питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-00.

Pavliuk Igor, assistant of the Department of Physical, Mathematical and Engineering Sciences, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-00.

Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук, проф. В.М. Михайловим.
Отримано 15.03.2016. ХДУХТ, Харків.

УДК 51-74:53.093:53.096

СУМІСНЕ ВИКОРИСТАННЯ R-ФУНКЦІЙ І ПРОЕКЦІЙНОГО МЕТОДУ В ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ СУШІННЯ

М.І. Погожих, М.С. Синєкоп, А.О. Пак, М.А. Чеканов

Запропоновано метод дослідження процесів тепломасообміну в капілярно-пористих тілах складної форми, який базується на застосуванні проекційного методу у формі Бубнова–Гальоркіна та конструктивних засобів теорії R-функцій. Побудована структура розв'язку дозволяє точно враховувати геометричну форму тіла та межові умови. Запропонована структурна модель дозволяє проводити числові експерименти з метою підвищення ефективності інтенсифікації процесів сушіння харчової сировини.

Ключові слова: *сушіння харчової сировини, тепломасообмін, R-функції, проекційний метод, система диференціальних рівнянь.*

СОВМЕСТНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ R-ФУНКЦИЙ И ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ СУШКИ

Н.И. Погожих, Н.С. Синекоп, А.О. Пак, Н.А. Чеканов

Предложен метод исследования процессов тепломассообмена в капиллярно-пористых телах сложной формы, основанный на применении проекционного метода в форме Бубнова–Галеркина и конструктивных средств теории R-функций. Построенная структура решения позволяет точно учитывать геометрическую форму тела и граничные условия. Предложенная структурная модель позволяет проводить численные эксперименты с целью повышения эффективности интенсификации процессов сушки пищевого сырья.

Ключевые слова: *сушка пищевого сырья, тепломассообмен, R-функции, проекционный метод, система дифференциальных уравнений.*

CONJOINT APPLYING OF R-FUNCTIONS AND PROJECTION METHODS IN PROBLEMS OF THE DRYING THEORY

M. Pogozhikh, M. Sinekop, A. Pak, M. Chekanov

To increase the efficiency intensification of drying of food raw materials the mathematical model of the process in the form of non-stationary partial differential equations with given initial and boundary conditions were proposed. Presence of the time component and the tendency to take into account the real spatial geometric form of capillary-porous bodies complicate the mathematical model of the problem. These difficulties overcome by the application of R-functions and projection Bubnov – Galerkin methods. The proposed form of solution of initial value problem precisely takes into account the body shape and geometric boundary conditions. The stage of obtaining numerical solutions solving the systems of ordinary differential equations with initial conditions which shaped by projection method came to an end.

The literature review under that topic shows that the solutions of only the bodies which use integral transformations (infinite plane, cylinder, sphere, rectangle) were researched in detail. The article is dedicated to the establishment of a rational modes of drying capillary-porous bodies through the construction physical and mathematical model using the projection method in Bubnov-Galerkin form and design tools of the theory of R-functions.

Thus the development of R-functions method with the use of projection Bubnov-Galerkin method was proposed. An approximate solution of the problem of distributing the temperature and moisture in a spatial capillary-porous body with boundary conditions of the third kind was obtained. The proposed algorithm can be used for the elucidation of the mechanism of heat transfer process during the dehydration of food raw materials.

