



## До розрахунку і прогнозу температури пластового самонагрівання рослинної сировини

В.П. Ольшанський<sup>1</sup>, М.В. Сліпченко<sup>2</sup>, О.В. Ольшанський<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup> Харківський національний технічний університет сільського господарства  
імені Петра Василенка (м. Харків, Україна)

<sup>3</sup> Харківський державний університет харчування та торгівлі (м. Харків, Україна)

email: <sup>1</sup> OlshanskiyVP@gmail.com, <sup>2</sup> Slipchenko\_M@ukr.net

ORCID: <sup>1</sup> 0000-0003-1407-4476, <sup>2</sup> 000-0002-9728-661X

Одержано аналітичний розв'язок задачі нестационарної теплопровідності при пластовому самонагріванні рослинної сировини осередком без чіткої межі. Прийнято нормальний закон розподілу термоджерел в осередку, в припущенні, що центр осередку віддалений від торців силосу. Враховано тепловіддачу на бокові стінки силосу. Для побудови аналітичного розв'язку рівняння теплопровідності використано інтегральне косинус-перетворення. Невласні інтеграли і розподіл надлишкової температури в сировині виражено через інтеграл ймовірності, а потім за допомогою відомої апроксимації зведено до елементарних функцій. Показано, що приріст надлишкової температури сповільнюється в ході процесу самонагрівання. Для ідентифікації параметрів розподілу термоджерел в осередку побудовано графіки типу номограм. Показано їх використання для визначення цих параметрів за результатами вимірювань надлишкової температури в два моменти часу на початку процесу самонагрівання. Після проведення ідентифікації розрахункові формули, як узгоджені з експериментом, стають придатними для прогнозу розвитку температури сировини з плином часу в рамках вибраної теоретичної моделі. Наведено приклад ідентифікації параметрів осередку і прогнозу наростання температури. Викладений теоретико-експериментальний спосіб розрахунку зручний у практичній реалізації, бо не потребує складання спеціальних комп'ютерних програм, але обмежений варіантом локалізованих температурних полів, які можливі в рослинній сировині із-за слабкої її теплопровідності. Одержаний аналітичний розв'язок задачі нестационарної теплопровідності дає можливість не тільки розрахувати температуру пластового самонагрівання сировини з урахуванням тепловідводу на стійки силосу, а й ідентифікувати параметри осередку, що потрібно для прогнозу розвитку температури. Розв'язки зручні та не потребують спеціальних комп'ютерних програм, пов'язаних з розв'язуванням оберненої задачі теплопровідності, що відноситься до математично некоректних задач. Адекватність отриманих аналітичних залежностей підтверджена розрахунками.

**Ключові слова:** пластове самонагрівання рослинної сировини, пряма й обернена задачі нестационарної теплопровідності, косинус-перетворення, ідентифікація щільності термоджерел, прогноз розвитку температури.

**Вступ.** При зберіганні рослинної сировини за умов недотримання технології можливий процес самонагрівання. Це явище відбувається як з насінням зерновими так і технічними культур. Внаслідок цього явища відбуваються фізіологічні процеси, що призводять до втрати якості чи повного псування насіння, що зберігається. Крім того некерований процес самонагрівання олієвмісного (технічного) насіння може привести до виникнення відкритого вогню і пожежі. Таким чином є актуальною задачею з прогнозування і розрахунку температури пластового самонагрівання.

**Аналіз літературних даних та постановка проблеми.** При самонагріванні рослинної сировини погіршуються умови її зберігання і матеріал втрачає якість. Тому самонагрівання відносять до шкідливих явищ. Більш того, відомі випадки, коли воно було причиною пожеж на елеваторах [1]. Тоді самонагрівання стає небезпечним. Враховуючи ці фактори, вже тривалий час вивчають це явище з метою його запобігання або своєчасного припинення [2-4]. Для цього, крім розробки математичних моделей процесів, що супроводжують самонагрівання, створюють різні системи термо-

контролю сировини та аналізу складу газового середовища, яке межує з сировиною. Одним із основних наслідків самонагрівання є зміна у часі температурного поля сировини. Тому вже приділено багато уваги вивченню таких температурних полів. При цьому найбільш характерними є три варіанти локалізованих внутрішніх термоджерел або осередків самонагрівання. Це гніздові [5-7], пластові [8, 9] і стрижневі [10-12] осередки.

