

## **ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ДИАГНОСТИКИ**

PACSnumbers: 07.05.Pj, 61.72.Ff, 61.72.Mm, 81.05.Vx, 81.30.Mh, 81.40.Cd, 81.70.Fy

### **Новые подходы в исследовании неоднородности гетерогенных структур**

Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, Е. Л. Белкин, А. И. Сидашенко

*Харьковский национальный технический университет  
сельского хозяйства имени Петра Василенко,  
ул. Алчевских, 44,  
61002 Харьков, Украина*

Представленная работа посвящена разработке и усовершенствованию новых методов исследования структур, формируемых в хромсодержащих углеродистых сплавах, позволяющих прогнозировать изменения локальной неоднородности структурных составляющих для использования в различных технологических процессах, чтобы достигнуть необходимых свойств. Применение новых подходов предусматривает и использование более быстрых операций по компьютерной оптико-математической оценке этих показателей. Методика применяемого компьютерного анализа металлографического изображения структуры основана на гидродинамических аналогиях с применением уравнений Навье–Стокса, описывающих формирование фаз (за счёт диссипации энергии в результате диффузионного процесса изменения плотности анализируемого объекта). Оценку производили на основе вычисляемых значений, расположенных на оцифрованных в формат bmp анализируемых изображениях. В результате проведённых исследований оценена неоднородность высокохромистых чугунов по распределению степени дисперсности условного цвета определяемых фаз. Проведено моделирование локальной неоднородности структурных составляющих, включающее в себя использование новых оценоч-

Corresponding author: Oksana Yurjevna Klochko  
E-mail: klochko.hntysh@gmail.com

*Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University of Agriculture,  
44 Alchevskykh Str., 61002 Kharkiv, Ukraine*

Citation: T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, E. L. Belkin, and A. I. Sidashenko, New Approaches in Study of Inhomogeneity of Heterogeneous Structures, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 2: 255–280 (2018) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.40.02.255.

ных параметров —  $M$ -троек, представляющих собой упорядоченный набор, состоящий из трёх действительных целых чисел, вычисляемых через дивергенцию и лапласиан в рассматриваемой точке металлографического изображения, через которые выражали мощность диссипации энергии. Моделирование проводили, используя инвариантные преобразования  $M$ -троек при повороте металлографического изображения на различные углы. Ввод их в анализ позволил, изменяя и задавая определённые энергетические параметры (поворотом, перестановкой пикселей на исследуемом изображении), проводить моделирование и оценку изменения локальной неоднородности структурных составляющих в результате задаваемых различных параметров. При помощи моделирования, в качестве примера, выполнена оценка влияния неоднородности структурных составляющих на их твёрдость. Установлено, что хотя твёрдость сплава возрастает с повышением степени дисперсности, однако значимость этого параметра в обоих направлениях (вертикальном и горизонтальном) ниже, чем в случае углов поворота. Это свидетельствует о том, что дисперсность структурных составляющих не оказывает определяющего влияния на твёрдость такого сплава. Эти результаты требуют более детального анализа, включающего и роль других факторов, таких как скорость кристаллизации, степень плотности дислокационной структуры, в том числе и в формируемых границах субзерен. В этом случае моделирование углов поворота позволит установить наиболее тесную их взаимосвязь со всеми параметрами, входящими в состав  $M$ -троек, через которые можно как оценить неоднородность структурных составляющих, так и выявить особенности их формирования в гетерогенных сплавах. Данный методический подход и полученные результаты анализа позволят также оценивать влияние различных эксплуатационных факторов на свойства материала. На основании выявленной анизотропии свойств металла рабочего слоя, в том числе и при центробежном литье, рекомендовано оценивать связь структуры со свойствами на поперечных шлифах (поперёк осей нечётко выраженных дендритов).

**Ключевые слова:** металлографическое изображение, инвариантное преобразование, оптико-математический анализ, хромистые гетерогенные сплавы, степень дисперсности фаз, структурная неоднородность, твёрдость.

Представлену роботу присвячено розробці й удосконаленню нових метод дослідження структур, сформованих у хромовмісних вуглецевих стопах, що уможливають прогнозувати зміни локальної неоднорідності структурних складових для використання в різних технологічних процесах, для досягнення необхідних властивостей. Застосування нових підходів передбачає також використання більш швидких операцій стосовно комп'ютерної оптико-математичної оцінки цих показників. Методику застосовуваного комп'ютерного дослідження металлографічного зображення структури засновано на гідродинамічних аналогіях із застосуванням рівнянь Нав'є–Стокса, що описують формування фаз (за рахунок дисипації енергії в результаті дифузійного процесу зміни густини аналізованого об'єкту). Оцінку робили на основі обчислюваних значень, розташованих на оцифрованих у формат bmp зображеннях, що аналізуються. В результаті проведених досліджень оцінено неоднорідність високохромис-

тих чавунів за розподілом ступеня дисперсності умовного кольору визначених фаз. Проведено моделювання локальної неоднорідності структурних складових, що включає в себе використання нових параметрів оцінювання — *M*-трийок, що представляють собою впорядкований набір, який складається з трьох дійсних цілих чисел, які обчислюються через дивергенцію та Ляпласіяна у розглянутій точці металографічного зображення та через які виражали потужність дисипації енергії. Моделювання проводили, використовуючи інваріантні перетворення *M*-трийок при повороті металографічного зображення на різні кути. Введення їх в аналіз уможливило, змінюючи та задаючи певні енергетичні параметри (поворотом, перестановкою пікселів на досліджуваному зображенні), проводити моделювання та оцінювання зміни локальної неоднорідності структурних складових. За допомогою моделювання, в якості прикладу, виконано оцінку впливу неоднорідності структурних складових на їхню твердість. Встановлено, що, хоча твердість стопу зростає з підвищенням ступеня дисперсності, однак значимість цього параметра в обох напрямках (вертикальному та горизонтальному) є нижчою, ніж у випадку кутів повороту. Це свідчить про те, що дисперсність структурних складових не має визначального впливу на твердість такого стопу. Ці результати потребують більш детальної аналізи, яка також враховувала б роль інших чинників, таких як швидкість кристалізації, ступінь щільності дислокаційної структури, у тому числі й у межах субзерен, що формуються. В цьому випадку моделювання кутів повороту уможливить встановити їх найбільш тісний зв'язок з усіма параметрами, що входять до складу *M*-трийок, через які можна як оцінити неоднорідність структурних складових, так і виявити особливості їхнього формування в гетерогенних стопах. Даний методичний підхід та одержані результати аналізи уможливають також оцінювати вплив різних експлуатаційних чинників на властивості матеріалу. На підставі виявленої анізотропії властивостей металу робочого шару, у тому числі й при відцентровому литті, рекомендовано оцінювати зв'язок структури із властивостями на поперечних шліфах (поперек осей нечітко виражених дендритів).

**Ключові слова:** металографічне зображення, інваріантне перетворення, оптико-математичний аналіз, хромисті гетерогенні стопи, ступінь дисперсності фаз, структурна неоднорідність, твердість.

Our paper is concerned with the development and improvement of the new methods of study different structures formed in chromium-containing carbon alloys. The described methods allow predicting changes in the local heterogeneity of structural constituents because of different processing operations being realized. The application of new techniques also involves the use of faster operations in computer-based optical-mathematical evaluation of such parameters. Due to dissipation of energy because of the diffusion process and changes in the density of the analysed samples, we associate phase formation with the hydrodynamic processes. The used technique includes a computer analysis of the metallographic structure images and is based on hydrodynamic analogies using Navier–Stokes equations. The estimation is made based on the calculated values located on the analysed images digitized into the bmp format. As a result, the inhomogeneity of the high-chromium

cast iron via the distribution of the dispersion degree of the conventional colour is estimated. Modelling of a local heterogeneity of the structural components is carried out. The modelling includes the new estimation parameters, *i.e.*, *M*-triples, which are an ordered set consisting of three real integers equal to divergence and Laplacian at the considered point on metallographic image; we express the energy dissipation power in terms of the *M*-triples. The simulation is carried out with the use of the *M*-triples' invariant transformations when the metallographic image is rotated to different angles. The *M*-triple occurred to be a convenient parameter since it allows simulating changes of the local homogeneity in structural components by changing and varying the certain energy parameters (by rotation and permutation of the pixels on the image). The effect of heterogeneity of structural components on their hardness is evaluated via simulation. As determined, although the alloy hardness and dispersion increase proportionally, the impact of hardness along vertical and horizontal directions is lower than one in the case of angular rotation that indicates that the dispersity of the structural components does not exert a decisive effect on the alloy hardness. These results require more detailed analysis, which should include the role of other factors, such as the degree of dislocation-structure density, in particular, within the formed subgrain boundaries. Simulation of the angular rotation will then make it possible to carry out the closest correlation between all parameters that makes up the *M*-triples and to evaluate the structural components of heterogeneity as well as to reveal their formation features within the heterogeneous alloys. Our methodological approach and the obtained analysis results also allow evaluating the influence of various operative factors on the materials' properties. Based on revealed anisotropy of the metal working-layer properties, it is recommended to evaluate the structure-properties connection over the transverse sections (across the dendrites' axes) in the case of centrifugal casting as well.

