[1]Волков В.П.,
[2]Грицук І.В.,
[1]Волкова Т.В.,
[3]Бережна Н.Г.
[1]Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
[2]Херсонська державна морська академія, м. Херсон, Україна,
[3]Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П.Василенка,
E-mail: wolf949@ukr.net

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТІЙКОСТІ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ПІД ЧАС ГАЛЬМУВАННЯ

УДК 629.017

Волков В.П., Грицук І.В., Волкова Т.В., Бережна Н.Г. ***«Забезпечення стійкості транспортного засобу під час гальмування»***

Стабільне положення транспортного засобу під час руху на дорозі забезпечується комплексом автоматичних пристроїв (наприклад системою динамічної стабілізації, антиблокувальною та протибуксусною системами та ін.). Більшість випадків порушення стабільного положення транспортного засобу на дорозі пов'язано з процесом його гальмування. У статті розглянуто альтернативний підхід до стабілізації положення транспортного засобу на дорозі під час гальмування за рахунок іншого підходу до управління його гальмівною системою. Запропоновано математичний опис та схеми положення транспортного засобу в процесі гальмування. Стійкість положення транспортного засобу забезпечується розгальмуванням задніх коліс, або розгальмуванням одного із задніх коліс (внутрішнього по відношенню до напряму заносу), за рахунок роботи системи динамічної стабілізації курсового кута. Розгальмування задніх коліс при початковому заносі в процесі гальмування дозволяє стабілізувати курсовий кут транспортного засобу (при повному розгальмуванні задніх коліс час стабілізації мінімальний). При цьому відбувається значне зниження ефективності гальмування транспортного засобу, оскільки гальмівними є тільки передні колеса. Розгальмування тільки одного заднього колеса дозволяє забезпечити однакову тривалість перехідного процесу при найбільш високій ефективності гальмування транспортного засобу.

Ключові слова: *транспортний засіб, стійкість, стабільність, процес гальмування, динамічна стабілізація, нелінійні коливання, кут заносу.*

Волков В.П., Грицук И.В., Волкова Т.В., Бережная Н.Г. ***«Обеспечение устойчивости транспортного средства при торможения»***

Стабильное положение транспортного средства во время движения на дороге обеспечивается комплексом автоматических устройств (например системой динамической стабилизации, антиблокировочной и противобуксусной системами и др.). Большинство случаев нарушения стабильного положения транспортного средства на дороге связано с процессом его торможения. В статье рассмотрены альтернативный подход к стабилизации положения транспортного средства на дороге при торможении за счет иного подхода к управлению его тормозной системой. Предложено математическое описание и схемы положения транспортного средства в процессе торможения. Устойчивость положения транспортного средства обеспечивается расторможением задних колес, или расторможением одного из задних колес (внутреннего по отношению к направлению заноса), за счет работы системы динамической стабилизации курсового угла. Расторможенность задних колес при начальном заносе в процессе торможения позволяет стабилизировать курсовой угол транспортного средства (при полном расторможенности задних колес время стабилизации минимальное). При этом происходит значительное снижение эффективности торможения транспортного средства, поскольку тормозными являются только передние колеса. Расторможенность только одного заднего колеса позволяет обеспечить одинаковую продолжительность переходного процесса при наиболее высокой эффективности торможения транспортного средства.

Ключевые слова: *транспортное средство, устойчивость, стабильность, процесс торможения, динамическая стабилизация, нелинейные колебания, угол заноса.*

V.P. Volkov, I.V. Gritsuk, T.V. Volkova, N.G. Berezhna ***"Ensuring the stability of the vehicle when braking"***

A complex of automatic devices (for example, a dynamic stabilization system, anti-lock and anti-skid systems, and etc.) ensures the stable position of the vehicle while driving on the road. Most cases of violation of the stability of the vehicle on the road are associated with the process of its braking. The article considers an alternative approach to stabilizing the position of a vehicle on the road during braking due to a different approach to controlling its braking system. A mathematical description and diagrams of vehicle position during braking are proposed.

The stability of the vehicle position they ensured by the release of the disinhibition wheels or the disinhibition of one of the rear wheels (internal with respect to the direction of the skid), due to the work of the dynamic stabilization

system of the heading angle. The disinhibition of the rear wheels during the initial drift during braking allows stabilizing the heading angle of the vehicle (with complete disinhibition of the rear wheels, the stabilization time is minimal). In this case, there is a significant decrease in the braking efficiency of the vehicle, since only the front wheels are braking. The disinhibition of only one rear wheel allows for the same duration of the transient process with the highest braking efficiency of the vehicle.
Keywords: *vehicle, sustainability, stability, braking process, dynamic stabilization, nonlinear oscillations, skid angle.*

Актуальність проблеми

Проблемі забезпечення стійкості транспортного засобу під час руху на дорозі в процесі гальмування присвячені роботи [1 – 3]. Відомі такі способи гасіння заносу ТЗ:

– звільнення коліс від окружної (дотичної) сили;

– поворот керованих коліс ТЗ в бік заносу.

Автори зазначених робіт [1 – 3] розглянуті випадки заносу пов'язують з гальмуванням ТЗ. Тому пропонують наступні способи боротьби із занесенням [1 – 3]:

– припинення гальмування в процесі заносу ТЗ;

– доведення передніх коліс до межі блокування.

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є оцінка можливості забезпечення стійкості ТЗ під час руху на дорозі в процесі гальмування розгальмуванням його коліс за рахунок роботи системи динамічної стабілізації курсового кута.

