Іванов В.І.,
Бантковський В.А.,
Синицький Е.В.
Харківський національний технічний університет сільськ ого господарства імені Петра Василенка
E-mail: tservic@ticom.kharkov.ua

ВПЛИВ КОРЕЛЯЦІЇ НА ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ СКЛАДНОГО ОБ'ЄКТУ

УДК 631.3.004.67

Іванов В.І., Бантковський В.А., Синицький Е.В. ***«Вплив кореляції на підвищення надійності складного об'єкту»***

На прикладі об'єкту, що складається з послідовно з'єднаних рівно надійних елементів, показаний вплив кореляції між елементами (селекція елементів) на підвищення надійності об'єкту.
Ключові слова: *коефіцієнт кореляції, імовірність безвідмовної роботи, система, елемент, параметричні відмови, середнє значення, відхилення, закон розподілу, статистична залежність, інтервал.*

Иванов В.И. Бантковский В.А. Синицкий Е.В. ***«Влияние корреляции на повышение надежности сложного объекта»***

На примере объекта, состоящего с последовательно соединенных равно надежных элементов, показано влияние корреляции между элементами (селекция элементов) на повышение надежности объекта.
Ключевые слова: *коэффициент корреляции, вероятность безотказной работы, система, элемент, параметрические отказы, среднее значение, отклонение, закон распределения, статистическая зависимость, интервал.*

V. Ivanov, V. Bantkovskiy, E. Sinitsky ***"The influence of correlation on increasing the reliability of a complex object"***

On the example of an object consisting of serially connected equally reliable elements, the influence of correlation between elements (selection of elements) on increasing the reliability of the object is shown.
Keywords*: koefficient correlations, probability of faultless work, system, element, self-reactance refuses, mean value, rejection, distributing law, statistical dependence, interval.*

Вступ

Однією з умов підвищення якості капітального ремонту та зниження його вартості є вдосконалювання складального процесу. Роль способу і якості складання досить велика. Від якості складання залежить успішність приймальних випробувань, надійність під час експлуатації, ресурс машини. Найважливішою характеристикою складання є точність. Селективне складання, при якому складальний комплект утворюють деталі, попередньо відібрані за прийнятими характеристиками з числа придатних, є методом забезпечення точності, заснованим на груповій взаємозамінності.

Аналіз останніх досліджень

При розгляді відомих методів забезпечення заданої точності вихідних параметрів виробу під час складання в технічній літературі і на практиці не розглянутий спосіб селективного складання машини по вузлах (уздовж машини) за прийнятими характеристиками і з урахуванням кореляції параметрів їх елементів. Послідовність комплектування системи з параметрами, що корельовано, може вплинути на її надійність.

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є проведення теоретичних досліджень впливу кореляції на підвищення надійності складного об'єкту.

Результати досліджень

Вплив кореляції на підвищення надійності розглянемо на прикладі об'єкту, який складається з n послідовно з'єднаних рівно надійних елементів. Припустивши, що елементи корельовано крізь навантаження *N*, а несучі здатності їх не корельовано з навантаженням *N*, то для двох елементів можна записати, що імовірність безвідмовної роботи системи R_c дорівнює:

$$R_C = R_E^2 + r\,\mathrm{Re}(1-\mathrm{Re}),$$

де *r* – коефіцієнт кореляції; *Re* – імовірність безвідмовної роботи елементу.

Звідси:

$$Re = \frac{-r+\sqrt{r^2+4(1-r)Rc}}{2(1-r)}.$$

Завдаючи числові значення R_c і *r*, отримуємо необхідне R_{e1}, для забезпечення R_c. Потім підставимо R_{e1} замість R_c і для того ж *r* знову розрахуємо $R_e = R_{e2}$ і т.д. Тоді першого разу отримуємо R_e для двох елементів, другого для чотирьох, потім для восьми і т.д. Варіюючи значення *r* і R_c, можна отримати серію залежностей, які зв'язують R_e, *r*, R_c. Побудовані таким чином графіки R_e для $R_c = 0,8$; $r = 0,2…0,95$ у функції числа елементів *n* показали, що із зростанням коефіцієнта кореляції *r* потрібні все менші значення надійності коефіцієнта R_e, за для забезпечення $R_c = 0,8$. Можна так вибрати коефіцієнт кореляції ($r = 0,95$), щоб при $n = 1000$ і $R_e = 0,87$ забезпечити $R_c = 0,8$. Ефект кореляції в певному сенсі нівелює негативний ефект підвищення числа елементів при їх послідовному з'єднанні. У припущенні незалежності елементів, як звісно, $R_e = (R_c.)^{1/n}$ і при $R_c = 0,8$, $n = 1000$ маємо $R_e \approx 1$, тобто потребуються практично абсолютно надійні елементи. При врахуванні кореляції отримані цілком прийнятні значення.