**Key words:** metallographic image, invariant transformation, optical-mathematical analysis, chromium heterogeneous alloys, phase dispersion degree, structural heterogeneity, hardness.

*(Получено 24 ноября 2017 г.)*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наиболее эффективным технологическим процессом производства листопрокатных валков для станков «1700» и «2000» является метод центробежного литья, который обеспечивает получение необходимой толщины рабочего слоя при отливке их двухслойными [1–6]. Этот метод литья позволил использовать для получения высокой твёрдости инструмента нетехнологичный материал — высоколегированный хромистый чугуны (16–18% Cr и до 1,8% Ni), а также чугуны с повышенным содержанием никеля (4,0–4,5% Ni и до 1,6% Cr). При этом благодаря использованию центробежного литья при кристаллизации отливок из таких чугунов в ме-

таллическую форму, предотвращается грубое дендритное строение металла рабочего слоя, обеспечиваются более равномерная твёрдость по его сечению и хорошее сваривание с сердцевиной из серого чугуна. Однако, как показали последние проведённые исследования [7], за счёт формирования локальных напряжений, которые сохраняются и при медленном охлаждении таких валков в кессоне (до 76 ч), проявляется неоднородность распределения наиболее твёрдых фаз, содержащих различную долю углерода, что связано с высокой степенью гетерогенности высокоуглеродистого материала и с диффузионными процессами. Основным критерием качества валков, предусмотренным нормативно-технической документацией, является регламентированная твёрдость рабочего слоя, которая, в зависимости от назначения инструмента для чистовых или предчистовых клетей прокатного стана, изменяется в пределах 70–85 HSD и 63–70 HSD соответственно. Статистический анализ 76 валков, изготовленных из высокохромистого чугуна, выявил изменения уровня твёрдости не только в отдельных плавках, но и в одной [7]. Показатели твёрдости могут зависеть от наследственных свойств шихтовых материалов, температурных параметров плавки, подготовки оснастки, внепечного рафинирования, а также от отклонений параметров центробежного литья (скорости подачи металла, числа оборотов машины, времени нахождения отливки в машине, температуры заливки порций металла сердцевины) [1, 7]. Все эти факторы оказывают влияние на структурообразование, которое и определяет уровень твёрдости.

## 2. ЦЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В опубликованных ранее работах авторов [8–11] были проведены исследования изменения дислокационной структуры и её плотности в условиях воздействия напряжений, путём оптикоматематического анализа металлографических изображений оценена возникающая в результате этого структурная неоднородность в высокоуглеродистых гетерогенных сплавах. Методика применяемого компьютерного оптикоматематического исследования основана на гидродинамических аналогиях с применением уравнений Навье–Стокса, описывающих формирование фаз (за счёт диссипации энергии в результате диффузионных процессов и изменения плотности [12, 13]). Оценку производили согласно расположению вычисляемых значений на оцифрованном в формат bmp изображении металлографической структуры. Изображение разбивали на ячейки размером 3×3 пиксела. При этом оценивали неоднородность, определяющую интенсивность изменения плотности распределения дислокационной структуры и степень дисперсности составляющих гетерогенных сплавов [14].

В качестве критериев, описывающих изменения плотности дислокационной структуры и её дисперсности, впервые использованы энергетические параметры, такие как функции мощности диссипации энергии ( $M$ ) и напряжений ( $S$ ):

$$M = D(x, y)L(x, y), \quad (1)$$

$$S = D(x, y) - L(x, y), \quad (2)$$

равные произведению и разности дивергенции и лапласиана функции  $C(x, y)$  в точке на металлографическом изображении, где  $x$  и  $y$  — координаты рассматриваемой точки. Первый множитель в выражении (1) описывает меру несжимаемости (плотности фрагмента изображения, зоны уплотнения и разряжения), второй множитель — диффузию химических элементов:

$$D(x, y) \equiv \operatorname{div} C(x, y) = \frac{\partial C(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial C(x, y)}{\partial y}, \quad (3)$$

$$L(x, y) \equiv \Delta C(x, y) = \frac{\partial^2 C(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C(x, y)}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Функция  $C(x, y)$  в конечно-разностном представлении имеет вид матрицы  $3 \times 3$  пиксела:

$$C = \begin{pmatrix} c_{i-1,j-1} & c_{i-1,j} & c_{i-1,j+1} \\ c_{i,j-1} & c_{i,j} & c_{i,j+1} \\ c_{i+1,j-1} & c_{i+1,j} & c_{i+1,j+1} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В качестве элемента матрицы приняли пиксел изображения  $c_{n,l}$ , являющийся кодом условного цвета при оцифровке фотографии ( $n = i - 1, i, i + 1$  — номер строки,  $l = j - 1, j, j + 1$  — номер столбца). Обработку такой матрицы выполняли путём последовательного сканирования каждого её пиксела, задавая его как среднюю точку  $c_{i,j}$ , находящуюся внутри ячейки заданного размера ( $3 \times 3$ ). Тогда  $D(x, y)$  и  $L(x, y)$  в конечно-разностном представлении имеют вид:

$$D_{i,j} \equiv D = c_{i,j-1} + c_{i-1,j} - 2c_{i,j}, \quad (6)$$

$$L_{i,j} \equiv L = c_{i,j-1} + c_{i-1,j} + c_{i,j+1} + c_{i+1,j} - 4c_{i,j}. \quad (7)$$

Для оценки степени локальной неоднородности, определяемой изменением дислокационной структуры, рассчитывали средние значения абсолютной величины мощности диссипации энергии на всем изображении каждой исследуемой фотографии. При этом, поскольку при деформации энергетическое состояние металла явля-

ется неравновесным, в оценке значения данного параметра использовали значения с противоположными знаками. Положительному соответствовали состояния увеличения плотности дислокаций (сжатия), отрицательному — разрежение (зоны сброса напряжений). Также определяли и абсолютные значения мощности диссипации, характеризующие протекающий процесс в целом.

Оценку степени дисперсности структурных составляющих проводили путём вычисления длины ряда пикселей, исследуемого цифрового изображения фаз, расположенных последовательно в виде горизонтальных и вертикальных цепочек, состоящих из одного и того же условного цвета, описывающего конкретную структуру исследуемого сплава, согласно алгоритму, описанному в работе [15], где длину цепочки пикселей предложено рассчитывать в соответствии с неравенством Коши–Буняковского, в котором нормами для скалярного произведения являются значения  $D$  и  $L$ . В качестве степени дисперсности было выбрано отношение, выражающее нормированное значение мощности диссипации энергии:

$$b_u = \frac{DL}{|D||L|}. \quad (8)$$

При этом в конечно-разностном представлении был введён дискретный параметр  $u_{i,j}$ , выражающий нормированное значение функции мощности диссипации энергии, принимающий значения 0 или 1, где  $u_{i,j} = 0$  при  $M_{i,j} = 0$  или  $u_{i,j} = 1$  при  $M_{i,j} > 0$ .

Код условного цвета для средней точки  $c_{i,j}$  вычисляли по формуле:

$$c_{i,j} = \frac{255 b_u}{(b_{u_{\max}} - b_{u_{\min}}) k}, \quad (9)$$

где  $k$  — коэффициент, определяющий количество интервалов, на которые при вычислении разбивали весь диапазон условных цветов (от 0 до 255 в формате bmp).

Целью данного исследования явилась разработка различных подходов к оценке влияния структурообразования в высокохромистом чугуна с определением степени дисперсности фаз и проведением моделирования влияния этого фактора на твёрдость для выявления наиболее эффективного способа измерения этой характеристики, которая бы в полной мере отражала её оптимальный уровень по изображению микроструктур.