Аналіз останніх досліджень

При оцінці можливості гасіння заносу автор роботи [2] розглядає критичну кутову швидкість ТЗ як:

$$\omega_{кр} = \frac{g \cdot \varphi}{V}. \qquad (1)$$

При перевищенні дійсної кутової швидкості критичного значення $\omega_{кр}$ розвитку заносу запобігти не вдається навіть при повному припиненні гальмування і повороті рульового колеса ТЗ в бік заносу. Встановлено, що при $i_z = \sqrt{ab}$ ТЗ не реагує на поворот рульового колеса, коли починається занос. Очевидно, що ефективне зменшення заносу ТЗ можливо в разі застосування автоматичних пристроїв, що володіють великою швидкодією в порівнянні з водієм.

В останні роки з'явилися ТЗ, які оснащені спеціальними системами динамічної стабілізації курсового кута ТЗ як при гальмуванні, так і при інших режимах руху. Ці системи використовують можливість роздільного гальмування коліс різних бортів ТЗ для створення стабілізуючих моментів. Існують системи і підсистеми, що дозволяють створювати стабілізуючі моменти до появи заносу шляхом регулювання розподілу гальмівних сил між колесами и бортами ТЗ.

Радикальним засобом, що виключає занос ТЗ при гальмуванні є застосування таких комплексних автоматичних систем активної безпеки як атиблокувальна система гальмування (ABS), підсилювач екстреного гальмування (BA), система контролю тягового зусилля (TRC), електронна система розподілу гальмівного зусилля (EBD), система курсової стійкості (VSC), система контролю тиску в шинах (TPWS), гальмівна система з електронним керуванням (ECB), електричний підсилювач рульового керма (EPS), інтегрована система керування динамічними характеристиками ТЗ (VDIM), деякими з яких, починаючи з 2014 року, повинні обладнуватися всі ТЗ, що випускаються [4].

Однак цими системами обладнані ще не всі ТЗ, через їх відносно високу вартість. Тому необхідно знаходити альтернативні способи стабілізації становища ТЗ на дорозі під час гальмуванні.

Результати досліджень

На наш погляд, можливі наступні принципи роботи системи динамічної стабілізації курсового кута при занесенні автомобіля в процесі гальмування:

– розгальмовування задніх коліс ТЗ;

– розгальмовування одного із задніх коліс (внутрішнього по відношенню до напрямку заносу);

– розгальмовування одного з передніх коліс ТЗ;

– розгальмовування коліс одного борту ТЗ;

– незначне розгальмовування передніх коліс ТЗ.

Відомо, що одночасне блокування коліс ТЗ не виключає появи заносу під час гальмування, а тільки знижує його інтенсивність в порівнянні з випереджаючим блокуванням задніх коліс. Створення різних дотичних реакцій на колесах керованого (переднього) моста ТЗ порушує рівновагу рульової трапеції, що може призвести до неконтрольованого повороту коліс [5]. Тому динамічну стабілізацію доцільно здійснювати тільки за рахунок розгальмування одного із задніх коліс ТЗ. Можна припустити, що процес регулювання в цьому випадку буде стійким, оскільки дослідженнями виявлено, що нерівномірність задніх гальмівних механізмів чинить менший вплив на стійкість ТЗ в процесі гальмування, ніж нерівномірність передніх. На передній осі, навпаки, необхідно забезпечити стабільно рівний розподіл гальмівних сил між колесами, оскільки саме нерівномірність гальмівних сил на передніх колесах і є причиною появи заносу ТЗ. Для вирішення цього завдання ми рекомендуємо пристрій автоматичного вирівнювання гальмівних моментів на колесах однієї осі ТЗ. Для передньоприводних легкових ТЗ перспективним способом динамічної стабілізації курсового кута під час руху може бути поєднання загальмовування заднього зовнішнього (по відношенню до напрямку заносу) колеса і збільшення тягового зусилля на передніх ведучих колесах.

Одночасне доведення передніх і задніх коліс ТЗ до межі блокування і подальше їх блокування не виключають занесення ТЗ. Одним із способів стабілізації курсового кута ТЗ при гальмуванні з заблокованими задніми колесами і кутовому зміщенні його поздовжньої осі є розгальмовування коліс задньої осі [6 – 10].

Диференціальне рівняння кутового руху ТЗ в такому випадку має вигляд

$$\ddot{\psi} = \frac{\varphi \cdot g \cdot b}{i_z^2 \cdot \left(\frac{b}{L} - \Delta\beta\right)} \times \left\{ \frac{a}{L} \cdot \left(\beta_{ид} - \Delta\beta\right) \cdot \psi - \sqrt{\Delta\beta \cdot \left[\Delta\beta \frac{a-b}{L} - 2\frac{b}{L} \cdot \left(1 - \beta_{ид}\right)\right]} \right\}. \quad (2)$$

Рівняння (2) є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку з правою частиною. Нелінійність проявляється при сухому терті (рис. 1), яке супроводжується зміною напрямку дії реакції $\overline{R}_{y2}$ на протилежну при зміні знаку кута ψ на протилежний (після проходження автомобілем положення рівноваги в процесі стабілізації курсового кута).