До найбільш шкідливих і пожежонебезпечних відносять пластові осередки [1]. Виходячи з цього, тут розглядаємо температурне поле, породжене пластивим осередком без чіткої межі, де розподіл термоджерел підпорядкований нормальному закону Гаусса. Такий розподіл розглядали в [1, 8], але на відміну від вказаних робіт, тут враховуємо тепловіддачу через стінки силосу. Для побудови аналітичного розв'язку задачі нестационарної теплопровідності використовуємо косинус-перетворення Фур'є. Цей метод описує локалізоване поле надлишкової температури сировини, коли осередок досить віддалений від торця силосу. Таке температурне поле можливе із за слабкої теплопровідності сировини [13]. Аналітична форма розв'язку прямої задачі теплопровідності зручна для розв'язування оберненої задачі по визначенню параметрів внутрішнього термоджерела та для проведення прогнозу розвитку температури самонагрівання з плином часу.

**Метою статті** є виведення формул розрахунку температури самонагрівання сировини, спричиненої пластивим осередком без чіткої межі, з урахуванням тепловідведення на стінки силосу. Додатково також ставиться задача ідентифікації параметрів осередку та прогнозу розвитку температури з використанням розробленої математичної моделі температурного поля.

**Викладення основного матеріалу.** Розподіл надлишкової температури  $T = T(x, t)$  в сировині по вісі силосу описуємо диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \alpha^2 T - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{q(x)}{\lambda F} H(t), \quad (1)$$

де  $x$  – локальна осьова координата з початком в центрі осередку;  $t$  – час;  $\alpha = \lambda/(\rho c)$  – коефіцієнт температуропровідності сировини;  $\lambda$  – коефіцієнт її теплопровідності;  $\rho$ ,  $c$  – відповідно питома маса і питома теплоємність сировини;  $F$  – площа поперечного перерізу;  $H(t)$  – одинична функція Хевісайда;  $\alpha^2 = h\chi(\lambda F)^{-1}$ ,  $h$  – коефіцієнт теплообміну;  $\chi$  – периметр поперечного перерізу силосу.

Погонну щільність термоджерел в осередку самонагрівання  $q(x)$  подаємо виразом:

$$q(x) = q_0 \exp\left(-\frac{x^2}{R^2}\right), \quad (2)$$

в якому  $q_0 = q(0)$  – максимальне значення щільності;  $R > 0$  – характеризує локалізацію термоджерел за координатою  $x$  (по вісі силосу).

Будуємо розв'язок рівняння (1) при початковій умові:

$$T(x, 0) = 0.$$

Для цього використовуємо інтегральне косинус-перетворення:

$$\bar{f}(s) = \int_0^\infty f(x) \cos(sx) dx;$$

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \bar{f}(s) \cos(sx) ds.$$

В просторі косинус зображень рівняння (1) має вигляд:

$$\frac{\partial \bar{T}(s, t)}{\partial t} + (\alpha^2 + s^2) \alpha \bar{T}(s, t) = \alpha \bar{q}(s), \quad (3)$$

де, з урахуванням (2):

$$\bar{q}(s) = \frac{q_0}{\lambda F} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x^2}{R^2}\right) \cos(sx) dx.$$

Цей інтеграл відноситься до табличних [14, с. 494]. Тому:

$$\bar{q}(s) = \frac{q_0 R}{2\lambda F} \sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{R^2 s^2}{4}\right). \quad (4)$$

Диференціальне рівняння (3) має розв'язок:

$$\bar{T}(s, t) = \frac{\bar{q}(s)}{s^2 + \alpha^2} [1 - \exp(-as^2 t)],$$

що з урахуванням (4) отримує форму:

$$\bar{T}(s, t) = \frac{q_0 R \sqrt{\pi}}{2\lambda F (s^2 + \alpha^2)} [1 - \exp(-as^2 t)] \exp\left(-\frac{R^2 s^2}{4}\right).$$