### 3. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для анализа использовали металлографические изображения микроструктур высокохромистого чугуна (16–18% Cr, 2,7–2,9% C) в

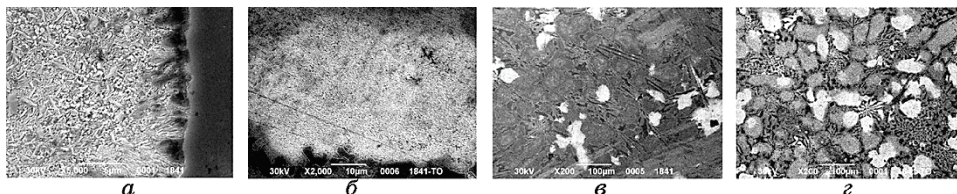
литом состоянии, отобранных от рабочего слоя центробежно литого валка и после низкотемпературного циклического отжига в интервале температур магнитного превращения карбидных фаз (350°C и 500°C) [16] (рис. 1, структуры *a–z*). Для оценки локальной неоднородности различных фаз изучали степень изменения их дисперсности.

Для оценки анизотропии свойств проводили анализ степени дисперсности структуры и строили корреляционную зависимость твёрдости от этого показателя, учитывая условия кристаллизации (вдоль и поперёк осей дендритов), по двум направлениям — вертикальному и горизонтальному. По полученным значениям определяли степень анизотропии материала:

$$\alpha = 1 - \frac{r_{\text{гориз}}}{r_{\text{вертик}}}, \quad (10)$$

где  $\alpha$  — степень анизотропии,  $r_{\text{вертик}}$  — коэффициент корреляции зависимости твёрдости от степени дисперсности структуры вдоль осей дендритов (вертикальное направление анализа),  $r_{\text{гориз}}$  — коэффициент корреляции зависимости твёрдости от степени дисперсности структуры поперёк осей дендритов (горизонтальное направление анализа).

Дислокационную структуру высокоуглеродистых сплавов оценивали плотностью распределения в условиях воздействия локальных напряжений от магнитострикции, возникающих в результате термической обработки. Фотографии микроструктур подвергали анализу на базе ранее разработанных методик оптико-математичес-



**Рис. 1.** Микроструктуры высокохромистого валкового чугуна: *a* — граница зерна с карбидной фазой, литое состояние,  $\times 5000$ ; *b* — граница зерна с карбидной фазой, после циклической термообработки (ТО) при 350 и 500°C,  $\times 2000$ ; *v* — общий вид, литое состояние,  $\times 200$ ; *z* — общий вид, после циклической ТО при 350 и 500°C,  $\times 200$ .

**Fig. 1.** Microstructures of the high-chromium roll-foundry iron: boundary of the grain containing carbide phase, cast state,  $\times 5000$  (*a*); boundary of the grain containing carbide phase after thermal cycling at 350 и 500°C,  $\times 2000$  (*b*); common view, cast state,  $\times 200$  (*v*); common view after thermal cycling at 350 и 500°C,  $\times 200$  (*z*).



кого компьютерного анализа [17, 18].

Для оценки неоднородности структурных составляющих, определяемой изменением твёрдости, и построения корреляционной зависимости использовали статистическую выборку, представленную изображениями микроструктур 76 образцов высокохромистого чугуна, отобранных из рабочего слоя двухслойных листовых прокатных валков горячей прокатки исполнения ЛПХ18Нд (2,72–2,86% С, до 18% Cr, до 0,24% V и до 1,5% Ni), в которых были измерены и использованы средние значения их твёрдости. Измерения твёрдости проводили согласно стандартной методике измерения по Шору.

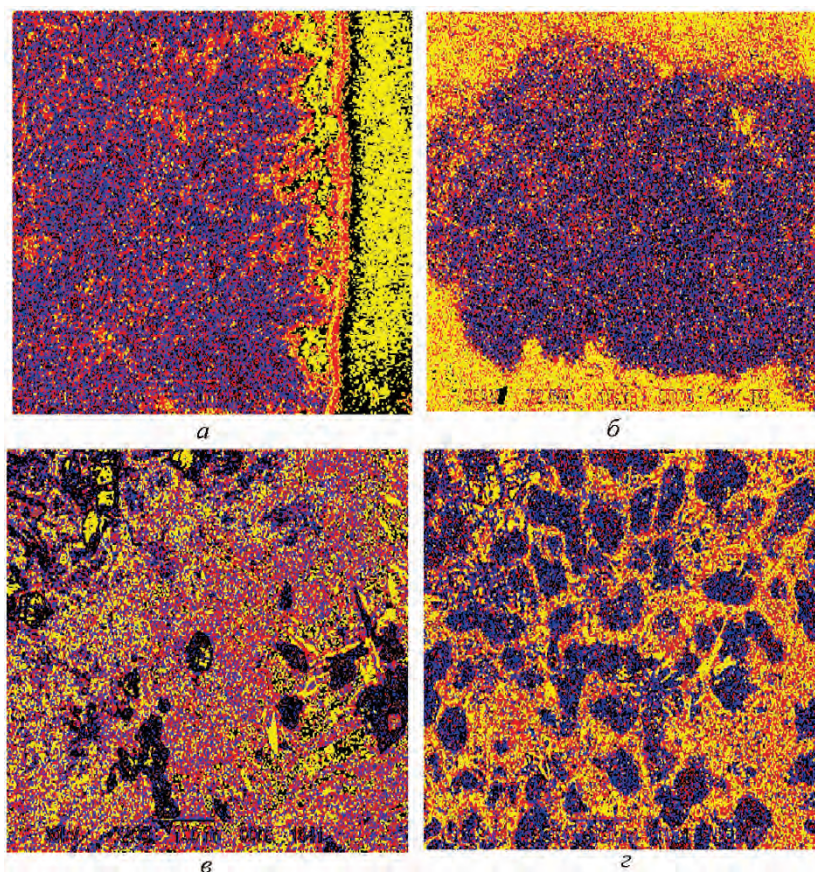
#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для исследуемых изображений (см. рис. 1) были рассчитаны распределения степени дисперсности условного цвета и получены зависимости распределения. Согласно (8), величина степени дисперсности (значение параметра  $b_u$ ) в каждой точке изображения может принимать значения от 0 до 1. В таблице 1 представлено распределение такой степени дисперсности на примере анализа микроструктур (см. рис. 1, изображения  $\epsilon$  и  $z$ ). При оценке распределения степени дисперсности (рис. 2), для улучшения визуализации, все полученные значения параметра  $b_u$  были выведены на экран в виде градации 5 цветов: 1 — чёрного (включает минимальное значение  $b_u$ ), 2 — синего, 3 — коричневого, 4 — красного (цвета 2–4 с промежуточными значениями), 5 — жёлтого (включает максимальное значение  $b_u$ ). При вычислении весь диапазон условных цветов (исходные цвета сохранены в электронной версии статьи) разбивали на 20 интервалов ( $k = 20$ ), однако в табл. 1 приведены значения для 9 интервалов, последним указан 5-й интервал условного цвета, поскольку после него все значения  $b_u$  соответствовали только жёлтому цвету. При этом  $b_{u\min} = 0$ ,  $b_{u\max} = 0,0588$ .

**ТАБЛИЦА 1.** Распределение степени дисперсности условного цвета ( $b_u$ ) на 9 рассчитанных интервалах при  $k = 20$ .

**TABLE 1.** Distribution of the dispersion degree of representative colour ( $b_u$ ) at 9 evaluated intervals ( $k = 20$ ).

Значения параметра $b_u$ , %									Структура
Номер заданного интервала (в скобках интервал кода условного цвета)									
1(1)	2(2)	3(3)	4(4)	5(5)	6(5)	7(5)	8(5)	9(5)	
33,0	34,5	9,7	7,0	6,0	4,9	1,3	0,3	0,6	$\epsilon$
56,1	26,4	6,1	3,9	3,3	1,7	0,8	0,2	0,4	$z$



**Рис. 2.** Распределение степени дисперсности условного цвета на изображениях высокохромистого чугуна (см. рис. 1).

**Fig. 2.** Distribution of the dispersion degree of representative colour on the images of the high-chromium cast iron (see Fig. 1).