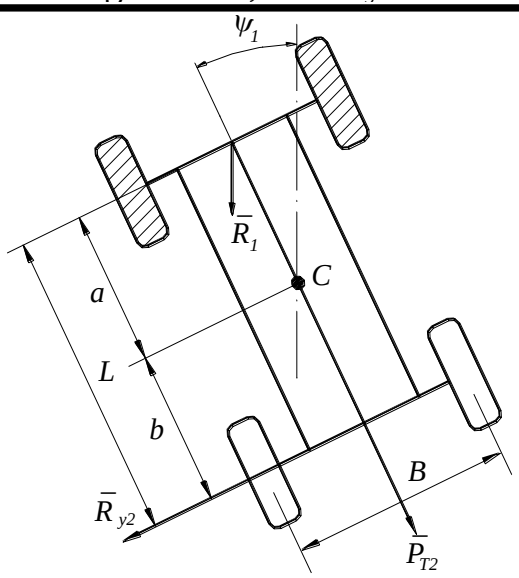

Рис. 1. Схема сил, що діють на ТЗ в момент часу $\tau_{зап}$ під час розгальмування задніх коліс (заблоковані колеса заштриховані)

Тому, з урахуванням можливої зміни знаку курсового кута ψ, рівняння (2) слід записати (використовуючи булеву алгебру) у вигляді:

$$\ddot{\psi} = \frac{\varphi \cdot g \cdot b}{i_z^2 \cdot \left(\frac{b}{L} - \Delta\beta\right)} \times \\ \times \left\{ \frac{a}{L}\left(\beta_{uo} - \Delta\beta\right)\psi - Sign(\psi)\sqrt{\Delta\beta\left[\Delta\beta\frac{a-b}{L} - 2\frac{b}{L}\left(1-\beta_{uo}\right)\right]} \right\} \tag{3}$$

або вводячи коефіцієнти

$$\ddot{\psi} - W_1 \cdot W_2 \cdot \psi = -Sign(\psi) \cdot W_1 \cdot W_3; \tag{4}$$

$$W_1 = \frac{\varphi \cdot g \cdot b}{i_z^2 \cdot \left(\frac{b}{L} - \Delta\beta\right)}, \tag{5}$$

$$W_2 = \frac{a}{L} \cdot \left(\beta_{uo} - \Delta\beta\right), \tag{6}$$

$$W_3 = \sqrt{\Delta\beta \cdot \left[\Delta\beta \cdot \frac{a-b}{L} - 2\frac{b}{L} \cdot \left(1-\beta_{uo}\right)\right]}. \tag{7}$$

Рівняння (3) описує нелінійні коливання [11]. Рух системи при зазначених коливаннях є негармонійним, хоча і періодичним [12].

Для випадку постійного тертя між двома сухими поверхнями (сухого тертя) при постійному тиску (в даному випадку вертикальному навантаженні на колеса) період коливання має те ж саме значення, що і в разі вільних коливань (без сил опору). Амплітуда убуває за законом арифметичної прогресії.

Вирішимо диференціальне рівняння (4) на відрізку часу, за який відбувається зміна курсового кута від величини ψ_1 до нуля.

Крайовими умовами в даному випадку будуть: τ=0; $\psi=\psi_1$; $\dot{\psi} = \dot{\psi}_1$. рішення рівняння (4) має вигляд:

$$\ddot{\psi} = \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{2}\left[\psi_1\left(W_1W_2 + \frac{\varphi\sqrt{g\cdot h\cdot W_1\cdot W_2}}{i_z}\right) - W_1W_3\right]\times$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right) + \frac{1}{2}\left[\psi_1\left(W_1W_2 - \frac{\varphi\sqrt{ghW_1W_2}}{i_z}\right) - W_1W_3\right]\times \quad (8)$$
$$\times\exp\left(-\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right).$$

Кутова швидкість повороту автомобіля

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{2}\left[\psi_1\left(\sqrt{W_1W_2} + \frac{\varphi\sqrt{g\cdot h}}{i_z}\right) - W_3\cdot\sqrt{\frac{W_1}{W_2}}\right]\times$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right) - \frac{1}{2}\left[\psi_1\left(\sqrt{W_1W_2} - \frac{\varphi\sqrt{g\cdot h}}{i_z}\right) - W_3\sqrt{\frac{W_1}{W_2}}\right]\times \quad (9)$$
$$\times\exp(-\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau).$$

Кутове прискорення автомобіля

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{2}\left[\psi_1\left(\sqrt{W_1W_2} + \frac{\varphi\sqrt{g\cdot h}}{i_z}\right) - W_3\cdot\sqrt{\frac{W_1}{W_2}}\right]\times$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right) - \frac{1}{2}\left[\psi_1\left(\sqrt{W_1W_2} - \frac{\varphi\sqrt{g\cdot h}}{i_z}\right) - W_3\sqrt{\frac{W_1}{W_2}}\right]\times \quad (10)$$
$$\times\exp(-\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau).$$

Після розгальмування задніх коліс з'являються стабілізуючі сили і моменти, які прагнуть повернути ТЗ у нейтральне положення. Однак в процесі повернення поздовжньої осі автомобіля в нейтральне положення відбувається збільшення кутової швидкості, що призводить до відхилення курсового кута автомобіля в протилежну сторону від заданого напрямку руху і появі коливального руху в площині дороги (рискання).

Тому для оцінки якості процесу динамічної стабілізації визначимо два його етапи:

– від моменту появи заносу ($\tau=\tau_{зан}$) до повернення поздовжньої осі в нейтральне (вихідне) положення ($\tau=\tau_{стаб}$);

– від моменту часу $\tau_{стаб}$ до моменту часу, який відповідає припиненню коливань курсового кута ψ (припинення рискання).