Зворотнім перетворенням образу  $\bar{T}(s, t)$ , одержуємо оригінал:

$$T(x, t) = \frac{q_0 R}{\lambda F \sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{1}{s^2 + \alpha^2} [1 - \exp(-as^2 t)] \times \exp\left(-\frac{R^2 s^2}{4}\right) \cos(sx) ds.$$

Із нього для розрахунку максимальної температури в центрі осередку ( $x = 0$ ) впливає формула:

$$T(0, t) = \frac{q_0 R}{\lambda F \sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{1}{s^2 + \alpha^2} \times \left\{ \exp\left(-\frac{R^2 s^2}{4}\right) - \exp\left[-s^2 \left(at + \frac{R^2}{4}\right)\right] \right\} ds.$$

Цей невласний інтеграл можна виразити через затабульовані функції. Дійсно, враховуючи табличні інтеграли [14, с. 352], отримуємо:

$$T(0, t) = \frac{q_0 R \sqrt{\pi}}{2 \lambda F \alpha} \left\{ \exp\left(\frac{\alpha^2 R^2}{4}\right) \times \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\alpha R}{2}\right) \right] - \exp\left[\alpha^2 \left(\frac{R^2}{4} + at\right)\right] \times \left[ 1 - \Phi\left(\alpha \sqrt{\frac{R^2}{4} + at}\right) \right] \right\}. \quad (6)$$

Тут  $\Phi(z)$  – інтеграл ймовірності, таблиці якого є [15, 16] та інших виданнях із спеціальних функцій.

Якщо  $\alpha \rightarrow 0$ , то в (6) виникає невизначеність виду  $\left| \frac{0}{0} \right|$ . Розкривши її за правилом Лопітала, знаходимо при  $\alpha = 0$ :

$$T(0, t) = \frac{q_0 R}{\lambda F} \left( \sqrt{\frac{R^2}{4} + at} - \frac{R}{2} \right). \quad (7)$$

Тут враховано, що:

$$\frac{d}{dz} \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2).$$

Зазначимо, що раніше формула (7) була виведена в [8], де розглядали пластове самонагрівання сировини без урахування тепловідведення на стінки силосу.

У разі відсутності таблиць інтеграл ймовірності в (6), з похибкою меншою  $10^{-4}$ , можна обчислювати за допомогою наближеної формули [16]:

$$\Phi(z) = 1 - (a_1 \xi + a_2 \xi^2 + a_3 \xi^3) \times \exp(-z^2), \quad (z \geq 0), \quad (8)$$

де  $a_1 = 0,348024$ ;  $a_2 = -0,095879$ ;  $a_3 = 0,747856$ ,

$$\xi = \frac{1}{1 + 0,47047 \cdot z}.$$

Після підстановки (8) в (6), одержуємо:

$$T(0, t) \approx \frac{q_0 R \sqrt{\pi}}{2 \lambda F \alpha} [a_1(\beta - \zeta) + a_2(\beta^2 - \zeta^2) + a_3(\beta^3 - \zeta^3)]. \quad (9)$$

Тут

$$\beta = \frac{2}{2 + 0,47047(\alpha R)}; \quad \zeta = \frac{2}{2 + 0,47047(\alpha \sqrt{R^2 + 4at})}.$$

Таким чином, розрахунок максимальної температури в центрі осередку самонагрівання зводиться до обчислень елементарних функцій.

Інтеграл (5), що описує розподіл температур по висі силосу, теж виражається через інтеграл ймовірності. Враховуючи дані в довіднику [17, с. 453], одержуємо:

$$T(x, t) = \frac{q_0 R \sqrt{\pi}}{4 \lambda F \alpha} \left\{ \exp\left(\frac{\alpha^2 R^2}{4}\right) \times \left[ 2 \operatorname{ch}(\alpha x) - \exp(-\alpha x) \Phi\left(\frac{\alpha R}{2} - \frac{x}{R}\right) - \exp(\alpha x) \Phi\left(\frac{\alpha R}{2} + \frac{x}{R}\right) \right] - \exp\left[\alpha^2 \left(\frac{R^2}{4} + at\right)\right] \times \left[ 2 \operatorname{ch}(\alpha x) - \exp(-\alpha x) \times \Phi\left(\alpha \sqrt{\frac{R^2}{4} + at} - \frac{x}{\sqrt{R^2 + at}}\right) - \exp(\alpha x) \Phi\left(\alpha \sqrt{\frac{R^2}{4} + at} + \frac{x}{\sqrt{R^2 + at}}\right) \right] \right\}. \quad (10)$$