Аналогично были получены распределения степени дисперсности и для микроструктур высокохромистого чугуна (рис. 2, *a* и *б*; обозначения см. на рис. 1). При анализе полученных результатов установлено, что наименьшая величина степени дисперсности (чёрный и близкий к нему синий цвета) приходится на области, где произошёл распад остаточного аустенитного зерна в результате дисперсионного твердения при кристаллизации сплава (см. рис. 2, изображения *a*, *в*). Красный и коричневый цвета соответствуют сохранившейся области аустенитного зерна, характерного для литого состояния сплавов, жёлтый цвет описывает карбидные фазы различного состава  $((\text{Fe}, \text{Cr})_3\text{C}, \text{Cr}_{23}\text{C}_6, \text{Cr}_7\text{C}_3, \text{Cr}_{7x}\text{C}_y$  [19]).

Поскольку, согласно (8), рассматривали степень дисперсности,

связанную с мощностью диссипации энергии, то можно сделать вывод о том, что области с его наименьшим значением соответствуют наиболее равновесному состоянию системы с наименьшей плотностью дислокаций и более однородной структурой. Следует отметить, что проведённая термообработка существенно не изменяет расположение основных цветовых интервалов на фотографии в областях, где уже произошёл распад аустенита в процессе кристаллизации по предложенной технологии регламентированного процесса обработки [11]. Появляется больше чёрного цвета, что свидетельствует об измельчении карбидных фаз внутри распавшегося зерна. Однако в области карбидных фаз появляется много вкраплений коричневого и красного цветов, что свидетельствует об увеличении дисперсности карбидной фазы и частичном снятии внутрифазовых напряжений.

Проведено моделирование для оценки влияния различных технологических параметров на изменение локальной неоднородности структурных составляющих, а также для сокращения количества факторов в корреляционных зависимостях с целью упрощения производимых расчётов. Для этого предложена следующая методика исследований.

Представим исследуемые энергетические параметры (1) и (2) в виде:

$$M_{i,j} \equiv M = (c_{i,j-1} + c_{i-1,j} - 2c_{i,j})(c_{i,j-1} + c_{i-1,j} + c_{i,j+1} + c_{i+1,j} - 4c_{i,j}), \quad (11)$$

$$S_{i,j} \equiv S = (c_{i,j-1} + c_{i-1,j} - 2c_{i,j}) - (c_{i,j-1} + c_{i-1,j} + c_{i,j+1} + c_{i+1,j} - 4c_{i,j}). \quad (12)$$

Обозначим

$$a_{i,j} = c_{i,j-1} + c_{i-1,j}, \quad (13)$$

$$b_{i,j} = c_{i,j-1} + c_{i-1,j} + c_{i,j+1} + c_{i+1,j}. \quad (14)$$

Тогда, согласно (7), можно выразить функцию мощности диссипации энергии как:

$$M = (a_{i,j} - 2c_{i,j})(b_{i,j} - 4c_{i,j}). \quad (15)$$

Из (15) следует, что функция мощности диссипации энергии зависит от трёх величин. Кроме того, если в правой части целые числа, то и функция мощности является целым числом. Будем считать, что  $M$ ,  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$  известны, а  $c_{i,j}$  не известно. Приведём (15) к виду:

$$8c_{i,j}^2 - 2c_{i,j}(2a_{i,j} + b_{i,j}) + a_{i,j}b_{i,j} - M = 0. \quad (16)$$

Решениями данного квадратного уравнения будут:

$$c_{i,j(1)} = (2a_{i,j} + b_{i,j} - \sqrt{(2a_{i,j} - b_{i,j})^2 + 8M}) / 8, \quad (17)$$

$$c_{i,j(2)} = (2a_{i,j} + b_{i,j} + \sqrt{(2a_{i,j} - b_{i,j})^2 + 8M}) / 8. \quad (18)$$

Согласно [20], для определения максимального значения абсолютной величины отрицательной мощности представим, что при  $M = 0$

$$c_{i,j(1)} = b/4 \text{ или } c_{i,j(2)} = a/4. \quad (19)$$

Тогда, исходя из (14) и (15):

$$M \geq -(2a_{i,j} - b_{i,j})^2 / 8. \quad (20)$$

Следует отметить, что в силу целочисленности  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$ ,  $c_{i,j}$ , величина  $M$  не может принимать произвольные значения, а только те, для которых, как следует из зависимостей (16) и (17), корень является целым числом. Формулы (17), (18) показывают, что  $8M$  не всегда является квадратом целого числа. Однако само подкоренное выражение является квадратом целого числа. Проведём преобразования, записав подкоренное выражение для (17) и (18) в виде

$$(2a_{ij} - b_{ij})^2 + 8(a_{ij} - 2c_{ij})(b_{ij} - 4c_{ij}) = (8c_{ij} - 2a_{ij} - b_{ij})^2. \quad (21)$$

Введём следующие обозначения:

$$S = 2a_{i,j} - b_{i,j} = 2D - L, \quad (22)$$

$$M = 8(a_{i,j} - 2c_{i,j})(b_{i,j} - 4c_{i,j}) = 8DL, \quad (23)$$

$$t_{i,j} \equiv t = 8c_{i,j} - 2a_{i,j} - b_{i,j} = -(2D + L). \quad (24)$$

По аналогии с пифагоровыми числами [21] рассмотрим упорядоченный набор, состоящий из трёх действительных целых чисел, вычисляемых по формулам (22)–(24). Введём понятие тройки таких чисел. Поскольку, величины, образующие такую тройку, вычисляются через  $D$  и  $L$  в рассматриваемой точке металлографического изображения, через которые была выражена мощность диссипации энергии (11), назовём её  $M$ -тройкой. Для дальнейшего упрощения приведём матрицу исследуемых параметров, задаваемых на выделенной области исследуемого металлографического изображения, к квадратичному виду. Согласно [22], для этих  $M$ -троек имеет место тождество:

$$(2D - L)^2 + 8DL = (2D + L)^2, \quad (25)$$

где величина  $t_{i,j}^2$  является собственным значением определителя квадратной матрицы, образованной энергетическими параметрами:

$$A_{i,j} = \begin{pmatrix} 4(a_{i,j} - 2c_{i,j}) & (2a_{i,j} - b_{i,j}) \\ (b_{i,j} - 2a_{i,j}) & 2(b_{i,j} - 4c_{i,j}) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Для перехода к более простой или удобной для анализа математической модели, проведём инвариантные преобразования координат рассматриваемой матрицы (26), специально задаваемой на выделенной области металлографического изображения. Если бы имелась в явном виде квадратичная форма от координат, описывающая структуру, то нашлись бы такие преобразования, которые приводили бы эту форму к диагональному виду. Однако, в результате исследований, в большинстве случаев удалось привести квадратную матрицу только к треугольной форме. В результате стандартных преобразований приведём квадратную матрицу (24) к треугольной форме и для упрощения величины  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$ ,  $c_{i,j}$  обозначим через  $a$ ,  $b$ ,  $c$ :

$$A_x = \begin{pmatrix} 0 & -(2a + b - 8c) \\ (2a + b - 8c) & 2(2a + b - 8c) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (2D + L) \\ -(2D + L) & 2(2D + L) \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Определитель такой преобразованной матрицы равен  $2D + L$ .

Ввод упорядоченного набора чисел ( $M$ -тройки) может позволить, изменяя и задавая определённые энергетические параметры (перестановкой, поворотом пикселей на исследуемом изображении), путём решения матрицы, такой как (27), при помощи системы линейных уравнений проводить моделирование изменения локальной неоднородности структурной составляющей, задавая различные параметры технологических процессов (наплавки, термообработки, литья для регулируемой кристаллизации).

Для всех возможных сочетаний значений троек  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (9), (13), (14) для исследуемых металлографических фотографий были проведены инвариантные преобразования  $M$ -троек (22)–(24). Анализом установлено, что функция мощности диссипации энергии в  $\cong 97\%$  случаев не является отрицательной на исследуемых фотографиях структур, т.е. она играет роль интенсивности почти на всей фотографии.

Установлено, что большие абсолютные значения наблюдаются при преобразовании функции напряжений. Между тем, полученные инварианты полностью соответствуют начальным изображениям структур.