Визначимо час $\tau_{стаб}$ стабілізації курсового кута автомобіля після розгальмовування задніх коліс. Для цього прирівняємо до нуля праву частину рівняння (8) і виразимо його відносно $\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right)$.

У результаті маємо:

$$\exp\left(2\sqrt{W_1\cdot W_2}\cdot\tau_{стаб}\right) + \frac{2}{\psi_1\left(1+\frac{\varphi}{i_z}\cdot\sqrt{\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}}\right)\cdot\frac{W_2}{W_3}-1}\times$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau_{стаб}\right) + \frac{\psi_1\left(1-\frac{\varphi}{i_z}\sqrt{\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}}\right)\cdot\frac{W_2}{W_3}-1}{\psi_1\left(1+\frac{\varphi}{i_z}\sqrt{\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}}\right)\cdot\frac{W_2}{W_3}-1} = 0 \quad (11)$$

Рішення квадратного рівняння (11):

$$\exp\left(\sqrt{W_1 \cdot W_2} \cdot \tau_{стаб}\right) = \frac{1+\sqrt{\frac{W_2^2}{W_3^2}\cdot\left(\frac{\varphi^2}{i_z^2}\cdot\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}-1\right)\cdot\psi_1^2+2\psi_1\cdot\frac{W_2}{W_3}}}{1-\frac{W_2}{W_3}\cdot\left(\frac{\varphi}{i_z}\cdot\sqrt{\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}}+1\right)\cdot\psi_1}. \quad (12)$$

Звідки отримаємо

$$\tau_{стаб} = \frac{1}{\sqrt{W_1\cdot W_2}}\times \ln\left|\frac{1+\sqrt{\frac{W_2^2}{W_3^2}\cdot\left(\frac{\varphi^2}{i_z^2}\cdot\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}-1\right)\cdot\psi_1^2+2\psi_1\cdot\frac{W_2}{W_3}}}{1-\frac{W_2}{W_3}\cdot\left(\frac{\varphi}{i_z}\cdot\sqrt{\frac{g\cdot h}{W_1\cdot W_2}}+1\right)\cdot\psi_1}\right|. \quad (13)$$

На рис. 2 наведено графіки зміни параметрів $\psi;\dot{\psi};\ddot{\psi}$ на першому етапі процесу стабілізації курсового кута ($\tau_{зап}\leq\tau\leq\tau_{стаб}$) для легкового автомобіля, прийнятого в якості прикладу. В цьому випадку $\tau_{стаб}-\tau_{зап}$=0,7с.

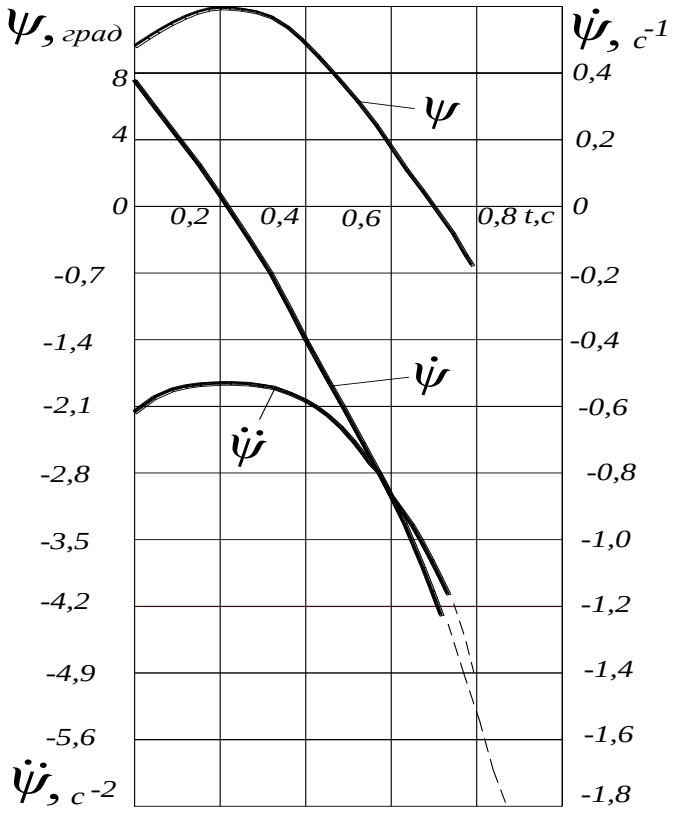

Рис. 2. Зміна кінематичних параметрів легкового ТЗ (φ=0,8; a=b=1м; $\beta_{ид}$=0,7; L=2м; $\Delta\beta$= -0,1; h=0,5м; i_z=0,8м) під час розгальмування задніх коліс після появи заносу (Ψ_1=10°; $\dot{\psi}_1$=0,385с$^{-1}$)

Аналіз графіків, наведених на рис. 2 показує, що після того, як значення ψ стає рівним нулю ($\tau>\tau_{стаб}$) можливе розвернення автомобіля в сторону, протилежну початковому напрямку заносу.

Це обумовлено тим, що в момент стабілізації курсового кута (ψ=0) кутова швидкість повороту автомобіля набуває від'ємних значень (рис. 2). Якщо час гальмування T значно більше $\tau_{стаб}$ (гальмування відбувається від початкової високої швидкості), і це може привести до рискання автомобіля.