Keywords: *food raw materials drying, heat and mass transfer, R-functions, projection method, differential equation system.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Із метою підвищення ефективності інтенсифікації процесів сушіння харчової сировини пропонується математична модель процесу у вигляді системи нестаціонарних рівнянь у частинних похідних із заданими початковими та межовими умовами. Наявність часової складової та прагнення враховувати реальні просторові геометричні форми капілярно-пористих тіл ускладнюють математичну модель задачі. Указані труднощі подолано сумісним використанням R-функцій і проекційного методу Бубнова – Гальоркіна. Запропонована форма розв'язку початково-крайової задачі точно враховує геометричну форму тіла та межові умови. Етап одержання числових розв'язків завершується розв'язанням системи звичайних диференціальних рівнянь з початковими умовами, що сформовані проекційним методом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Огляд літератури за зазначеною темою показує, що всебічно досліджені розв'язки задач лише для таких форм тіл, для яких використовуються інтегральні перетворення (необмежена пластина, циліндр, куля, прямокутник) [1–3]. У той же час такі практичні форми капілярно-пористих тіл, як півкуля (або інші частини кулі), зрізаний конус, полий циліндр скінченої довжини, похила призма та ін., не стають предметом аналітичних досліджень. Це зумовлено тим, що будь-який метод повиненураховувати як аналітичну, так і геометричну інформацію задачі [3; 4]. У роботі пропонується метод R-функцій [5; 6] для розв'язання задач тепломасопереносу. За допомогою цього методу будуються структури розв'язку початково-крайових задач, які точно враховують межові умови для області довільної форми та містять невизначені компоненти.

Мета статті – установлення раціональних режимів процесу сушіння капілярно-пористих тіл шляхом побудови фізико-математичної моделі із застосуванням проекційного методу у формі Бубнова – Гальоркіна та конструктивних засобів теорії R-функцій.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для пошуку невизначених компонент структур у роботі пропонується алгоритм, основу якого становить проекційний метод Бубнова – Гальоркіна. Розглянемо в просторі $Ox_1x_2x_3$ капілярно-пористе тіло Ω з межею $\partial\Omega$. В області Ω маємо безрозмірну систему рівнянь [7]:

$$\frac{\partial T(x,Fo)}{\partial Fo} = \left(1 + Ko^* PnLu\right)\Delta T - Ko^* Lu\Delta U \ ,$$

$$\frac{\partial U(x,Fo)}{\partial Fo} = Lu\Delta U - LuPn\Delta T \ . \tag{1}$$

За наступних межових (третього роду) і початкових умов:

$$\frac{\partial T(x,Fo)}{\partial n} + \beta_{11}T(x,Fo) + \beta_{12}U(x,Fo) = q_1, \quad x \in \partial\Omega \ ,$$

$$\frac{\partial U(x,Fo)}{\partial n} + \beta_{21}U(x,Fo) + \beta_{22}T(x,Fo) = q_2, \quad x \in \partial\Omega \ ,$$

$$T(x,Fo) = U(x,Fo) = 0, \quad Fo = 0 \ . \tag{2}$$

Відзначимо, що межові умови третього роду (2) враховують найбільш типовий вид залежності безрозмірного потоку від вологовмісту:

$$Ki_m = Bi_m\left(1-U\left(x, Fo\right)\right).$$

Рівності (1), (2) записані в безрозмірних величинах: $x=(x_1, x_2, x_3)$, $x_i = \frac{\overline{x}_i}{R}$ $(i=1,2,3)$, $Fo = \frac{a\overline{\tau}}{R^2}$, $\overline{\tau}\in[0, \overline{\tau}_0]$, $U = \frac{U_0-\overline{U}}{U_0}$, $T = \frac{\overline{T}-T_0}{T_0}$ (рискою відзначені розмірні величини); Δ – тривимірний оператор Лапласа; n – зовнішня нормаль до $\partial\Omega$; a – коефіцієнт температуропровідності; R – постійна, яка має розмірність довжини; U_0, T_0 – початкові вологовміст і температура; Fo – критерій Фур'є, Pn – критерій Поснова; Lu – критерій Ликова; Bi_q – тепловий критерій Біо; Bi_m – масообмінний критерій Біо; $Ki_m(Fo)$ – масообмінний критерій Кірпічова (залежний від критерію Фур'є Fo); $Ko^* = \varepsilon Ko$, ε – критерій фазового перетворення; Ko – критерій Косовича; $\beta_{11} = Bi_q$, $\beta_{12} = -(1-\varepsilon)Bi_m KoLu$, $\beta_{21} = (1-(1-\varepsilon)KoLuPn)Bi_m$, $\beta_{22} = PnBi_q$, $q_1 = Bi_q - (1-\varepsilon)KoLuBi_m$, $q_2 = PnBi_m + (1-(1-\varepsilon)KoLuPn)Bi_m$.