В проведённых расчётах для всех структур номер кода цвета  $c$  изменяется от 1 до 16, параметр  $a$  — от 2 до 32, параметр  $b$  — от 4 до 64. При этом минимальный номер функции мощности диссипации энергии соответствует 112, а максимальный — 1800. Это свидетельствует о точности проведённой оценки. При этом установлено, что множество функций мощностей образует спектр, в котором присут-

ствуют пропуски в значениях. Можно предположить, что такие значения указывают на формирование равновесного состояния системы в данной локальной области.

Впервые были проведены исследования по моделированию исследуемых структур при повороте оси для пикселей изображения на различные углы. Для этого были рассмотрены  $M$ -тройки (22)–(24), а также их квадратичная форма для приведения матрицы преобразования координат к диагональному виду:

$$F = x^2S + xyM + y^2t, \quad (28)$$

$$F_1 = x^2M + xyS + y^2t, \quad (29)$$

$$F_2 = x^2S + xyS + y^2M, \quad (30)$$

где (28) — квадратичная форма для функции мощности ( $M$ ), (29) — квадратичная форма функции напряжений ( $S$ ), (30) — квадратичная форма определителя матрицы ( $t$ ),  $x$  и  $y$  — координаты рассматриваемой точки металлографического изображения.

В результате проведённых расчётов оказалось, что в подавляющем большинстве случаев для инвариантного преобразования (28) при повороте на  $45^\circ$  произведение  $xy$  обращается в 0, т.е. такая форма матрицы принимает диагональный вид. Но не точно при  $45^\circ$ , а наблюдается незначительное влияние параметров  $S$  и  $t$ . Для (29) и (30) угол поворота в подавляющем большинстве случаев близок к отрицательному. Однако в случаях, когда наблюдается отклонение от  $45^\circ$  для зависимости (28), тогда отмечается и ненулевой поворот для (29) и (30).

Аналогичные исследования, проведённые для других структур, а также, например, спектра излучения Солнца, дают похожий результат.

В таблице 2 приведены данные расчётов согласно формулам (22)–(24) значений квадратичной формы из  $M$ -троек (28) при повороте через  $1^\circ$  для отрицательных и положительных углов поворота случайно сгенерированной структуры, а также металлографических изображений исследуемых структур.

Независимо от типа исследуемых материалов и фотографий получили 8 диапазонов значений. Для каждой фотографии меняется число пикселей (%) в этих диапазонах. При этом повороты на  $23^\circ$  и  $90^\circ$  соответствуют разбиению квадратичной формы с другими показателями  $M$ -троек значений параметров: не  $S$ ,  $M$ ,  $t$ , а  $S$ ,  $t$ ,  $M$ . Угол поворота на  $90^\circ$  и  $23^\circ$ , при котором  $S = t$ , соответствовал бы тангенсу, равному бесконечности. Также следует заметить, что при повороте на  $0^\circ$  подразумевали поворот между  $0^\circ$  и  $1^\circ$ , поскольку число пикселей, соответствующих углам поворота для всех параметров рассчитывали с точностью в  $1^\circ$ .

**ТАБЛИЦА 2.** Число пикселов (%), соответствующих углам поворота функции мощности.  
**TABLE 2.** Number of pixels corresponding to the rotation angles of the power function (in %).

M-тройка: S, M, t													Структура			
M-тройка: M, t, S (остаток)												Σ, %				
S ≠ t																
Отрицательные углы поворота						Положительные углы поворота						Σ, %				
32	38	41	42	43	44	45	0	32	38	41	42		43	44	45	90
1,5	1,5	1,5	1,5	4,6	11,0	25,9	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	4,6	11,0	25,9	3,1	100
3,8	2,6	1,0	0,3	3,5	4,2	16,5	0,9	0,5	1,3	2,3	3,0	1,4	6,8	14,4	16,0	100
2,3	2,0	1,1	0,3	4,6	6,6	25,6	1,0	0,3	1,0	2,0	2,6	2,0	9,1	22,3	12,6	100
3,8	4,4	3,2	1,0	6,2	7,4	7,9	0,5	0,9	2,0	2,7	5,6	2,6	10,2	5,6	17,5	100
3,3	3,2	1,7	0,5	5,8	6,6	16,1	1,3	0,9	2,0	3,3	3,8	2,7	10,2	12,9	16,3	100

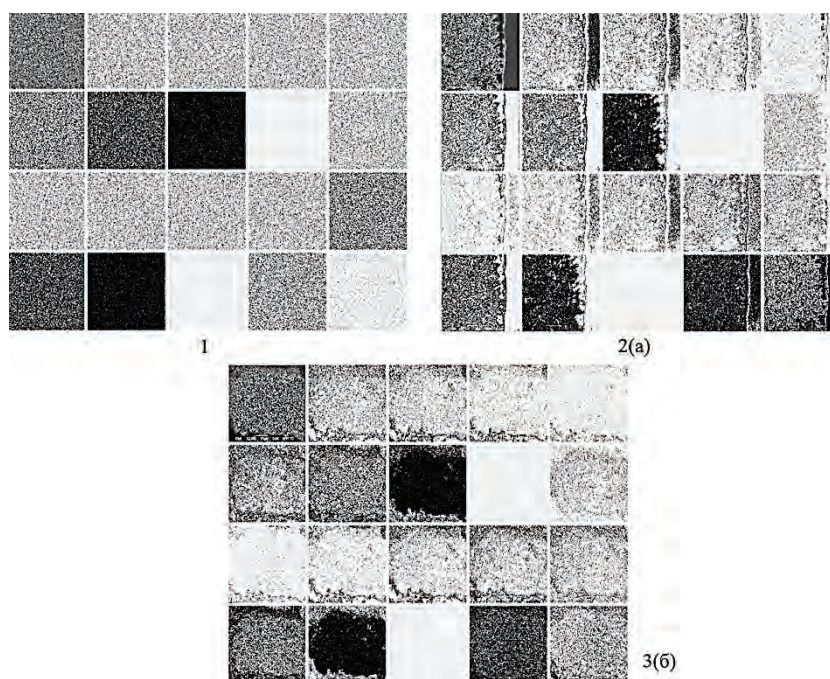
Случайная

a б в з



При анализе полученных результатов установлено, что для изображений высокохромистого чугуна в литом состоянии (структура *a*, табл. 2) поворот на  $45^\circ$  выявляет в  $\approx 1,5$  раза меньше пикселей, чем после термообработки (структура *б*, табл. 2). По сравнению с числом пикселей случайной структуры (см. табл. 2), можно увидеть, что при повороте на  $45^\circ$  после термообработки порядок цифр приближается к таковому для случайной структуры. Для структур общего вида (*в* и *г*) высокохромистого чугуна (увеличение  $\times 200$ ) отклонения от значений для случайной структуры менее заметны.

Таким образом, можно судить, при каком повороте какие изображения структур соответствуют наибольшей неоднородности в результате термической обработки. Также как и при кристаллизации отмечаются отклонения по сравнению со случайной структурой, т.е. можно оценить какое место занимает упорядочение структуры. Эти выводы подтверждаются распределением функции мощности,



**Рис. 3.** Распределение значений функции мощности, полученное моделированием исследуемых структур в результате поворота пикселей изображения на различные углы: 1) фото случайно сгенерированной структуры; 2) структура *a*; 3) структура *б* (см. рис. 1).

**Fig. 3.** Distribution of the power function values obtained via the simulation of the considered structures because of rotation of the image pixels at different angles. Photos of the structures: 1) randomly generated; 2) *a*; 3) *б* (see Fig. 1).



полученным моделированием исследуемых структур в результате поворота пикселей изображения на различные углы (рис. 3).

Полученные изображения сделаны с точностью до  $1^\circ$ . Каждое представленное изображение состоит из 20 рисунков. Где самый левый верхний рисунок — исходная структура. Далее сверху вниз и слева направо расположены 7 рисунков, соответствующих отрицательным углам поворота. Далее отдельно во втором ряду справа — рисунок, соответствующий нулевому углу поворота. Затем, начиная с третьего, следует 7 рисунков, соответствующих положительным углам поворота, которые по абсолютному значению точно равны величинам отрицательных углов. Величины углов поворота соответствуют структурам, приведённым в табл. 1. Последний и предпоследний рисунки, аналогично табл. 2, соответствуют другой тройке. Последний рисунок назовём остатком, поскольку он не поддаётся никакому разложению по углам поворота.

При данном моделировании нас интересовал вопрос оценки величины углов поворота, относительно которых получают наибольшие и наименьшие функции мощности. Исходные структуры были представлены в натуральных серых цветах, тогда как остальные рисунки — в чёрных.