Кутову швидкість $\dot{\psi}_2$ повороту автомобіля при $\tau=\tau_{стаб}$ визначимо, підставляючи вираз (13) в рівняння (9). Після перетворень отримаємо

$$\dot{\psi}_2 = -\psi_1\sqrt{W_1W_2}\times$$
$$\times\frac{\frac{W_2}{W_3}\left(\frac{\varphi^2}{i_z^2}\frac{gh}{W_1W_2}-1\right)\psi_1+2+\sqrt{\frac{\varphi^2}{i_z^2}\frac{gh}{W_1W_2}-1+\frac{2}{\psi_1}\frac{W_3}{W_2}}}{1+\frac{W_2}{W_3}\psi_1\sqrt{\frac{\varphi^2}{i_z^2}\frac{gh}{W_1W_2}-1+\frac{2}{\psi_1}\frac{W_3}{W_2}}} \quad (14)$$

З виразу (14) видно, що величина $\dot{\psi}_2$ негативна при будь-якому поєднанні параметрів, тобто підбором величин W_1, W_2, W_3 неможливо отримати $\dot{\psi}_2 = 0$. Тому найбільш раціональним є виконання рівності

$$T - \Delta\tau = \tau_{зап} + \tau_{стаб}, \quad (15)$$

де $\Delta\tau$ – проміжок часу від початку гальмування до моменту появи заносу.

Виконання умови (15) можливо при певному поєднанні параметрів W_1, W_2, W_3, що залежать як від параметрів ТЗ, коефіцієнта зчеплення φ, так і від величини $\Delta\beta$. Якщо не вдається виконати умову (15), то при $T>>\tau_{стаб}$ виникає рискання ТЗ.

Для опису зміни курсового кута ψ ТЗ в процесі появи рискання автомобілю необхідно вирішити рівняння (4) з урахуванням зміни напрямку зносу.

Рішення рівняння (4) для довільної напівхвилі коливань має вигляд

$$\psi = Sign(\psi)\cdot\frac{W_3}{W_2}+\frac{1}{2}\cdot\left[\psi_H+\frac{\dot{\psi}_H}{\sqrt{W_1\cdot W_2}}-Sign(\psi)\cdot\frac{W_3}{W_2}\right]\times$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1\cdot W_2}\cdot\tau\right)+\frac{1}{2}\cdot\left[\psi_H-\frac{\dot{\psi}_H}{\sqrt{W_1\cdot W_2}}-Sign(\psi)\frac{W_3}{W_2}\right]\times \quad (16)$$
$$\times\exp\left(-\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right)$$

Кутова швидкість автомобілю

$$\dot{\psi} = \frac{1}{2}\cdot\left\{\left[\psi_H\sqrt{W_1W_2}+\dot{\psi}_H-Sign(\psi)\cdot W_3\cdot\sqrt{\frac{W_1}{W_2}}\right]\times\right.$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right)-\left[\psi_H\sqrt{W_1W_2}-\dot{\psi}_H-Sign(\psi)W_3\sqrt{\frac{W_1}{W_2}}\right]\times \quad (17)$$
$$\left.\times\exp\left(-\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right)\right\}$$

Кутове прискорення

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{2}\cdot\left\{\left[\psi_H W_1W_2+\dot{\psi}_H\sqrt{W_1W_2}-Sign(\psi)W_1W_3\right]\times\right.$$
$$\times\exp\left(\sqrt{W_1W_2}\tau\right)+\left[\psi_H W_1W_2-\dot{\psi}_H\sqrt{W_1W_2}-Sign(\psi)W_1W_3\right]\times \quad (18)$$
$$\left.\times\exp\left(-\sqrt{W_1W_2}\cdot\tau\right)\right\}$$

де $\psi_н$, $\dot{\psi}_н$ – початкові кутові зміщення і швидкість.

У рівняннях (16), (17), (18) для початку кожної напівхвилі приймаємо τ=0. Визначення курсового кута ψ при нишпоренні ТЗ можна робити за допомогою рівняння (16) методом «припасовування».

Рішення полягає в тому, що в кінці кожного проміжку часу, відповідного заносу автомобіля в одну сторону, проводиться розрахунок величин ψ и $\dot{\psi}$.

При проходженні нейтрального положення параметри $\psi=\psi_н$ та $\dot{\psi}=\dot{\psi}_н$ приймаються в якості початкових у рівняннях (16), (17), (18) і відбувається зміна знаку на протилежний перед коефіцієнтом W_3 у зазначених залежностях.

Розгальмовування задніх коліс під час початкового заносу в процесі гальмування дозволяє стабілізувати курсовий кут ТЗ. При повному розгальмуванні задніх коліс час стабілізації $\tau_{стаб}$ мінімальний. При цьому відбувається значне зниження ефективності гальмування ТЗ, оскільки гальмуючими є тільки передні колеса.

На рис. 3 приведена схема сил, що діють на ТЗ при розгальмуванні одного заднього колеса в процесі заносу. Розгальмовування заднього колеса відбувається при відхиленні поздовжньої осі ТЗ на кут ψ від заданого напрямку руху.