Коефіцієнт кореляції при вказаних вище припущеннях:

$$r = \frac{1}{(\sigma_R/\ \sigma_N)^2+1},$$

де σ_R і σ_N – середні квадратичні відхилення несучій здатності і навантаження для елементу.

Розглянемо спосіб підвищення кореляції між елементами шляхом використання методів селекції за вимірюваними параметрами.

Оцінку ефективності селективних методів будемо проводити на прикладах систем з послідовною у розумінні надійності структурою. При цьому розглянемо систему, ресурс якої визначається наробітком до першої відмови будь якого з однотипних елементів. Прикладами тут можуть служити різьбові кріплення, якщо в них руйнування хоча б одного бовта призводить до руйнування решти; хрестовини карданних шарнірів у складі з підшипниками, ресурс яких визначається наробітком до початку прогресуючого поверхневого викрашування хоча б на одному з шипів; газова турбіна, в якій руйнування хоча б однієї лопатки на дисках призводить до пошкодження і виходу з ладу всієї турбіни.

Якщо елементи, з яких складаються такі системи за результатами вимірювання деяких параметрів, роз'єднані на селективні групи, які відрізняються розподілом ресурсу, то раціональний спосіб їх об'єднання в систему полягає у складанні систем з елементів однієї селективної групи. В ідеалі, при ідеальній селекції, яка полягає у роз'єднанні елементів на групи з однаковим ресурсом, таким способом складання систем теоретично можливо досягнути збігання розподілу ресурсів системи і елементу. На практиці, очевидно, такий ефект не досягнутий, однак розглядання більш реальних ситуацій вказує на значну ефективність селективного способу.

Покажемо це на простіших прикладах системи, складеної з двох послідовно з'єднаних однотипних елементів, які відмовляють незалежно.

Нехай вираз для вірогідності безвідмовної роботи вибірки елементів має вигляд:

$$Re(t) = \Delta \cdot e^{-\left(\frac{t}{a_1}\right)^b} + (1-\Delta) \cdot e^{-\left(\frac{t}{a_2}\right)^b}, \qquad (1)$$

де Δ – доля (відносна кількість) елементів першої селективної групи;
a_1 і a_2 – параметри масштабу розподілів ресурсу елементів першої і другої селективних груп відповідно;
b – параметр форми розподілів ресурсу елементів.

Таким чином, розглядається випадок, коли проведена селекція елементів на дві групи, причому, ресурс елементів в кожній групі розподілений за законом Вейбула з різними параметрами масштабу і одним і тим же параметром форми.

Вираження для середнього ресурсу таких елементів має вид:

$$Te = [\Delta \cdot a_1 + (1-\Delta)a_2]\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right), \qquad (2)$$

де Γ – гама-функція.

Якщо позначити вірогідність безвідмовної роботи елементів першої селективної групи – $R_{1e}(t)$ і другої групи – $R_{2e}(t)$, то з (1) слідує:

$$R_e(t) = \Delta \cdot R_{1e}(t) + (1-\Delta)\, R_{2e}(t)$$

Аналогічно з (2) отримуємо:

$$T_e = \Delta \cdot T_{1e} + (1-\Delta)\, T_{2e},$$

де T_{1e} і T_{2e} – середні ресурси елементів першої і другої селективних груп відповідно.

При випадковому об'єднанні елементів які відмовляють незалежно, вірогідність безвідмовної роботи послідовної системи з двох однотипних елементів у відповідності з (1) буде визначатися за формулою:

$$R_C(t) = R_Э^2(t) = \Delta^2 \cdot e^{-2\left(\frac{t}{a_1}\right)^b} + 2\Delta(1-\Delta)e^{-\left(\frac{t}{a_1}\right)^b - \left(\frac{t}{a_2}\right)^b} + (1-\Delta)^2 \cdot e^{-2\left(\frac{t}{a_2}\right)^b}. \qquad (3)$$

Інтегруючи вираження (3) в межах від 0 до ∞ отримаємо формулу для середнього ресурсу такої системи:

$$T_C = 2^{-\frac{1}{b}}\left[\Delta^2 \cdot a_1 + 2\Delta(1-\Delta)\left(\frac{2a_1^b \cdot a_2^b}{a_1^b + a_2^b}\right) + (1-\Delta)^2 \cdot a_2\right] \times \Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right). \qquad (4)$$