Таким образом, стало возможным оценить и сравнить между собой порядок числа, выражающего количество выводимых пикселей на каждом рисунке. Например, полученные изображения подтверждают аналитические выводы о том, что на отрицательных углах поворота выявляются в большей мере отрицательные значения лапласиана, что соответствует карбидным структурам (раннее проведёнными исследованиями установлено, что у этих фаз отрицательные лапласианы дают более светлый рисунок, чем положительные).

Аналогично было проведено моделирование изменения локальной неоднородности структурных составляющих, характеризуемой изменением степени дисперсности условного цвета инвариантным преобразованием  $M$ -троек при заданных углах поворота металлографического изображения с получением корреляционных зависимостей для установления распределения степени дисперсности. Полученные результаты представлены на рис. 4.

В данной модели угол поворота задавали согласно (22)–(24) изменением параметров, входящих в  $M$ -тройку, следующим образом:

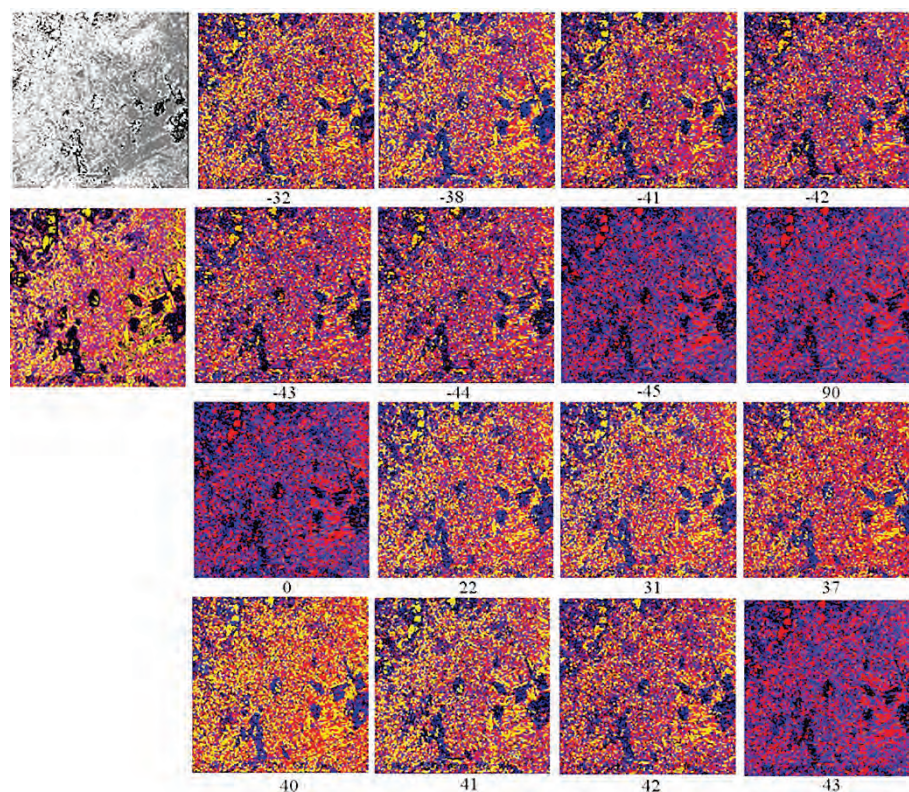
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{M}{S - t}, \quad (31)$$

где  $\beta$  — угол поворота.

Полученные результаты моделирования показали существенность корреляционной связи между степенью дисперсности условного цвета и задаваемыми энергетическими параметрами. При этом наибольший и наименьший коэффициенты множественной корреляции

ляции наблюдали при поворотах на углы  $41^\circ$  и  $-45^\circ$  соответственно.

Аналогично, с использованием модели, в которой согласно (31) угол поворота задавали изменением параметров, входящих в  $M$ -тройку, была проведена оценка влияния неоднородности структурных составляющих на их твёрдость для металлографических изображений структур, отобранных от рабочего слоя статистической



**Рис. 4.** Рассчитанные значения распределения степени дисперсности условного цвета на изображении микроструктуры высокохромистого чугуна (см. рис. 1, в), полученные при моделировании в результате поворота пикселей изображения на различные углы: верхняя строка левое изображение — исходная структура, вторая строка левое изображение — распределение степени дисперсности мощности диссипации энергии, соответствующее рис. 2. Углы поворота указаны под изображениями этой структуры чугуна.

**Fig. 4.** Calculated values of distribution of the representative colour dispersion degree on the image of the high-chromium cast iron microstructure (see Fig. 1, в) obtained via simulation, with image pixels rotated at different angles. The upper left image is the original structure; the left image on second line is the distribution of dispersion degree of the energy dissipation power, which corresponds to Fig. 2. The rotation angles are indicated below the images.

выборки из 76 валков. При этом вычисляли степень дисперсности мощности диссипации энергии отдельно в вертикальном и горизонтальном направлениях (вдоль и поперёк осей дендритов) путём моделирования, в результате которого проводили инвариантное преобразование  $M$ -троек при повороте металлографического изображения на различные углы. Изменяя параметры, входящие в  $M$ -тройки по горизонтали и вертикали, получали для каждого изображения по 9 расчётов. Затем строили однофакторную и многофакторные корреляционные зависимости для твёрдости; в этом случае факторами выступали задаваемые углы поворота, определяющие количество выявляемых при повороте пикселей (%) изображения. Результаты представлены в табл. 3–5.

При рассмотрении результатов однофакторного корреляционного анализа (см. табл. 3) установлено, что наибольший коэффициент корреляции для вертикального направления равен 0,505, а для горизонтального — 0,486 и соответствует углам поворота на  $41^\circ$  и  $-42^\circ$  соответственно. Тогда как коэффициенты при корреляционном параметре отрицательны и равны  $-3,659$  и  $-11,934$  соответственно, т.е. чем больше количество пикселей изображения, получаемых при повороте, тем ниже твёрдость. Особенно это выражено для горизонтальной составляющей. Исследуя остальные 8 вариантов расчётов моделирования однофакторного анализа, установлено, что наибольший коэффициент корреляции не превышает 0,534. При этом выявлена существенная анизотропия свойств материала относительно направления роста дендритов, возникшая в процессе кристаллизации металла рабочего слоя, среднее значение которой достигает 46%. Причём наибольшая анизотропия присуща горизонтальному направлению (отрицательные значения параметра  $\alpha$  (см. табл. 3) соответствуют более неоднородной структуре в вертикальном направлении). Наиболее однородная структура соответствует повороту изображения на  $31^\circ$  ( $\alpha = 0,004$ ), наименее — на  $40^\circ$  ( $\alpha = 0,916$ ). Необходимо учитывать полученный результат при измерении твёрдости рабочей поверхности таких валков на отобранных от бочки кольцах.

Для повышения коэффициента корреляции, провели расчёт многофакторной зависимости. Была разработана специальная программа статистического анализа для всех возможных сочетаний по 2-м и 3-м углам поворота, при которых выполнялись бы ограничения, накладываемые согласно модели (31). В качестве результата наибольшей эффективности выбирали сочетания, соответствующие максимальным коэффициентам множественной корреляции. В этих расчётах программным путём в одну строчку записывали количество пикселей (в %), соответствующих тангенсам углов 2-х элементов из  $M$ -тройки. Количество таких комбинаций соответствовало 780. В качестве положительного результата выбирали тот, у которого был наибольший коэффициент корреляции.

**ТАБЛИЦА 3.** Корреляционные зависимости твердости от числа пикселей (%), соответствующих углам поворота изображения при анализе степени дисперсности мощности диссипации энергии по вертикальному и горизонтальному направлениям для выборки валков.

**TABLE 3.** Correlation dependences of hardness on the number of pixels (in %) corresponded to the image rotation angles as a part of the analysis of the dispersion degree of the energy dissipation power along the vertical and horizontal directions of the rolls selection.