Побудуємо структурні формули для компонент $T(x, Fo)$, $U(x, Fo)$ нестаціонарної крайової задачі (1), (2) таким чином, щоб межові умови (2) задовольнялися точно. Нехай $\omega(x)=0$ – нормалізоване до першого порядку ($\left|\nabla\omega(x)\right|=1$) рівняння межі $\partial\Omega$ області Ω, яке будується за допомогою R-функцій. Умова нормалізованості лівої частини рівняння дозволяє записати диференціальний оператор:

$$D_1 = \frac{\partial\omega}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial\omega}{\partial x_3}\frac{\partial}{\partial x_3}, \tag{3}$$

який визначений в області Ω, а на $\partial\Omega$ збігається з похідною за напрямком нормалі $\partial/\partial n$. Коефіцієнти $\partial\omega/\partial x_i$ $(i=1,2,3)$ оператора (3) збігаються на $\partial\Omega$ з напрямними косинусами нормалі $\cos(n, x_i) = \left.\frac{\partial\omega}{\partial x_i}\right|_{\partial\Omega}$ $(i=1,2,3)$.

Для побудови функції $\omega(x)$ скористаємося R-операціями [5]:

$$x \wedge_0 y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ – R-кон'юнкція,}$$
$$x \vee_0 y = x + y + \sqrt{x^2 + y^2} \text{ – R-диз'юнкція,}$$
$$\bar{x} = -x \text{ – R-заперечення.}$$

Межові умови (2), які визначені на $\partial\Omega$, продовжимо в Ω за допомогою оператора D_1:

$$D_1 T + \beta_{11} T + \beta_{12} U = q_1 + \omega\xi_0, \; D_1 U + \beta_{21} U + \beta_{22} T = q_2 + \omega\eta_0. \quad (4)$$

Вирази (4) визначені в $\Omega \cup \partial\Omega$, а ξ_0, η_0 – довільні функції. Структуру розв'язку будемо представляти функціями:

$$T = \Phi_1 + \omega\Phi_2, \; U = \Psi_1 + \omega\Psi_2, \quad (5)$$

де Φ_i, Ψ_i ($i = 1, 2$) – довільні функції. Підставимо (5) в (4). З урахуванням формули $D_1\omega = 1 + O(\omega^2)$ та об'єднання довільних функцій, що містять множник ω, одержимо:

$$D_1\Phi_1 + \Phi_2 + \beta_{11}\Phi_1 + \beta_{12}\Psi_1 = q_1 + \omega\xi_1,$$

$$D_1\Psi_1 + \Psi_2 + \beta_{21}\Psi_1 + \beta_{22}\Phi_1 = q_2 + \omega\eta_1, \quad (6)$$

де ξ_1, η_1 – нові довільні функції. Виразимо Φ_2, Ψ_2 із (6) та підставимо в (5). Одержимо структуру розв'язку:

$$T(x, Fo) = \Phi_1 - \omega D_1\Phi_1 - \beta_{11}\omega\Phi_1 - \beta_{12}\omega\Psi_1 + \omega q_1,$$

$$U(x, Fo) = \Psi_1 - \omega D_1\Psi_1 - \beta_{21}\omega\Psi_1 - \beta_{22}\omega\Phi_1 + \omega q_2. \quad (7)$$

У формулах (7) $\Phi_1(x, Fo)$, $\Psi_1(x, Fo)$ – невизначені компоненти, незалежно від вибору яких межові умови (2) задовольняються точно. Свободою у виборі функцій Φ_1, Ψ_1 скористаємося для наближеного задовільнення системи диференціальних рівнянь (1) проекційним методом.