При об єднанні у систему елементів, які належать однієї й тієї ж селективній групі, вираження для вірогідності безвідмовної роботи системи буде мати вигляд:

$$\tilde{R}_C(t) = \Delta \cdot R_{1e}^2(t) + (1-\Delta)R_{2e}^2(t),$$

або, з врахуванням (1):

$$\tilde{R}_C(t) = \Delta \cdot e^{-2\left(\frac{t}{a_1}\right)^b} + (1-\Delta)e^{-2\left(\frac{t}{a_2}\right)^b}, \qquad (5)$$

Інтегруючи (5), отримуємо вираження для середнього ресурсу системи з селективним об'єднанням двох елементів:

$$\tilde{T}_C = 2^{-\frac{1}{b}}[\Delta \cdot a_1 + (1-\Delta)a_2]\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right) = \frac{Te}{2^{1/в}}. \qquad (6)$$

Із вираження (6), вчасності, виходить, що чим менше коефіцієнт варіації ресурсу елементів в селективних групах (чим якісній селекція) і, виходячи, більше параметр форми b, тим більше величина середнього ресурсу системи до середнього ресурсу елемента.

Критерієм ефективності селективного методу об'єднання елементів у систему може служити відношення $\psi = \tilde{T}_C / T_C$, яке показує в скільки разів зростає середній ресурс системи при селективному складанні.

Із (4) і (6) після спрощень виходить, що при двох селективних групах:

$$\psi_2 = \frac{\Delta + (1-\Delta)\frac{a_2}{a_1}}{\Delta^2 + 2\Delta(1-\Delta)\left[\frac{2}{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^b + 1}\right]^{1/b} + (1-\Delta)^2 \frac{a_2}{a_1}}. \qquad (7)$$

Вираження (7) дозволяє оцінити ефект від використання селективного методу при різних величинах відношення середніх ресурсів елементів селективних груп (відношення середніх ресурсів співпадає з a_2/a_1), а також різних долях селективних груп у загальній сукупності елементів і різних значеннях параметра форми b.

Розрахунки, проведені за допомогою (7) показують, наприклад, що при значеннях a_2/a_1=0,3, Δ=0,8 і b =1 величина $\psi_2 = 1{,}18$, а при b=2 отримуємо ψ_2=1,25.

При більшій відмінності середніх ресурсів у групах, наприклад, якщо a_2/a_1=0,2 і Δ=2 ефективність зростає:

при b=1 ψ_2=1,31;

при b=2 ψ_2=1,4;

при b=3 ψ_2=1,45.

Ефективність для послідовної системи з двох елементів, при селекції їх на три групи, можна оцінити аналогічно. Для цього розглянемо випадок, коли вірогідність безвідмовної роботи елементу визначається за формулою:

$$Re(t) = \Delta_1 \cdot e^{-\left(\frac{t}{a_1}\right)^b} + \Delta_2 \cdot e^{-\left(\frac{t}{a_2}\right)^b} + (1-\Delta_1-\Delta_2)e^{-\left(\frac{t}{a_3}\right)^b} \qquad (8)$$

Формула для середнього ресурсу елемента має вид:

$$Te = [\Delta_1 \cdot a_1 + \Delta_2 a_2 + (1-\Delta_1-\Delta_2)\cdot a_3]\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right).$$

Вірогідність безвідмовної роботи системи без використання при складанні селективних методів, визначається з урахуванням (8):

$$R_C(t) = \Delta_1^2 e^{-2\left(\frac{t}{a_1}\right)^b} + 2\Delta_1 \cdot \Delta_2 e^{-\left(\frac{t}{a_1}\right)^b - \left(\frac{t}{a_2}\right)^b} + \Delta_2^2 e^{-2\left(\frac{t}{a_2}\right)^b} + 2\Delta_1(1-\Delta_1-\Delta_2)\cdot e^{-\left(\frac{t}{a_1}\right)^b - \left(\frac{t}{a_3}\right)^b} +$$
$$+ 2\Delta_2(1-\Delta_1-\Delta_2)e^{-\left(\frac{t}{a_2}\right)^b - \left(\frac{t}{a_3}\right)^b} + (1-\Delta_1-\Delta_2)^2 \cdot e^{-2\left(\frac{t}{a_3}\right)^b}. \qquad (9)$$