При  $t \rightarrow \infty$  ця формула співпадає з виведеною в [12], де розглядали стаціонарні температурні поля самонагрівання сировини.

Як окремий випадок при  $x = 0$  із (10) впливає формула (6).

Апроксимація (8) годиться і для обчислень  $T(x, t)$ , але треба при цьому врахувати, що  $\Phi(-z) = -\Phi(z)$ .

З метою перевірки адекватності теоретичних результатів розглянемо приклад. Сировиною беремо трав'яну муку, в якій [1]:  $\lambda = 0,09$  Вт/(м·К);  $\rho c = 8,5 \cdot 10^5$  Дж/(м<sup>3</sup>·К). Додатково задаємо:  $\frac{q_0}{F} = 50$  Вт/м<sup>2</sup>;  $F = 9\pi$  м<sup>2</sup>;  $\chi = 6\pi$  м (радіус силосу 3 м);  $h = 0,8$  Вт/м<sup>2</sup>·К;  $R = 0,5$  м. Для таких вхідних даних:  $\alpha = 2,4343$  м<sup>-1</sup>;  $\alpha R = 1,2172$ . Обчислені за формулою (9) значення  $T(0, t)$  записано в табл. 1.

Таблиця 1. Значення  $T(0, t)$  при різних  $t$

$t$ , діб	5	10	30	50	100	200
$T(0, t)$ °C	7,61	12,53	23,00	28,24	34,86	40,40

Як бачимо, в процесі самонагрівання сповільнюється приріст надлишкової температури.

Для практичної реалізації виведених розрахункових формул, крім теплофізичних характеристик сировини та характеристик силосу, потрібні значення  $q_0$  і  $R$ . Їх доводиться ідентифікувати за результатами вимірювань надлишкової температури на початку самонагрівання. Розглянемо процедуру визначення характеристик осередку, коли відомі  $T_1 = T(0, t_1)$  і  $T_2(0, t_2)$ , виміряні відповідно при  $t = t_1$  і  $t = t_2$  від початку процесу самонагрівання. Згідно з (9), відношення цих температур не залежить від  $q_0$ , бо:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1} = \frac{a_1(\beta - \zeta_2) + a_2(\beta^2 - \zeta_2^2) + a_3(\beta^3 - \zeta_2^3)}{a_1(\beta - \zeta_1) + a_2(\beta^2 - \zeta_1^2) + a_3(\beta^3 - \zeta_1^3)} \quad (11)$$

Тут

$$\zeta_j = \frac{2}{2 + 0,47047(\alpha\sqrt{R^2 + 4at_j})}, \quad j = \overline{1,2}.$$

Невідоме  $\alpha R$ , що входить у рівняння (11), можна знаходити чисельними методами. Але для спрощення процедури ідентифікації далі пропонуємо наближене визначення  $\alpha R$  за допомогою графіків на рис. 1 або на рис. 2.