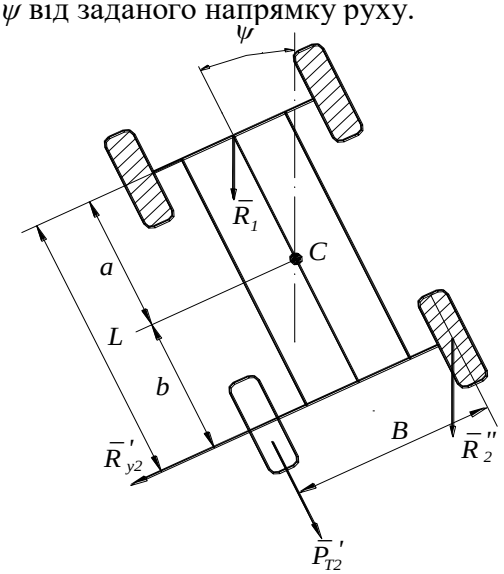

Рис. 3 Схема сил, що діють на ТЗ під час розгальмування одного із задніх коліс (заблоковані колеса заштриховані)

Рівняння динаміки обертального руху автомобіля

$$I_z \frac{d^2\psi}{dt^2} = R_1 a \sin\psi - R_{y2} b - P'_{T2} \frac{B}{2} - \\ - R''_2 \frac{B}{2} \cos\psi - R''_2 b \sin\psi \quad (19)$$

де R''_2 – сумарна реакція в площині дороги на задньому заблокованому колесі, P'_{T2}; P''_{T2} – гальмівні сили на колесах задньої осі (відповідно внутрішньому і зовнішньому по відношенню до напрямку заносу).

Якщо припустити, що до розгальмування заднього колеса усі колеса ТЗ були заблоковані, то

$$P_{T2}=\varphi \cdot R_{z2} - \Delta P_{T2} \quad (20)$$

де ΔP_{T2} – зменшення гальмівної сили на задньому внутрішньому колесі.

Вертикальні реакції на колесах передньої (R_{z1}) та задньої (R_{z2}) осей

$$R_{z_1} = G \cdot \left(\frac{b}{L} + m_x \cdot \varphi \cdot \frac{h}{L} \right); \quad (21)$$

$$R_{z_2} = G \cdot \left(\frac{a}{L} - m_x \cdot \varphi \cdot \frac{h}{L} \right); \quad (22)$$

де m_x – коефіцієнт використання зчіпної ваги ТЗ при гальмуванні (тангенціальний).

Для даного випадку $m_x = \dfrac{\dfrac{b}{L}}{\dfrac{b}{L} - \Delta\beta}$ (23)

Бічна сила на задній осі, що виникає після розгальмовування одного колеса

$$R_{y_2} = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot\varphi^2\cdot R_{z_2}^2 - \left(P'_{T_2}\right)^2} = \\ = \sqrt{\frac{1}{4}\varphi^2\cdot R_{z_2}^2 - \left(\frac{1}{2}\varphi\cdot R_{z_2} - \Delta P_{T_2}\right)^2} = \\ = \sqrt{\Delta P_{T_2}\left(\varphi\cdot R_{z_2} - \Delta P_{T_2}\right)} \tag{24}$$

Дійсний коефіцієнт розподілу гальмівної сили на передню вісь під час розгальмування заднього внутрішнього колеса:

$$\beta_\partial = \frac{P_{T_1}}{P_{T1} + \varphi\cdot R_{z2} - \Delta P_{T2}} = \\ = \frac{\varphi\cdot R_{z_1}}{\varphi\cdot G - \Delta P_{T2}} \tag{25}$$

Відхилення дійсного розподілу гальмівних сил від ідеального

$$\Delta\beta = \beta_{u\partial} - \frac{\varphi\cdot R_{z1}}{\varphi\cdot G - \Delta P_{T2}} \tag{26}$$

Вирішуючи спільно рівняння (25) і (26), отримаємо

$$\Delta P_{T2} = -\frac{\varphi\cdot G\cdot\Delta\beta}{\frac{b}{L} - \Delta\beta} \tag{27}$$

Після підстановки (27) і (22) в (24) останній вираз з урахуванням (23) прийме наступний вигляд

$$R_{y2} = \frac{\varphi\cdot G}{\frac{b}{L} - \Delta\beta}\times \\ \times\sqrt{-\Delta\beta\cdot\frac{b}{L}(1-\beta_{u\partial}+\Delta\beta)} \tag{28}$$

Підкореневий вираз у рівнянні (28) не від'ємний, оскільки $\Delta\beta<0$. Залежність (19) із врахуванням отриманих співвідношень (20), (27), (28) та

$$R_1 \approx \varphi\cdot R_{z1} \tag{29}$$

отримає наступний вид

$$\ddot{\psi} = \frac{\varphi\cdot g\cdot b}{i_z^2\left(\frac{b}{L} - \Delta\beta\right)}\cdot\left\{\left[\frac{a}{L}\left(\beta_{u\partial} - 0{,}5\Delta\beta\right) - \right.\right. \\ \left. - 0{,}5\frac{b}{L}\left(1-\beta_{u\partial}\right)\right]\psi + \frac{B}{2b}\Delta\beta - \\ \left. - \sqrt{-\Delta\beta\frac{b}{L}\left(1-\beta_{u\partial}+\Delta\beta\right)}\right\} \tag{30}$$

Вираз (30) можна записати

$$\ddot{\psi} - W'_1\cdot W'_2\cdot\psi = W'_1\cdot\left(W_4 - W'_3\right) \tag{31}$$