Угол поворота, $\beta$ , °	Свободный член		Коэффициент при параметре, характеризующем число пикселей, соответствующих углу $\beta$		Значимость параметра		Коэффициент корреляции, $r$		Степень анизотропии свойств, $\alpha$
	Вертикальное	Горизонтальное	Вертикальное	Горизонтальное	Вертикальное	Горизонтальное	Вертикальное	Горизонтальное	
-32	69,430755	66,621064	-2,941465	-1,833781	1,197	1,056	0,406	0,230	0,433
-38	69,233950	63,433719	-3,325540	0,929217	1,186	1,002	0,396	0,045	0,886
-41	68,535143	66,059318	-4,257343	-1,987516	1,163	1,066	0,374	0,249	0,334
-42	67,745431	69,644708	-11,933926	-12,288450	1,144	1,309	0,354	0,486	-0,373
-43	71,702749	67,009114	-2,951677	-1,997242	1,262	1,047	0,456	0,213	0,533
-44	69,751326	62,620986	-2,005248	0,690702	1,086	1,014	0,281	0,119	0,576
-45	63,000592	63,028466	0,115493	0,253221	1,004	1,006	0,066	0,079	-0,197
90	58,973727	61,219981	0,095308	0,038422	1,054	1,007	0,227	0,085	0,626
0	64,100646	64,161600	-1,229514	-1,519169	1,004	1,008	0,062	0,092	-0,484
22	72,508829	66,032602	-0,564600	-0,167257	1,100	1,015	0,302	0,123	0,593
31	66,857842	67,458687	-3,934508	-3,346114	1,083	1,082	0,276	0,275	0,004
37	68,215065	63,440135	-5,111365	0,653931	1,119	1,003	0,326	0,050	0,847
40	66,162088	63,845419	-4,292428	-3,802030	1,053	1,000	0,225	0,019	0,916
41	69,760891	67,899126	-3,659262	-3,098218	1,342	1,179	0,505	0,390	0,228
42	72,028110	66,729647	-5,051187	-1,569710	1,265	1,056	0,458	0,230	0,498
43	67,390620	62,148076	-0,779086	0,843944	1,049	1,029	0,217	0,169	0,221
44	61,983460	61,727593	0,305007	0,881082	1,021	1,028	0,144	0,165	-0,146

**ТАБЛИЦА 4.** Корреляционные зависимости твёрдости от числа пикселей (%), соответствующих грём углам поворота изображения при анализе степени дисперсности мощности диссипации энергии по вертикальному направлению для выборки валков.

**TABLE 4.** Correlation dependences of hardness on the number of pixels (in %) corresponded to three image rotation angles as a part of the analysis of the dispersion degree of the energy dissipation power along the vertical direction of the rolls selection.

Углы поворота, °			Свободный член			Коэффициент при параметре			Значимость параметра			$R_{\text{min}}$		
						Число пикселей (%) при угле поворота			Степени дисперсности				Число пикселей (%) при угле поворота	
1	2	3	1-го	2-го	3-го	1-го	2-го	3-го	1-го	2-го	3-го	1-го	2-го	3-го
-43	42	-2	-5,234909	-5,213370	7,687171	38,384274	0,075425	0,075425	3,287	2,711	3,039	1,059	0,748	
40	42	-2	-2,46076	-13,195977	4,213589	40,746358	-1,446496	-1,446496	2,825	1,557	3,490	1,167	0,770	
42	-2	8	-2,596212	4,731754	27,018998	-61,243767	-0,499777	-0,499777	1,685	2,071	2,653	1,362	0,764	
31	-2	0	-1,823505	11,310214	48,354781	-16,658701	0,813032	0,813032	3,20	4,197	6,666	1,038	0,744	
31	-2	0	-2,221345	10,705993	49,820342	-16,058754	0,340167	0,340167	3,03	4,451	6,350	1,076	0,749	
42	-6	2	-0,632585	3,580697	-77,479601	165,545455	-0,430184	-0,430184	1,369	15,662	13,778	1,122	0,747	
-43	42	-2	-5,722256	-5,328270	7,595257	39,561119	0,425273	0,425273	3,390	2,672	3,169	1,063	0,748	
-43	42	-2	-7,081380	-5,089066	7,766861	40,190756	0,310451	0,310451	3,206	2,768	3,264	1,115	0,751	

**ТАБЛИЦА 5.** Корреляционные зависимости твёрдости от числа пикселей (%), соответствующих грём углам поворота изображения при анализе степени дисперсности мощности диссипации энергии по горизонтальному направлению для выборки валков.

**TABLE 5.** Correlation dependences of hardness on the number of pixels (in %) corresponded to three image rotation angles as a part of the analysis of the dispersion degree of the energy dissipation power along the horizontal direction of the rolls selection.

Угол поворота, °			Свободный член	Коэффициент при параметре			Значимость параметра			$R_{\text{min}}$	
				Число пикселей (%) при угле поворота			Число пикселей (%) при угле поворота				
1	2	3	1-го	2-го	3-го	Степени дисперсности	1-го	2-го	3-го	Степени дисперсности	
-43	42	-2	-10,313782	8,617136	43,254473	0,339091	3,538	3,536	4,054	1,480	0,791
-43	42	-2	-4,794883	7,961612	33,605731	0,667120	3,446	2,824	2,553	1,031	0,746
-43	42	-2	-6,098752	8,476220	34,617724	0,347118	3,827	3,185	2,742	1,093	0,762
-43	42	-2	-18,185283	6,419142	35,281543	7,733845	3,036	2,938	3,798	1,821	0,854
-1	-2	3	-13,643661	36,541532	31,695304	2,529356	3,469	3,897	4,090	2,405	0,848
-43	42	-2	-8,632783	8,906389	38,524803	0,706323	4,03	3,458	3,198	1,143	0,767
-1	-2	3	-13,072752	36,842672	40,283044	3,019586	4,127	3,373	5,026	2,061	0,807
-43	42	-2	-17,080696	9,720114	44,849428	1,386274	3,70	4,903	4,972	2,286	0,831

В таблицах 4 и 5 приведены корреляционные зависимости твёрдости в зависимости от сочетаний 3-х углов поворота и соответствующей им степени дисперсности мощности диссипации энергии по вертикальному и горизонтальному направлениям.

Анализ полученных значений показывает, что корреляция между рассматриваемыми параметрами, по сравнению с однофакторным анализом, повысилась в среднем на  $\cong 5\%$ . Из сопоставления табл. 4 и 5 видно, что влияние степени дисперсности фаз в большей степени проявляется в горизонтальном направлении (в корреляционной зависимости все коэффициенты при степени дисперсности положительны, а также более высока значимость этого фактора и  $R_{\text{мн}}$ ). Коэффициенты множественной корреляции для вертикального и горизонтального направлений несколько различны, что связано с анизотропией свойств гетерогенного сплава при центробежном литье.

Установлено, что коэффициент корреляции наиболее низкий в областях, где углы поворота соответствуют  $44^\circ$ ,  $-45^\circ$  и  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  как по вертикальному, так и по горизонтальному направлениям, что связано с условиями направленного теплоотвода при кристаллизации отливки. При этом значимость степени дисперсности в первом варианте имеет близкие значения, а во втором (по горизонтали) — существенно изменяется при различных углах поворота.

Следует отметить, что хотя твёрдость сплава возрастает с повышением величины степени дисперсности, однако значимость этого параметра в обоих направлениях ниже, чем в случае углов поворота. Это свидетельствует о том, что дисперсность структурных составляющих не оказывает определяющего влияния на изменение уровня твёрдости сплава, хотя она заметно изменяет показания. Подобная оценка требует более детального анализа, включающего определение влияния других факторов, таких как изменение плотности дислокационной структуры по границам зёрен и субзёрен, роль которых была выявлена при радиационно-термическом упрочнении [8].

Из этого анализа следует, что метод центробежного литья прокатных валков из нетехнологичного высокохромистого сплава полностью не обеспечивает формирование однородной структуры и её дисперсности (проявляется по степени неоднородности), что наиболее характерно для горизонтального направления по отношению к отводу тепла при кристаллизации отливки.

В последующих работах представляется интересным провести моделирование на всем спектре поворотов и установить их взаимосвязь со всеми параметрами, входящими в состав  $M$ -троек, через которые можно с большей точностью оценить как неоднородность структурных составляющих, так и различный фазовый состав таких гетерогенных сплавов. Это особенно важно при создании новых технологических процессов производства, легирования, модифи-

цирования и упрочнения сплавов для деталей машиностроения и металлургического производства.

