$

де $d -$діаметр кульки; $h, t -$висота та час падіння кульки.

16.3. Експериментальні дослідження

Лабораторна установка (рис. 16.1) являє собою скляну посудину **1** у вигляді циліндра з досліджуваною рідиною. У кришці **2** є отвір **3**, в який опускають маленькі кульки **4**; на зовнішній поверхні циліндра розташовані мітки **5** для виміру відстані.

Під час проведення вимірювань:

1. Заміряйте діаметр кульки мікрометром; вимірювання проведіть два-три рази і візьміть середнє значення;
2. Обережно опустіть кульку у рідину і заміряйте час, за який вона

пройде відстань між двома мітками на циліндрі;

3. Повторіть дослід два-три рази з іншими кульками;
4. Дані внесіть у табл. 16.1.

Таблиця 15.1

№	d, 10^{-3} ,м	h, м	t, с	$\rho_к$,г/см^3	ρ_p , г/см^3	η , Па·с
1						
2						
3						
сер	–	–	–	–	–	

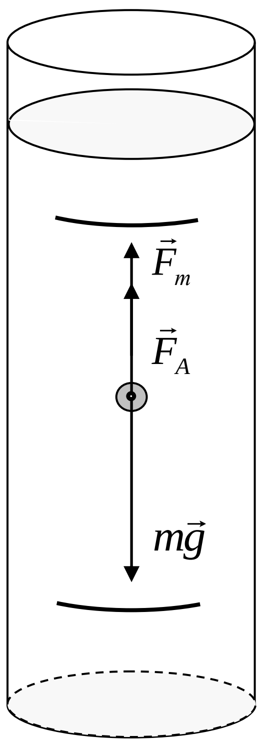


Рис.16.1

16.4. Обробка результатів вимірювань

Розрахуйте коефіцієнти в'язкості досліджуваної речовини за формулою 16.5 для трьох вимірів.

Розрахуйте середнє значення коефіцієнта в'язкості, абсолютні похибки вимірювань і їх середнє значення.

Результати вимірювань коефіцієнта в'язкості запишіть у вигляді формули: $\eta = \langle \eta \rangle \pm \langle \Delta\eta \rangle$.

Контрольні запитання

1. Який фізичний зміст коефіцієнта в'язкості?
2. Які є методи визначення коефіцієнта в'язкості ?
3. Як у цій роботі знаходять коефіцієнт в'язкості?
3. Запишіть формулу сили внутрішнього тертя в рідині.
4. Запишіть формулу сили Архімеда.
5. Запишіть формулу для знаходження коефіцієнта в'язкості (формулу Стокса).
6. В яких одиницях вимірюється в'язкість?
7. Чому в'язкість рідини з підвищенням температури зменшується, а в'язкість газів збільшується?

17. Дослідження властивостей поверхневого шару рідини

17.1. Мета роботи

Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини за методом відриву кільця на вагах Жоллі.

17.2. Теоретична частина

Поверхня рідини на межі з повітрям веде себе як пружна плівка. Така поведінка обумовлена силами поверхневого натягу. Під дією сил поверхневого натягу рідина намагається зменшити свою поверхню. Коефіцієнт поверхневого натягу рідини α можна визначити як енергію, що потрібна для збільшення площі поверхні рідини на одиницю:

$$\alpha = \frac{W}{S}; \quad |\alpha| = \frac{Дж}{м^2} = \frac{Н}{м}. \tag{17.1}$$

Поверхневий натяг зменшується у процесі збільшення температури і дорівнює нулю при критичній температурі. Поверхневий натяг розчинів відрізняється від поверхневого натягу чистих розчинників. Наприклад, цукор збільшує поверхневий натяг, а солі знижують. Речовини, що значно зменшують поверхневий натяг, називають поверхнево-активними, або детергентами. До детергентів належать солі жирних кислот (наприклад, мило) і денатуровані білки.

Обумовлені силами поверхневого натягу капілярні явища дуже важливі для життєдіяльності рослин, тому що сприяють підйому розчинів поживних речовин по стовбурах рослин. Сили поверхневого натягу важливо знати, вивчаючи дії поверхнево-активних речовин на мембрани клітин, стан біологічно важливих рідин.