де W'_1; W'_2; W'_3; W_4 – коефіцієнти,

$$W'_1 = \frac{q\cdot g\cdot b}{i_z^2\cdot\left(\frac{b}{L} - \Delta\beta\right)}; \tag{32}$$

$$W'_2 = \frac{a}{L}\left(\beta_{u\partial} - 0{,}5\Delta\beta\right) - 0{,}5\frac{b}{L}\left(1-\beta_{u\partial}\right); \tag{33}$$

$$W_3' = \sqrt{-\Delta\beta \frac{b}{L}\left(1 - \beta_{u\partial} + \Delta\beta\right)}; \tag{34}$$

$$W_4 = \frac{B}{2b} \cdot \Delta\beta\,. \tag{35}$$

Доданок W'_3 моделює нелінійність типу сухого тертя, тобто при зміні напрямку заносу (зміні знака кута ψ на протилежний) має змінити свій знак на протилежний. Якщо не змінювати між собою загальмоване і розгальмоване колеса задньої осі, то знак коефіцієнта W_4 не змінюється при зміні знака кута ψ.

Вирішуючи рівняння (31) з урахуванням вищенаведеного, отримаємо

$$\begin{aligned}\psi = &-\frac{W_4}{W'_2} + Sign(\psi)\frac{W'_3}{W'_2} + \\ &+\frac{1}{2}\left[\psi_H + \frac{\dot{\psi}_H}{\sqrt{W'_1 W'_2}} + \frac{W_4}{W'_2} - Sign(\psi)\frac{W'_3}{W'_2}\right]\times \\ &\times \exp\left(\sqrt{W'_1 W'_2}\cdot\tau\right) + \\ &+\frac{1}{2}\left[\psi_H - \frac{\dot{\psi}_H}{\sqrt{W'_1 W'_2}} + \frac{W_4}{W'_2} - Sign(\psi)\frac{W'_3}{W'_2}\right]\times \\ &\times \exp\left(-\sqrt{W'_1 W'_2}\cdot\tau\right)\end{aligned} \tag{36}$$

де $\psi_H, \dot{\psi}_H$ - початкові (до моменту часу розгальмування заднього внутрішнього колеса) курсовий кут і кутова швидкість повороту автомобіля.

Кутова швидкість повороту автомобіля

$$\begin{aligned}\dot{\psi} = &\frac{1}{2}\left[\psi_H\sqrt{W'_1 W'^1_2} + \dot{\psi}_H + W_4\sqrt{\frac{W'_1}{W'_3}} - \right. \\ &\left. - Sign(\psi)W'_3\sqrt{\frac{W'_1}{W'_2}}\right]\cdot\exp\left(\sqrt{W'_1 W'_2}\cdot\tau\right) - \\ &-\frac{1}{2}\left[\psi_H\sqrt{W'_1 W'^1_2} - \dot{\psi}_H + W_4\sqrt{\frac{W'_1}{W'_2}} - \right. \\ &\left. Sign(\psi)W'_3\sqrt{\frac{W'_1}{W'_2}}\right]\cdot\exp\left(-\sqrt{W'_1 W'_2}\cdot\tau\right)\end{aligned} \tag{37}$$

Кутове прискорення автомобілю

$$\begin{aligned}\ddot{\psi} = &\frac{1}{2}\left\{\left[\psi_H W'_1 W'_2 + \dot{\psi}_H\sqrt{W'_1 W'_2} + \right.\right. \\ &\left. - Sign(\psi)W'_1 W'_3\right]\exp\left(\sqrt{W'_1 W'_2}\cdot\tau\right) + \\ &\left[\psi_H W'_1 W'_2 - \dot{\psi}_H\sqrt{W'_1 W'_2} + W_4 W'_1 - \right. \\ &\left.\left. - Sign(\psi)W'_1 W'_3\right]\exp\left(-\sqrt{W'_1 W'_2}\cdot\tau\right)\right\}\end{aligned} \tag{38}$$

Процес руху автомобіля в площині дороги під час розгальмування заднього внутрішнього колеса є коливальним; причому коливання є незатухаючими.

Розгальмовування тільки одного заднього колеса (розташованого на борту, протилежному напрямку заносу) дозволяє забезпечити ту ж тривалість перехідного процесу при більш високій ефективності гальмування ТЗ.

Висновки

Отримані рівняння можуть бути використані при вдосконаленні алгоритму роботи систем динамічної стабілізації курсового кута ТЗ в процесі гальмування. Після появи заносу автомобіля в процесі гальмування з усіма заблокованими колесами розгальмування двох задніх коліс призводить до стабілізації курсу автомобіля, однак це викликає появу коливального процесу із частотою, яка збільшується зі збільшенням коефіцієнта зчеплення коліс із дорогою й зменшується зі зменшенням курсового кута ψ_1, при якому проводиться розгальмування задніх коліс. Для припинення коливального процесу необхідно здійснити повторне загальмовування задніх коліс при досягненні автомобілем у процесі стабілізації курсу положення, що відповідає $\psi = \psi_1$. Застосування способу стабілізації курсу автомобіля з розгальмовуванням одного заднього колеса дозволяє зберегти більш високу ефективність гальмування, але при цьому обов'язковим є повторне загальмовування зазначеного колеса (в іншому випадку автомобіль очікує занос у протилежну сторону).