## 5. ВЫВОДЫ

В результате проведённых исследований по моделированию впервые была предложена новая комплексная методика оценки металлографических изображений при помощи разработанного метода оптикоматематического анализа, включающая использование новых оценочных параметров: *M*-троек, а также их инвариантного преобразования. Ввод их позволяет, изменяя и задавая определённые энергетические параметры (перестановкой и поворотом пикселей на исследуемом изображении), проводить моделирование изменения локальной неоднородности структурных составляющих задавая различные параметры технологических процессов (наплавки, термообработки, литья для регулируемой кристаллизации). Это также позволяет в 2 раза уменьшить число вариантов рассматриваемых значений, что значительно сокращает машинное время обработки.

Установлено, что между тремя углами поворотов, соответствующих каждой тройке, существует функциональная связь. Предложенный подход к оценке структурообразования делает возможным дальнейшее развитие исследований, которое будет включать в себя проведение моделирования во всем спектре углов поворота на изображениях для локального выявления особенностей формирования структуры и её изменчивости при поиске новых технологических процессов обработки и легирования. Это позволит установить наиболее тесную их взаимосвязь со всеми параметрами, входящими в состав *M*-троек, через которые можно оценить как неоднородность структурных составляющих, так и выявить различные структурные составляющие гетерогенных сплавов.

Используемый новый подход позволяет также наиболее точно оценивать влияние различных факторов на свойства материалов, в первую очередь, их твёрдость и микротвёрдость.

Установлено, что даже центробежное литье и быстрая кристаллизация рабочего слоя до 60 мм полностью не устраняют ликвационных явлений и неоднородность формирования структуры, связанной с направлением теплоотвода. Выявленный факт позволяет рекомендовать проводить измерения твёрдости на кольце бочки валка в поперечном направлении осей дендритов, где наблюдается наибольшая анизотропия свойств металла рабочего слоя.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Т. С. Скобло, Н. М. Воронцов, С. И. Рудюк, Н. А. Будагьянц,



- В. А. Воронина, *Прокатные валки из высокоуглеродистых сплавов* (Москва: Металлургия: 1994).
2. Union Electric Steel Corporation, <http://www.akersrolls.com>
  3. Kaida Roll Group, <http://www.kdroll.com>
  4. Marichal Ketin, <http://www.mkb.be>; SMS group, <https://www.sms-group.com>
  5. И. А. Балаклеец, П. П. Долгих, В. Я. Погорелов, В. С. Филиппов, А. В. Шамрин, А. А. Сирота, *Сталь*, **1**: 45 (2008).
  6. Т. С. Скобло, А. И. Сидашенко, Н. М. Александрова, Е. Л. Белкин, В. М. Власовец, О. Ю. Клочко, А. Д. Мартыненко, *Производство и применение прокатных валков: Справочник* (Ред. Т. С. Скобло) (Харьков: ЦД № 1: 2013), с. 572.
  7. Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, Е. Л. Белкин, А. И. Сидашенко, *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, **83**, № 5: 27 (2017).
  8. О. Ю. Клочко, *Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка*, вип. 183: 20 (2017).
  9. Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, Е. Л. Белкин, *Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів*, **8**: 193 (2017).
  10. T. Skoblo, O. Klochko, E. Belkin, and A. Sidashenko, *International Journal of Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, **2**, Iss. 3: 34 (2017).
  11. Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, Е. Л. Белкин, *Materialy VII Międz. Nauk.-Prakt. Konf. Europejska Nauka XXI Powiekq* (Przemysł: 2011), vol. **21**, p. 94.
  12. P. J. Roache, *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics* (Hermosa Beach, CA: Hermosa Pub.: 1998).
  13. Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, О. І. Сідашенко, Ю. Л. Белкін, *Спосіб виявлення неоднорідності фаз у високовуглецевих сплавах*: Патент України № 120043 (Опубл. 25.10.17, Бюл. № 20) (2017).
  14. Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, Е. Л. Белкин, А. И. Сидашенко, *Сталь*, **2**: 51 (2017).
  15. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, A. I. Sidashenko, and R. G. Sokolov, *Steel in Translation*, **43**, No. 9: 603 (2013).
  16. Т. С. Скобло, О. Ю. Клочко, Е. Л. Белкин, *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, **78**, № 6: 35 (2012).
  17. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, and E. L. Belkin, *Steel in Translation*, **42**, No 3: 261 (2012).
  18. T. S. Skoblo, E. N. Vishnyakova, N. M. Mozharova, and V. I. Gazov, *Metal Science and Heat Treatment*, **32**: 69 (1990).
  19. G. Bachman and L. Narici, *Functional Analysis* (Courier Corporation: 2012), p. 141.
  20. S. Banerjee and A. Roy, *Linear Algebra and Matrix Analysis for Statistics* (Boca Raton, Florida: CRC Press: 2014), p. 181.
  21. D. W. Mitchell, *The Mathematical Gazette*, **503**: 85: 273 (2001).

## REFERENCES

1. T. S. Skoblo, N. M. Vorontsov, S. I. Rudyuk, N. A. Budagyants, and V. A. Voronina, *Prokatnye Valki iz Vysokouglerodistykh Splavov* [Roller Rolls Made of High-Carbon Alloys] (Moscow: Metallurgiya: 1994) (in Russian).
2. Union Electric Steel Corporation, <http://www.akersrolls.com>
3. Kaida Roll Group, <http://www.kdroll.com>
4. Marichal Ketin, <http://www.mkb.be>; SMS group, <https://www.sms-group.com>

5. I. A. Balakleets, P. P. Dolgikh, V. Ya. Pogorelov, V. S. Filippov, A. V. Shamrin, and A. A. Sirota, *Stal'*, **1**: 45 (2008) (in Russian).
6. T. S. Skoblo, A. I. Sidashenko, N. M. Aleksandrova, E. L. Belkin, V. M. Vlasovets, O. Yu. Klochko, and A. D. Martynenko, *Proizvodstvo i Primenenie Prokatnykh Valkov: Spravochnik* (Ed. T. S. Skoblo) [Production and Use of Rolling-Mill Rolls] (Kharkov: CD No. 1: 2013), p. 572 (in Russian).
7. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, E. L. Belkin, and A. I. Sidashenko, *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov*, **83**, No. 5: 27 (2017) (in Russian).
8. O. Yu. Klochko, *Visnyk KhNTUSG im. P. Vasylenka*, Iss. 183: 20 (2017) (in Russian).
9. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, and E. L. Belkin, *Tekhnichnyy Servis Agropromyslovogo, Lisovogo ta Transportnogo Kompleksiv*, **8**: 193 (2017) (in Russian).
10. T. S. Skoblo, O. Klochko, E. Belkin, and A. Sidashenko, *International Journal of Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, **2**, Iss. 3: 34 (2017).
11. T. S. Skoblo, E. L. Belkin, and O. Yu. Klochko, *Materiały VII Międz. Nauk.-Prakt. Konf. Europejska Nauka XXI Powieką* (Przemysł: 2011), vol. **21**, p. 94 (in Russian).
12. P. J. Roache, *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics* (Hermosa Beach, CA: Hermosa Pub.: 1998).
13. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, O. I. Sidashenko, and E. L. Belkin, *Sposib Vyyavlennya Neodnorodnosti Faz u Vysokovugletsevykh Splavakh* [Method for Detecting Heterogeneity of Phases in High-Carbon Alloys]: Patent of Ukraine UA 120043 (Bulletin Izobret., Opubl. 25.10.17, No. 20) (2017) (in Ukrainian).
14. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, E. L. Belkin, and A. I. Sidashenko, *Stal'*, **2**: 51 (2017) (in Russian).
15. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, A. I. Sidashenko, and R. G. Sokolov, *Steel in Translation*, **43**, No. 9: 603 (2013).
16. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, and E. L. Belkin, *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov*, **78**, No. 6: 35 (2012) (in Russian).
17. T. S. Skoblo, O. Yu. Klochko, and E. L. Belkin, *Steel in Translation*, **42**, No. 3: 261 (2012).
18. T. S. Skoblo, E. N. Vishnyakova, N. M. Mozharova, and V. I. Gazov, *Metal Science and Heat Treatment*, **32**: 69 (1990).
19. G. Bachman and L. Narici, *Functional Analysis* (Courier Corporation: 2012), p. 141.
20. S. Banerjee and A. Roy, *Linear Algebra and Matrix Analysis for Statistics* (Boca Raton, Florida: CRC Press: 2014), p. 181.
21. D. W. Mitchell, *The Mathematical Gazette*, **503**: 85: 273 (2001).