Методи вимірювання поверхневого натягу

1. ***Метод крапельниці.*** В момент відриву краплі рідини її вага – P_0 – дорівнює силі поверхневого натягу:

$$P_0 = \alpha \cdot 2\pi R, \tag{17.2}$$

де R – радіус капіляра, з якого витікає рідина.
Для визначення ваги краплі потрібно розділити вагу декількох десятків крапель P на їх кількість n, тобто:

$$P_0 = \frac{P}{n}. \qquad (17.3)$$

Тоді коефіцієнт поверхневого натягу дорівнює:

$$\alpha = \frac{P}{2\pi Rn} = \frac{mg}{2\pi Rn}, \qquad (17.4)$$

де радіус капіляра R виміряють за допомогою мікроскопа.

2. ***Метод піднімання рідини у капілярній трубці.*** В цьому методі використовують відношення між висотами підйому рідини в тому ж самому капілярі і коефіцієнтами поверхневого натягу досліджуваної рідини α_1 та рідини з відомим коефіцієнтом α_0 :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{h_1}{h_0}. \qquad (17.5)$$

3. ***Метод відривання кільця або пластинки (метод Жоллі).*** Для того, щоб відірвати кільце або пластинку від поверхні рідини, потрібно прикласти силу:

$$F_1 = P + F, \qquad (17.6)$$

де P – вага пластинки або кільця, F – сила поверхневого натягу, яка діє по всьому периметру пластинки або кільця. Для кільця:

$$\alpha = \frac{F_1 - P}{\pi(d_1 + d_2)}, \qquad (17.7)$$

де d_1 і d_2 – зовнішній і внутрішній діаметри кільця. Цей метод дозволяє знайти абсолютне значення коефіцієнта поверхневого натягу рідини.

17.3. Експериментальні дослідження

Ваги Жоллі являють собою вертикальну стійку з нанесеною міліметровою шкалою. На тлі шкали на кронштейні підвішена пружина з металевим кільцем. Над кільцем закріплено диск, який виконує роль візира, і платформа для важків (вони потрібні для градуювання пружини). Нижче кільця розміщено посудину з рідиною, яка досліджується. Заповнення посудини здійснюється за допомогою другої посудини за принципом сполучених посудин.

Коефіцієнт поверхневого натягу визначається як відношення сили F під час відриву кільця від поверхні рідини до загальної довжини периметру кільця:

$$\alpha = \frac{F}{\pi(d_1 + d_2)} = \frac{mg}{\pi(d_1 + d_2)}. \qquad (17.8)$$

Перед виконанням роботи потрібно провести градуювання пружини, тобто знайти залежність її розтягнення від сили розтягнення. Для цього потрібно:

1) відмітити поділку l_0 за шкалою, яка відповідає положенню візира, якщо платформа не навантажена;
2) послідовно збільшуючи навантаження від 0,5 г до 5,0 г (через 0,5г), запишіть відповідні положення візира l_1, l_2 ,…;
3) повторити вимірювання у зворотному порядку (зменшуючи навантаження). Дані вимірювань унесіть у табл. 17.1;
4) наповніть посудину рідиною так, щоб нижній край кільця погрузився у неї;
5) повільно знижуючи рівень рідини в посудині, відмітьте значення поділки під час відриву кільця. Повторить вимірювання три рази і дані запишіть у табл. 17.2;
6) виміряйте зовнішній і внутрішній діаметри кільця.

Таблиця 17.1

Пор. №	Маса m 10^{-3}, кг	Положення візира		Середнє положення візира
		під час збільшення навантаження	під час зменшення навантаження	
1	0,5			
2	1,0			
3	1,5			
4	2,0			
5	2,5			
6	3,0			
7	3,5			
8	4,0			
9	4,5			
10	5,0			

17.4. Обробка результатів вимірювань

1. За даними табл. 17.1, побудуйте графік залежності сили mg від номера поділки N.
2. За положенням візира під час відриву кільця (табл. 17.2) за графіком знайдіть сили відриву кільця від рідини.
3. За середнім положенням візира під час відриву кільця (табл. 17.2) за графіком знайдіть середню силу відриву.
4. За формулою 17.8 вирахуйте значення коефіцієнтів поверхневого натягу рідини $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ і середнє значення $\langle\alpha\rangle$.
5. Результати вимірювань запишіть у такому вигляді:

$$\alpha = (\langle\alpha\rangle \pm \Delta\alpha)\frac{H}{м}. \qquad (17.9)$$

Таблиця 17.2

<table>
<tr><th>№ досліду</th><th>Положення візира під час відриву кільця</th><th>Середнє положення візира під час відриву кільця</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td></tr>
</table>

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Які методи знаходження коефіцієнта поверхневого натягу ви знаєте?
3. Як в цій роботі знаходять коефіцієнт поверхневого натягу?
4. Який фізичний зміст коефіцієнта поверхневого натягу? Поясніть на основі молекулярно-кінетичної теорії.
5. Що таке поверхнево-активна речовина?
6. Які фактори впливають на коефіцієнт поверхневого натягу?