Невизначені компоненти $\Phi_1(x, Fo)$, $\Psi_1(x, Fo)$ структурних формул (7) будемо представляти розвиненням за елементами деяких повних систем функцій (наприклад, степеневих поліномів, сплайнів тощо):

$$\Phi_1(x, Fo) = \sum_{i=1}^{n_1} C_i^{(1)}(Fo)\varphi_i^{(1)}(x)\ ;\ \Psi_1(x, Fo) = \sum_{i=1}^{n_1} C_i^{(2)}(Fo)\varphi_i^{(2)}(x)\ . \quad (8)$$

Тут $C_i^{(1)}(Fo)$, $C_i^{(2)}(Fo)$ – коефіцієнти розвинень, які підлягають визначенню; $\varphi_i^{(1)}(x)$, $\varphi_i^{(2)}(x)$ – елементи повних систем функцій. Підставимо (8) в (7). Одержимо нове представлення структурних формул:

$$T(x, Fo) = T_0(x, Fo) + \sum_{i=1}^{n} C_i(Fo) T_i(x),$$

$$U(x, Fo) = U_0(x, Fo) + \sum_{i=1}^{n} C_i(Fo) U_i(x), \quad (9)$$

де $T_0(x, Fo) = \omega q_1$;

$T_i(x) = \varphi_i^{(1)}(x) - \omega D_1 \varphi_i^{(1)}(x) - \beta_{11}\omega\varphi_i^{(1)}(x) - \beta_{12}\omega\varphi_{i-n_1}^{(2)}(x)$;

$U_0(x, Fo) = \omega q_2$;

$U_i(x) = \varphi_{i-n_1}^{(2)}(x) - \omega D_1 \varphi_{i-n_1}^{(2)}(x) - \beta_{21}\omega\varphi_{i-n_1}^{(2)}(x) - \beta_{22}\omega\varphi_i^{(1)}(x)$;

$$C_i(Fo) = \begin{cases} C_i^{(1)}(Fo), & i \le n_1 \\ C_{i-n_1}^{(2)}(Fo), & i > n_1 \end{cases},\ n = 2n_1,\ i = \overline{1, n}.$$

Функції $U_0(x, Fo)$, $T_0(x, Fo)$ задовольняють неоднорідним межовим умовам (2), а послідовності $U_1(x), U_2(x), \ldots, T_1(x), T_2(x), \ldots$ – відповідним однорідним. Коефіцієнти $C_i(Fo)$ знаходимо проекційним методом у формі Бубнова–Гальоркіна. Для цього два рівняння системи (1) запишемо так:

$$\frac{\partial T(x, Fo)}{\partial Fo} - \mu_{11}\Delta T(x, Fo) + \mu_{12}\Delta U(x, Fo) = 0,$$

$$\frac{\partial U(x, Fo)}{\partial Fo} - \mu_{21}\Delta U(x, Fo) + \mu_{22}\Delta T(x, Fo) = 0, \quad (10)$$

де $\mu_{11} = 1 + Ko^{*} PnLu$, $\mu_{12} = 1 + Ko^{*} Lu$, $\mu_{21} = Lu$, $\mu_{22} = LuPn$.

Підставимо в (10) вирази для функцій $U(x, Fo)$, $T(x, Fo)$ із (9). Одержимо:

$$\frac{\partial T_0(x, Fo)}{\partial Fo} + \sum_{i=1}^{n} C_i^{/}(Fo) T_i(x) - \mu_{11}\left(\Delta T_0(x, Fo) + \sum_{i=1}^{n} C_i(Fo)\Delta T_i(x)\right) +$$

$$+ \mu_{12}\left(\Delta U_0(x, Fo) + \sum_{i=1}^{n} C_i(Fo)\Delta U_i(x)\right) = \delta_1\left(x, C_1(Fo), \ldots C_n(Fo)\right),$$

$$\frac{\partial U_0(x, Fo)}{\partial Fo} + \sum_{i=1}^{n} C_i^{/}(Fo) U_i(x) - \mu_{21}\left(\Delta U_0(x, Fo) + \sum_{i=1}^{n} C_i(Fo)\Delta U_i(x)\right) +$$

$$+ \mu_{22}\left(\Delta T_0(x, Fo) + \sum_{i=1}^{n} C_i(Fo)\Delta T_i(x)\right) = \delta_2\left(x, C_1(Fo), \ldots C_n(Fo)\right), \quad (11)$$