Середній ресурс системи при цьому:

$$T_C = 2^{-\frac{1}{b}}\left[\Delta_1^2 \cdot a_1 + 2\Delta_1 \cdot \Delta_2 \left(\frac{2a_1^b \cdot a_2^b}{a_1^b + a_2^b}\right)^{\frac{1}{b}} + \Delta_2^2 \cdot a_2 + 2\Delta_1(1-\Delta_1-\Delta_2)\left(\frac{2a_1^b \cdot a_3^b}{a_1^b + a_2^b}\right)^{\frac{1}{b}} + 2\Delta_2(1-\Delta_1-\Delta_2)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{2a_2^b \cdot a_3^b}{a_2^b + a_3^b}\right)^{\frac{1}{b}} + (1-\Delta_1-\Delta_2)^2 a_3\right]\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right). \qquad (10)$$

Якщо системи складати селективним методом, шляхом об'єднання елементів які належать однієї селективній групі, то вірогідність безвідмовної роботи системи буде визначатись з виразу:

$$\tilde{R}_C(t) = \Delta_1 \cdot e^{-2\left(\frac{t}{a_1}\right)^b} + \Delta_2 e^{-2\left(\frac{t}{a_2}\right)^b} + (1-\Delta_1-\Delta_2)e^{-2\left(\frac{t}{a_3}\right)^b},$$

а середній ресурс такої системи:

$$\tilde{T}_C = 2^{-\frac{1}{b}}\left[\Delta_1 \cdot a_1 + \Delta_2 \cdot a_2 + (1-\Delta_1-\Delta_2)a_3\right]\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right). \qquad (11)$$

Вираження для критерію ефективності селекції в цьому випадку має вид:

$$\psi_3 = \left[\Delta_1 + \Delta\frac{a_2}{a_1} + (1-\Delta_1-\Delta_2)\frac{a_3}{a_1}\right]\left\{\Delta_1^2 + 2\Delta_1\Delta_2 \cdot \left[\frac{2}{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^b + 1}\right]^{\frac{1}{b}} + \Delta_2^2 + \frac{a_2}{a_1} + 2\Delta_1(1-\Delta_1-\Delta_2)\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{2}{\left(\frac{a_1}{a_3}\right)^b + 1}\right]^{\frac{1}{b}} + 2\Delta_2(1-\Delta_1-\Delta_2)\left[\frac{2}{\left(\frac{a_3}{a_2}\right)^b + 1}\right]^{\frac{1}{b}}\frac{a_3}{a_1} + (1-\Delta_1-\Delta_2)^2\frac{a_3}{a_1}\right\}. \qquad (12)$$

Розрахунки, проведені за формулою (12) показують, що підвищення числа селективних груп приводе до зростання критерію ефективності. Так, якщо a_2/a_1=0,5; a_3/a_1=0,1; Δ_1=0,2; Δ_2=0,2; (при цих умовах середній ресурс елементу такий же як і у другому прикладі з розбиванням на дві селективні групи), то при b=2 величина ψ_3=1,69, а при b=3 ψ_3=1,75.

Виходячи, за рахунок використання селективних методів складання систем з послідовною структурою і при невеликій кількості селективних груп можливо підвищити середній ресурс у 1,5 і більше рази. При цьому результат також залежить від співвідношення середніх ресурсів елементів в кожній групі.

Висновки

За рахунок використання селективних методів складання систем з послідовною структурою і при невеликій кількості селективних груп можливо підвищити середній ресурс у 1,5 і більше рази.

Список використаних джерел

1. Теоретические основы технологии ремонта машин: Учебник в 3-х т. / Сидашенко А.И., Науменко А.А., Скобло Т.С. и др. / Под ред. А.И. Сидашенко, А.А. Науменко. Том 1. (Теория и технология производственных процессов ремонта машин) – Харьков: ХНТУСХ, 2005. – 590 с.
2. Іванов В.І., Калінін Е.І. Підвищення надійності системи методом селекції її елементів // Вісник ХНТУСГ: «Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва». – Вип. 163. – 2015. – С.142-146.

References

1. Theoretical bases of technology of repair of machines: Textbook in 3 t. / Sidashenko A.I., Naumenko A.A., Skoblo T.S. and other / Under red. A.I. Sidashenko, A.A. Naumenko. Tom 1. (Theory and technology of production processes of repair of machines) - Kharkov: KHNTUSKH, 2005. – 590 s.
2. Ivanov V.I., Kalinin E.I. Increase of failsafety by the method of selection of its elements // Announcer KHNTUSG: «Problems of reliability of machines and facilities of mechanization are salt-skogospodarskogo of production».– Issue 163. – 2015. – s. 142-146.