УДК 517.8 + 621.311

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛЕНЕЙНЫХ ЗАДАЧ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ

Гродецкий М. В.

Институт Энергетики Академии Наук Республики Молдова

Рассматривается эвристический метод решения задач нелинейного математического программирования большой размерности при ограничениях типа равенства с использованием метода Гаусса.

Постановка проблемы. Решение задач оптимизационных большой размерности в электроэнергетике при нелинейной целевой функции и нелинейных ограничениях является сложной вычислительной задачей.

Анализ методов решения. Для этого используются методы условного нелинейного математического программирования [1, 2. 3]. Среди них удачным принято считать метод сопряженных направлений. При наличии ограничений типа равенства и неравенства строится штрафная функция, например, модифицированная функция Лагранжа. Но при большой размерности задачи (порядка тысяч) возникает громоздкая целевая функция. В таких случаях прибегают к методу линейного программирования, так или иначе обходя нелинейность задачи, что не очень удобно.

Цель статьи. В данной работе для решения нелинейных задач большой размерности с ограничениями предлагается некоторый эвристический подход с использованием метода Гаусса для решения уравнений [4], названный "GausUniMin". В отличие от большинства методов оптимизации, например Ньютона, использующих локальные свойства целевой функции, он в большей степени использует её глобальные свойства и поэтому более устойчив.

Метод оптимизации. В задаче предполагаются две составляющие: ограничения в виде системы уравнений и целевая функция (ЦФ) как сумма основной и штрафной функций. Процесс минимизации - итерационный. Соответственно составу задачи, каждая итерация состоит из двух частей: уменьшения невязок системы уравнений и шагов минимизации ЦФ в пространстве, ограниченном этими уравнениями. Число шагов минимизации равно разности между размерностью задачи и числом уравнений. На каждом шаге минимизации строится дополнительное уравнение, продолжающее ограничивать свободное пространство, вплоть до точки, которая и будет условным (при условии соблюдения ограничений) минимумом, достигнутым рабочей точкой в этой итерации. Итерации продолжаются до тех пор, пока они дают улучшение решения. Сущность предлагаемого метода минимизации состоит в способе построения дополнительных ограничивающих уравнений. Это делается следующим образом. В начале каждого шага в рабочей точке A значение ЦФ равно F. Это определяет поверхность ЦФ уровня F. Из точки A проводится прямая линия в направлении вектора V, лежащего в свободном пространстве, оставшемся до этого шага еще не ограниченным. Вычисляется точка B, в которой значение ЦФ, так же как и в A, равно F. Все точки со значениями ЦФ, равными F, если только ЦФ унимодальна, ограничивают пространство X_F со значениями ЦФ, не большими, чем F. Отрезок AB будет целиком лежать в этом пространстве, если на нем ЦФ выпукла. Если это не так, то точек B может оказаться несколько, и берется ближайшая к точке A. Таким образом, на отрезке AB все значения ЦФ меньше F, поэтому на нем выбирается некоторая точка M, улучшающая минимум, Она принимается за исходную рабочую точку следующего шага. Выбор положения точки M зависит от вида ЦФ. Например, если ЦФ является квадратичной, то в средней на отрезке AB точке будет минимумом ЦФ на этом отрезке. Ключевым в методе оптимизации является способ построения дополнительных уравнений, на каждом шаге все больше ограничивающих свободное пространство. Эти уравнения являются плоскостями, проходящими через точки M и секущими пространства X_F. Поэтому на этих секущих плоскостях будут находиться подпространства, в которых на каждом шаге значения F уменьшаются. В этих подпространствах лежат и точки M, служащие исходной точкой A следующего шага, а значит этот шаг будет выполняться в области со значениями ЦФ, меньшими F. Целесообразно нормаль секущих плоскостей брать равной разности градиентов ЦФ в точках A и B. В случае, если точки A и B совпадают, берется M = A, а точки A и B несколько раздвигаются. В случае, если построенная секущая плоскость окажется вырожденной, вычисленная нормаль заменяется вектором V.