ДОДАТКИ

Таблиця 1

Деякі фізичні сталі

Фізичні величини	Наближені значення
Абсолютний нуль температури	-273^0C
Атомна одиниця маси (а.о.м.)	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$кг
Гравітаційна стала	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$кг$^{-1}$м^{3}с^2
Заряд електрона	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Магнітна стала	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Маса Землі	$6 \cdot 10^{24}$ кг
Маса електрона	$9 \cdot 10^{-31}$кг
Молярна газова стала	8,31 Дж/(моль·К)
Молярна маса повітря (середня)	$29 \cdot 10^{-3}$кг/моль
Нормальний атмосферний тиск	$1{,}02 \cdot 10^{5}$Па
Стала Авогадро	$6{,}023 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Стала Планка	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$Дж·с
Стала Фарадея	$9.65 \cdot 10^{4}$Кл/моль
Швидкість звуку у повітрі при 0^0C	332 м/с
Швидкість світла у вакуумі	$3 \cdot 10^{8}$ м/с
Середній радіус Землі	6400 км
Середня відстань від Землі до Сонця	$15 \cdot 10^{10}$ м
Прискорення вільного падіння	9,8 м/с^2
Електрична стала	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

Таблиця 2

Густина газів за нормальних умов

(T_o = 273 К; $p_o = 1{,}01 \cdot 10^{5}$ Па) - ρ (кг/м^3),

Назва речовини	Числове значення	Назва речовини	Числове значення
Азот	0,00125	Гелій	0,00018
Амміак	0,00077	Кисень	0,00143
Ацетилен	0,00117	Неон	0,00090
Повітря	0,00129	Вуглекислий газ	0,00198
Водень	0,00009	Хлор	0,00321

Таблиця 3

Густина рідин - ρ (10^3 кг/м^3)

Назва речовини	Числове значення	Назва речовини	Числове значення
Бензин	0,7	Нафта	0,76
Вода (4^{0}С)	1,0	Ртуть (0^{0}С)	13,6
Гліцерин	1,26	Сірчана кислота	1,84
Керосин	0,8	Спирт	0,8
Олія оливкова	0,92	Ефір	0,72

Таблиця 4

Густина твердих тіл - ρ (10^3 кг/м^3)

Назва речовини	Числове значен-ня	Назва речовини	Числове значення
Алмаз	3,5	Мармур	2,7
Алюміній	2,7	Нікель	8,8
Антрацит	1,5	Олово	7,3
Береза (суха)	0,7	Платина	21,5
Бетон	2,2	Пробка	0,2
Вольфрам	19,0	Свинець	11,4
Граніт	2,6	Срібло	10,5
Дуб (сухий)	0,8	Сосна	0,9
Залізо	7,8	Сталь	7,9
Золото	19,3	Скло	2,5
Вугілля	1,8	Фарфор	2,3
Кирпич	1,8	Цемент	1,4
Латунь	8,5	Цинк	7,1
Лід	0,9	Чавун	7,0
Мідь	8,9	Ебоніт	1,8

Таблиця 5

Коефіцієнт лінійного розширення твердих тіл - α (K^{-1})

Назва речовини	Числове значення	Назва речовини	Числове значення
Алюміній	0,000024	Платина	0,000009
Вольфрам	0,000004	Свинець	0,000029
Залізо	0,000012	Срібло	0,000019
Інвар	0,0000015	Сталь	0,000011
Кварц	0,0000004	Скло	0,000009
Латунь	0,000019	Цемент	0,000014
Мідь	0,000017	Цинк	0,000029
Олово	0,000027	Чавун	0,000010

Таблиця 6

Коефіцієнт об’ємного розширення рідин - β (K^{-1})

Назва речовини	Числове значення	Назва речовини	Числове значення
Вода	0,00018	Ртуть	0,00018
Гліцерин	0,0005	Скіпідар	0,00067
Керосин	0,001	Спирт	0,0011

Таблиця 7

Питома теплоємність твердих тіл и рідин - с (Дж/кг·К)