Список використаних джерел

1. Чудаков Е.А. Устойчивость автомобиля при заносе.–М. –Л.: Изд-во АН СССР, 1945. –144 с.
2. Певзнер Я.М. Исследование движения автомобиля при заносе. – М.: ОНТИ, 1937. – 100 с.
3. Волков В.П. Обеспечение стабильности тормозных свойств автотранспортных средств. Научное издание: Монография. – Харьков: Изд-во ХНАДУ. – 2003. – 306 с.
4. Единообразные предписания, касающиеся официального утверждения транспортных средств в отношении торможения. Правила ЕЭК ООН №13. Изд-во ООН, 1973. – 74 с.
5. Вопросы динамики торможения и теории рабочих процессов тормозных систем автомобилей / Генбом Б.Б., Гудз Г.С., Демьянюк В.А., Кизман А.М., Кобылянский В.Н. – Львов: Вища школа, 1974. – 274 с.
6. Накано Н. Исследование поведения автомобиля в процессе торможения. – Харьков: ТПП УССР. Харьк. отд-ние, 1988. – № Б – 1025. – 21 с.
7. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. Современные конструкции, парадоксы и ошибки. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
8. Подригало М.А., Волков В.П., Коряк А.А. Оценка устойчивости колесных машин при заносе в процессе торможения // Материалы международной научной конференции "Тормоза автомашин". – Лодзь: Польша. – 1997. – С. 144-147.
9. Подригало М.А., Волков В.П., Кирчатый В.И. Устойчивость колесных машин при торможении. Научное издание: Монография. – Харьков: Изд-во ХГАДТУ, 1999. – 93 с.
10. Волков В.П. Динамическая стабилизация автомобиля при торможении // Вісник Східноукраїнського національного університету. – Луганськ. Зб. наук. пр. – 2002. – №10 (56) – С. 67-73.
11. Волков В.П. Обеспечение устойчивости автомобиля при торможении. – Харьков: Вестник ХНАДУ. Сб. науч. тр. – 2003. – №22. – С. 117-122.
12. Volkov V., Gritsuk I., Volkova T. і інш. Assessment of the Influence of Braking Devices over the Stability of Braking Properties of the Vehicles" SAE Technical Paper 2020-01-5163, 2020, doi:10.4271/2020-01-5163 – 8 p.
13. Volkov V., Gritsuk I., Volkova T. і інш. Energy Approach to the Formation of Braking Properties of Vehicles. SAE Technical Paper 2020-01-5115, doi:10.4271/2020-01-5115. – 9 p.

References

1. Chudakov E.A. Ustoychivost avtomobilya pri zanose.–M. –L.: Izd-vo AN SSSR, 1945. –144 s.
2. Pevzner Ya.M. Issledovanie dvizheniya avtomobilya pri zanose. – M.: ONTI, 1937. – 100 s
3. Volkov V.P. Obespechenie stabilnosti tormoznyih svoystv avtotransportnyih sredstv. Nauchnoe izdanie: Monografiya. – Harkov: Izd-vo HNADU. – 2003. – 306 s.
4. Edinoobraznyie predpisaniya, kasayuschiesya ofitsialnogo utverzhdeniya transportnyih sredstv v otnoshenii tormozheniya. Pravila EEK OON #13. Izd-vo OON, 1973. – 74 s.
5. Voprosyi dinamiki tormozheniya i teorii rabochih protsessov tormoznyih sistem avtomobiley / Genbom B.B., Gudz G.S., Demyanyuk V.A., Kizman A.M., Kobyilyanskiy V.N. – Lvov: Vischa shkola, 1974. – 274 s.
6. Nakano N. Issledovanie povedeniya avtomobilya v protsesse tormozheniya. – Harkov: TPP USSR. Hark. otd-nie, 1988. – # B – 1025. – 21 s.
7. Panovko Ya.G., Gubanova I.I. Ustoychivost i kolebaniya uprugih sistem. Sovremennyie konstruktsii, paradoksyi i oshibki. – M.: Nauka, 1987. – 352 s.
8. Podrigalo M.A., Volkov V.P., Koryak A.A. Otsenka ustoychivosti kolesnyih mashin pri zanose v protsesse tormozheniya // Materialyi mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Tormoza avtomashin". – Lodz: Polsha. – 1997. – s. 144-147.
9. Podrigalo M.A., Volkov V.P., Kirchatyiy V.I. Ustoychivost kolesnyih mashin pri tormozhenii. Nauchnoe izdanie: Monografiya. – Harkov: Izd-vo HGADTU, 1999. – 93 s.
10. Volkov V.P. Dinamicheskaya stabilizatsiya avtomobilya pri tormozhenii // VIsnik ShIdnoukraYinskogo natsIonalnogo unIversitetu. – Lugansk. Zb. nauk. pr. – 2002. – #10 (56) – s. 67-73.
11. Volkov V.P. Obespechenie ustoychivosti avtomobilya pri tormozhenii. – Harkov: Vestnik HNADU. Sb. nauch. tr. – 2003. – #22. – s. 117-122.
12. Volkov V., Gritsuk I., Volkova T. I Insh. Assessment of the Influence of Braking Devices over the Stability of Braking Properties of the Vehicles" SAE Technical Paper 2020-01-5163, 2020, doi:10.4271/2020-01-5163 – 8 r.
13. Volkov V., Gritsuk I., Volkova T. I Insh. Energy Approach to the Formation of Braking Properties of Vehicles. SAE Technical Paper 2020-01-5115, doi:10.4271/2020-01-5115. – 9 p.