Реализация метода. Алгоритм, реализующий предложенный метод, строится на решении системы линейных уравнений методом Гаусса. На каждой итерации для линеаризованных уравнений ограничений и строящихся дополнительных уравнений секущих плоскостей строятся треугольные матрицы Гаусса – верхняя U и нижняя L. Первая их часть, в начале матриц, предназначенная для ограничений типа равенства, строится вся сразу, а оставшаяся часть, предназначенная для секущих плоскостей, достраивается постепенно по мере их появления. Основное назначение матрицы U – это вычисление вектора V. Для этого оставшиеся еще независимыми переменные принимаются равными нулю, кроме одной из них, приравненной единице. После этого производится обратная подстановка с нулевыми правыми частями. Полученное решение и есть вектор V, лежащий в пространстве, еще не ограниченном включаемыми в матрицу уравнениями. Невязки нелинейных ограничений в процессе минимизации , как правило, увеличиваются. Для их уменьшения до (или после) шагов минимизации производятся вычисления корректирующих векторов с использованием первых частей обеих матриц без их частей с уравнениями секущих плоскостей. Невязки пересчитываются по матрице L и используются в обратной подстановке при равных нулю независимых переменных. Полученный вектор смещает рабочую точку, ухудшая достигнутое значение ЦФ. Чтобы оно не стало хуже его значения в начальной точке итерации, смещение не делается полным. Для контроля за допустимым смещением строится дополнительная ЦФ, состоящая из суммы основной с квадратами невязок, умноженных на штрафной коэффициент. По всему ходу решения эта функция не должна расти. Обычный на каждом шаге минимизации одномерный спуск заменен на поиск точки B, в которой значение ЦФ равно F. Эта более легкая задача может хорошо решаться сочетанием метода хорд с методом деления пополам. Процесс построения матриц Гаусса довольно громоздок. Поэтому их следует использовать неизменными в дополнительных итерациях до тех пор, пока они остаются эффективными. Чтобы это было возможно, надо в основной итерации запоминать процесс вычисления V, и в дополнительных итерациях повторять его точно.

Свойства метода. Метод не требует выпуклости ЦФ. Унимодальные ЦФ решаются устойчиво. Решения могут оказаться возможными и при не гладких и разрывных ЦФ. В случаях зависания рабочей точки при решении таких задач можно делать скачок рабочей точки в случайном направлении или в направлении её движения до зависания. Каждая итерация решает локально выпуклую подзадачу, а для невыпуклых ЦФ весь поиск состоит в последовательности таких итераций, причем происходит это автоматически. Наличие равенств облегчает решение, сужая пространство поиска минимума, особенно если размерность ЦФ заметно меньше размерности всей задачи. Для задач квадратичного программирования (линейные равенства и квадратичная ЦФ) метод является абсолютным, то есть теоретически при абсолютной точности вычислений дает решение за одну итерацию, если в исходной точке были решены ограничивающие равенства.

Подготовка задачи к решению. Компоненты задачи, то есть система уравнений и ЦФ, составляются следующим образом. Ограничения типа равенства и неравенства могут распределяться между системой уравнений и штрафной функцией. Хорошо линеаризуемые равенства вместе с линейными равенствами включаются в общую систему уравнений, а равенства, нелинейные существенно, – в штрафную функцию. Ограничения типа неравенства учитываются в штрафной функции, но априори активные и хорошо линеаризуемые можно включать и в систему уравнений. От ЦФ выпуклость не требуется. Достаточно, если она будет унимодальной. Она может быть даже не гладкой и разрывной, и при этом решение может оказаться возможным, если можно будет строить секущие плоскости. Штрафная функция может быть намного проще модифицированной функции Лагранжа. В принципе метод минимизации может работать и при не гладких ЦФ. Поэтому может оказаться возможным функции ограничений просто суммировать, умножив на небольшой штрафной коэффициент: неравенства рассматривать только в недопустимой области, а равенства рассматривать в виде абсолютных величин.

Заключение. Описанным методом. решались задачи оптимизации установившихся режимов работы электроэнергетических систем с числом уравнений порядка тысячи. В настоящее время метод реализован в Институте Энергетики Академии Наук Республики Молдова в виде программного модуля (длиной в 1700 строк) на языке VBA в Excel 2010. Программа получилась удобная в применении и не требующая сложной подготовки решаемой задачи. Она используется в приложениях, разрабатываемых для выполнения исследовательских работ, в частности, для построения моделей взаимосвязи между динамическими процессами, протекающими в топливно-энергетическом комплексе Республики Молдова и для прогноза их хода.

Список использованных источников

1. Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. –Москва: "МИР", 1985. – 509 с.

2. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию / Б. Т. Поляк. – Москва: "НАУКА", 1983. – 382 с.

3. Гладких Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики, часть 2. Нелинейное и динамическое программирование / Б. А. Гладких. – Томск: "Издательство НТЛ", 2011. – 264 с.

4. Гродецкий М. В. Прикладной метод условного нелинейного программирования / М. В. Гродецкий // "Труды Института Энергетики Академии Наук Республики Молдова". – 1996. – 114-124 с.

Анотація

ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ РІШЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕВРИСТИЧНИХ ПІДХОДІВ

Гродецький М. В.

Розглядається евристичний метод вирішення задач нелінійного математичного програмування великої розмірності при обмеженнях типу рівності з використанням методу Гаусса.

Abstract

IMPROVING THE METHODS FOR SOLVING NON-LINEAR PROBLEMS OF LARGE DIMENSION IN ELECTRIC ENERGY USING HEURISTIC APPROACHES

M. Grodetsky

The heuristic method for solving problems of nonlinear mathematical programming of large dimension with equality type constraints using the Gauss method is considered.