Назва речовини	Числове значення	Назва речовини	Числове значення
Алюміній	$9{,}2\cdot10^2$	Свинець	$1{,}2\cdot10^2$
Залізо	$4{,}6\cdot10^2$	Срібло	$2{,}5\ 10^2$
Цегла	$7{,}5\cdot10^2$	Золото	$1{,}25\cdot10^2$
Латунь	$3{,}8\cdot10^2$	Цемент	$8\cdot10^2$
Лід	$2{,}1\ 10^3$	Цинк	$4\ 10^2$
Мідь	$3{,}8\cdot10^2$	Чавун	$5{,}5\cdot10^2$
Парафін	$3{,}2\cdot10^3$	Вода	$4{,}18\cdot10^3$
Олово	$2{,}5\cdot10^2$	Керосин	$2{,}14\cdot10^3$
Пісок	$9{,}7\cdot10^2$	Ефір	$2{,}33\cdot10^3$
Ртуть	$1{,}25\cdot10^2$		

Таблиця 8

Питома теплота згоряння палива – q (МДж/кг)

Назва речовини	Числове значення	Назва речовини	Числове значение
Бензин	46	Спирт	27
Дерево	15	Торф	15
Керосин	43	Вугілля буре	9,3
Нафта	46	Вугілля деревне	30
Порох	30	Вугілля кам`яне	20-30

Таблиця 9

Температура плавлення ($t_{пл}$) і питома теплота плавлення (λ)

Назва речовини	t ^{0}C	.λ, кДж/кг	Назва речовини	t ^{0}C	λ, кДж/кг
Алюміній	658	380	Ртуть	-39	12,5
Залізо	1520	270	Свинець	327	2,5
Лід	0	335	Цинк	419	118
Мідь	1084	180	Чавун білий	1200	130
Олово	232	58	Чавун сірий	1150	97
Нафталін	80	15			

Таблиця 10

Температура кипіння – $t_к$ і питома теплота пароутворення - r при нормальному тиску $P = 10^5$ Па

Назва речовини	t^{0}C	r, кДж/кг	Назва речовини	t^{0}C	r, кДж/кг
Вода	100	2260	Спирт	78	857
Ртуть	357	285	Ефір	35	352

Зразок оформлення лабораторної роботи

5. Вивчення законів динаміки на приладі Атвуда

5.1. Мета роботи

Вивчення прискореного руху системи вантажів і визначення динамічних характеристик (сили тертя і моменту сили тертя).

5.2 Теоретична частина

В роботі вивчають прискорений рух вантажів, які закріплені на легкій нитці, що перекинута через нерухомий блок. Система вантажів починає рухатися під дією сил тяжіння невеликого вантажу (перевантаження) масою $\mathbf{m_i}$. Фізичну модель досліду можна представити у вигляді схеми, зображеної на рис. 5.1.

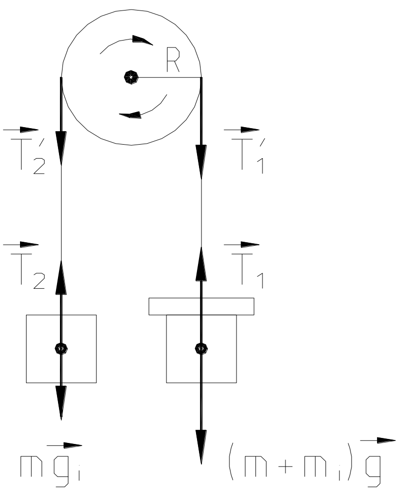


Рис. 5.1

На вантажі діють сили тяжіння **mg** та $\mathbf{(m+m_i)g}$ і сили натягу ниток $\mathbf{T_1}$ і $\mathbf{T_2}$. Під час обертання блока навколо осі з тертям необхідно враховувати моменти сил $\mathbf{N_1 = R \cdot T_1 \cdot \sin 90^0}$ і $\mathbf{N_2 = R \cdot T_2 \cdot \sin 90^0}$, а також момент ефективної сили тертя $\mathbf{N_{тер}}$. Складемо математичну модель досліду. За другим законом Ньютона, добуток маси на прискорення дорівнює сумі сил, які діють на тіло:

$$(m+m_i)a = (m+m_i)g - T_1; \tag{5.1}$$

$$ma = T_2 - mg. \tag{5.2}$$

Рівняння моментів сил для блоку, який обертається навколо нерухомої осі, має вигляд:

$$I\beta = M_1 - M_2 - M_{тер}, \tag{5.3}$$

де I – момент інерції блока (момент інерції характеризує інерцію тіл під час обертального руху), β – кутове прискорення, пов’язане з дотичним (лінійним) прискоренням залежністю