де δ_1, δ_2 – нев'язки.

Будемо вимагати, щоб нев'язка δ_1 була ортогональною до функцій $T_1(x), T_2(x), \ldots$, а нев'язка δ_2 була ортогональною до функцій $U_1(x), U_2(x), \ldots$.

Ця вимога призводить до такої системи диференціальних рівнянь першого порядку відносно коефіцієнтів $C_j(Fo)$, $j = \overline{1, n}$:

$$\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} C_j^{/}(Fo) + b_{ij} C_j(Fo)\right) = d_i, \; i = \overline{1, n}, \quad (12)$$

з відповідними початковими умовами. Початкові значення $C_1(0), C_2(0), \ldots, C_n(0)$ розраховуємо із початкових умов (2), як розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} C_j(0) = e_i, \; i = \overline{1, n}. \quad (13)$$

Коефіцієнти систем (12), (13) визначаються за формулами:

$$a_{ij} = \int_{\Omega} \left(T_j T_i + U_j U_i\right) d\Omega \,,$$

$$b_{ij} = \int_{\Omega} \left(\left(-\mu_{11}\Delta T_j + \mu_{12}\Delta U_j\right)T_i + \left(-\mu_{21}\Delta U_j + \mu_{22}\Delta T_j\right)U_i\right) d\Omega \,,$$

$$d_i = \int_{\Omega} \left(\left(-\frac{\partial T_0}{\partial Fo} + \mu_{11}\Delta T_0 - \mu_{12}\Delta U_0\right)T_i + \left(-\frac{\partial U_0}{\partial Fo} + \mu_{21}\Delta U_0 - \mu_{22}\Delta T_0\right)U_i\right) d\Omega,$$

$$e_i = -\int_{\Omega} \left(T_0(x,0)T_i(x) + U_0(x,0)U_i(x)\right) d\Omega \,.$$

Усі коефіцієнти систем (12), (13) розраховуються під час обчислення інтегралів по області Ω. Такі обчислення можна здійснювати з використанням квадратурних формул Гауса заданого порядку.

Висновки. Запропоновано розвиток методу R-функцій, який використовується сумісно з проекційним методом Бубнова–Гальоркіна. Отримано наближений розв’язок задачі про розподіл температури та вологовмісту в просторовому капілярно-пористому тілі за межових умов третього роду. Запропонований алгоритм можна використовувати для з’ясування механізму процесу теплообміну під час зневоднення вологої сировини.

Список джерел інформації / References

1. Kumar, A., Padmanabhan, S., Burla, R. (2008), "Implicit boundary method for finite element analysis using non-conforming mesh or grid", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 74 (9), pp. 1421-1447.

2. Демьянов В. Ф. О прямых методах решения вариационных задач / В. Ф. Демьянов, Г. Ш. Тамасян // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2010. – Т. 16, № 5. – С. 36 – 47.

Demyanov, V.F., Tamasyan, G.Sh. (2010), "About direct methods for solving variational problems" ["O pryamih metodah reshenya variacionnih zadach", *Trudi instituta matematiki i mehaniki*], *UrO RAN*, Vol. 16, No. 5, pp. 36-47.

3. Trefethen, Lloyd N. (2006), "Numerical Analysis", *Princeton Companion of Mathematics*, p. 20.

4. Dey, T.K., Goswami, S. (2004), "Provable surface reconstruction from noisy samples", *Proceedings of the twentieth annual symposium on computational geometry*, pp. 330-339.

5. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев : Наук. думка, 1982. – 552 с.

Rvachev, V.L. (1982), *Theory of R-functions and some of its applications* [*Teoriya R-funkciy i nekotoriye ee prilozheniya*], 552 p.

6. Shapiro, V. (2007), "Semi-analytic geometry with R-Functions", *Acta Numerica*, Vol. 16, pp. 239-303.

7. Лыков А. В. Теория тепло- и массопереноса / А. В. Лыков, Ю. А. Михайлов. – Москва ; Ленинград : Государственное энергетическое издательство, 1963. – 535 с.

Likov, A.V., Mihaylov, U.A. (1963), *The theory of heat and mass transfer* [*Teoriya teplo i massoperenosa*], 535 p.

Погожих Микола Іванович, д-р техн. наук, проф., зав. кафедри фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: m.pogozhikh@hduht.edu.ua.

Погожих Николай Иванович, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: m.pogozhikh@hduht.edu.ua.

Pogozhikh Micola, Doctor of Technical Sciences, professor, head of department of physical and mathematical and engineering-technical disciplines, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-86; e-mail: m.pogozhikh@hduht.edu.ua.

Синєкоп Микола Сергійович, д-р техн. наук, проф. кафедри фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: m.sinekop@hduht.edu.ua.

Синекоп Николай Сергеевич, д-р техн. наук, проф. кафедры физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: m.sinekop@hduht.edu.ua.

Sinekop Micola, Doctor of Technical Sciences, professor, professor of department of physical and mathematical and engineering-technical disciplines, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-86; e-mail: m.sinekop@hduht.edu.ua.

Пак Андрій Олегович, канд. техн. наук, доц. кафедри фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна. Тел. (057)349-45-86; e-mail: a.pak@hduht.edu.ua.

Пак Андрей Олегович, канд. техн. наук, доц. кафедры физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: a.pak@hduht.edu.ua.

Pak Andrey, Candidate of Technical Sciences, associate professor, associate professor of department of physical and mathematical and engineering-technical disciplines, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-86; e-mail: a.pak@hduht.edu.ua.

Чеканов Микола Анатолійович, канд. техн. наук, доц., доц. кафедри фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: chekanov_n@ukr.net.

Чеканов Николай Анатольевич, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-86; e-mail: chekanov_n@ukr.net.

Chekanov Micola, Candidate of Technical Sciences, associate professor, associate professor of department of physical and mathematical and engineering-technical disciplines, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-86; e-mail: chekanov_n@ukr.net.

Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук, проф. В.М. Михайловим.
Отримано 15.03.2016. ХДУХТ, Харків.

УДК 536.12

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЛІВ ТЕМПЕРАТУРИ ПІД ЧАС ТЕПЛООБМІНУ ДЛЯ ТІЛ СКІНЧЕННИХ РОЗМІРІВ

М.І. Погожих, Л.О. Пархоменко, Є.О. Іштван

Запропоновано математичну модель процесу теплообміну в тілі скінченних розмірів у вигляді нестаціонарного рівняння теплопровідності, початкових умов та основних типів межових умов. Проведено аналіз точного розв'язку рівняння для різних типів межових умов. Розглянуто чисельний приклад реалізації моделі та отримано умови для найкращої апроксимації точного розв'язку, що надається у вигляді ряду, першим членом розвинення, завдяки чому стає можливим визначення теплофізичних характеристик тіла.

Ключові слова: *процес теплообміну, рівняння теплопровідності, теплофізичні характеристики тіла.*

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ТЕПЛООБМЕНЕ ДЛЯ ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Н.И. Погожих, Л.А. Пархоменко, Е.А. Иштван

Предложена математическая модель процесса теплообмена в теле конечных размеров в виде нестационарного уравнения теплопроводности, начальных условий и основных типов краевых условий. Проведен анализ