$$a = \beta \cdot R. \qquad (5.4)$$

Сили натягу ниток рівні за модулем: **T_1=T_1; T_2 = T_2**. Розв'язавши систему рівнянь (формули 5.1 – 5.4), матимємо формулу для прискорення:

$$a = \frac{m_i g - N_{тер}/R}{2m + m_i + I/R^2}. \qquad (5.5)$$

Прискорення системі вантажів неможливо обчислити за формулою 5.5, тому що сила тертя і момент інерції блока невідомі. Але, якщо маса перевантаження m_i значно менше ($2m + m_i + I/R^2$), то його масою можна знехтувати. В цьому разі можна вважати, що прискорення системи лінійно залежить від сили тяжіння перевантаження $m_i g$ і залежність a від $m_i g$ являє собою пряму лінію.

З формули 5.5 видно, що якщо прискорення системи вантажів дорівнює нулю ($a = 0$), то вага перевантаження дорівнює силі тертя:

$$F_{тер} = \frac{N_{тер}}{R} = m_i g. \qquad (5.6)$$

Формула 5.6 свідчить, що силу тертя можна знайти, якщо екстраполювати графік залежності прискорення від сил тяжіння перевантажень до перетину з віссю абсцис.

Прискорення вантажів можна обчислити за формулою:

$$a = \frac{2h}{t^2}, \qquad (5.7)$$

де h – пройдена вантажами відстань, t – час руху.

5.3. Експериментальні дослідження

1. Результати вимірювань часу руху, мас перевантажень і відстані внесені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Пор. №	h, м	$m_i \cdot 10^{-3}, кг$	t_1,с	t_2,с	t_3,с	$t_{ср}$,с	$a \cdot 10^{-2}, м/с^2$
1							
2							
3							
4							
5							

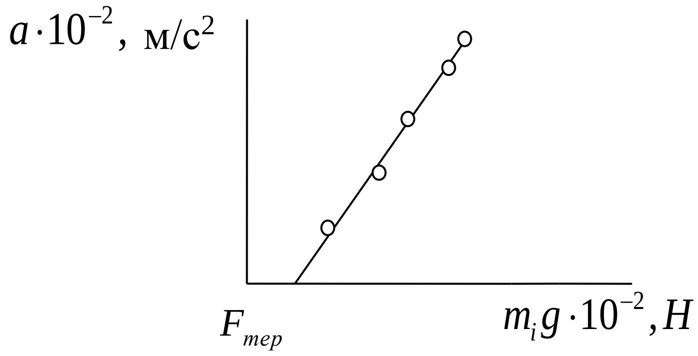
5.4. Обробка результатів вимірювань

1. Обчислюємо значення прискорення для різних перевантажень:
$a_1 = 2h / t_1^2 = 2·0{,}6 / t_1^2 =$; $a_2 = 2·0{,}6 / t_2^2 =$; $a_3 = 2·0{,}6 / t_3^2 =$;
$a_4 = 2·0{,}6 / t_4^2 =$; $a_5 = 2·0{,}6 / t_5^2$.
Значення прискорення внесемо в табл. 5.1.
2. Обчислюємо абсолютну похибку визначення прискорення за формулою: $\Delta a = a_{сер}·(\Delta h/h + 2\Delta t/t)$,

де Δh і Δt – похибки вимірювань висоти і часу руху; $a_{ср}$ – середнє значення прискорення.

3. Побудуємо графік залежності прискорення a від $m_i g$.

4. За графіком знайдемо силу тертя $F_{тер}$ як точку перетину прямої (графіка) з віссю $m_i g$.



Література

1. Р.И. Грабовский. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1980. – 607 с.
2. А.К. Гнап, М.Я. Рохманов. Механіка та молекулярна фізика. навч., посібн., Харків: ХНАУ, 1999. – 226 с.
3. І.Є. Лопатинський, І.Р. Зачек, Г.А. Ільчук, Б.М. Романішин. Фізика. Підручник.– Львів: Афіша, 2005.– 394с.
4. В.І. Вайданич, Г.М. Пенцак, Фізика, -Львів: ЛСУУ, 2005.-:663с

Графік виконання лабораторних робіт								
№ бри-гади	механіка				молекулярна фізика			
1	1	2	7	12	13	15	17	16
2	1	3	2	6	16	13	15	17
3	1	6	12	2	17	16	13	15
4	1	11	6	10	15	17	16	13