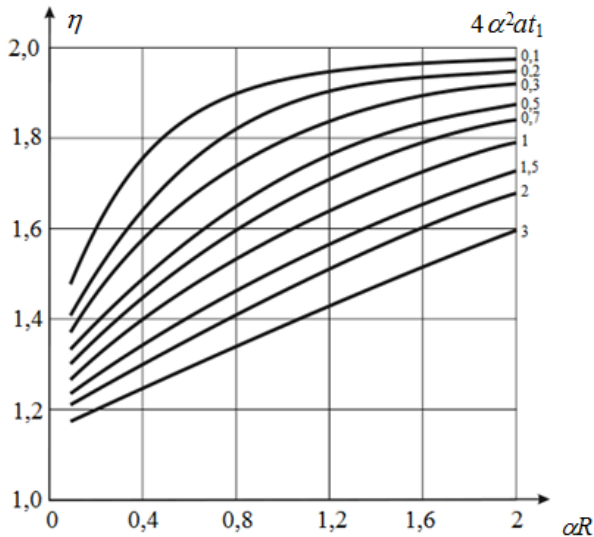


Рис. 1. Залежності  $\eta$  від  $\alpha R$  при  $\frac{t_2}{t_1} = 2$

Графічний спосіб накладає обмеження на час вимірювання температур, бо потрібно, щоб  $\frac{t_2}{t_1} = 2$  або  $\frac{t_2}{t_1} = 3$ . В разі потреби, визначене графічно  $\alpha R$  можна уточнити чисельними методами, як корінь рівняння (11).

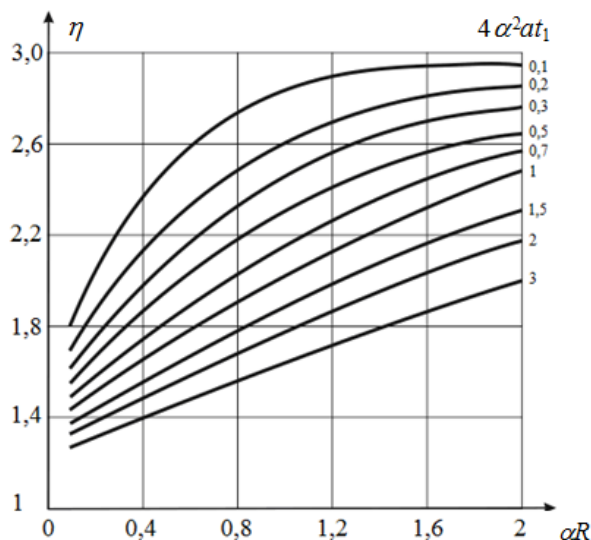


Рис. 2. Залежності  $\eta$  від  $\alpha R$  при  $\frac{t_2}{t_1} = 3$

Після визначення  $\alpha R$ , далі потрібно обчислити  $\frac{q_0}{F}$  за формулою:

$$\frac{q_0}{F} = \frac{T_2 \cdot 2\lambda\alpha}{R\sqrt{\pi}} [a_1(\beta - \zeta_2) + a_2(\beta^2 - \zeta_2^2) + a_3(\beta^3 - \zeta_2^3)]^{-1}. \quad (12)$$

В результаті проведення ідентифікації формула (9) стає узгодженою з експериментом і придатною для прогнозу розвитку температури в центрі осередку самонагрівання.

**Приклад.** Зберігаємо вказані вище числові дані, крім  $\frac{q_0}{F}$  і  $R$ , які вважаємо невідомими. Припустимо, що за результатами експерименту при  $t_1 = 5$  діб  $T_1 = 7,61^\circ\text{C}$ , а при  $t_2 = 10$  діб  $T_2 = 12,53^\circ\text{C}$ . Тоді  $\eta = 1,65$ ;  $4\alpha^2 t_1 = 1,084 \approx 1$ . На відповідному графіку на рис. 1 вказаному  $\eta$  відповідає  $\alpha R \approx 1,2$ . Звідки  $R \approx 0,493$  м, замість  $R = 0,5$  м, яке використовували для обчислення задіяних значень  $T_1$  і  $T_2$ , що в табл. 1. Підставивши  $R = 0,493$  м і інші числові дані в формулу (12) одержуємо  $\frac{q_0}{F} = 49,803$  Вт/м<sup>3</sup>, що мало відрізняється від точного значення  $\frac{q_0}{F} = 50$  Вт/м<sup>3</sup>. Задавши в (9)  $\frac{q_0}{F} = 49,803$  Вт/м<sup>3</sup>,  $R = 0,493$  м та інші числові дані проводимо прогноз розвитку температури в центрі осередку. Отримані результати заносимо в табл. 2.

Таблиця 2. Результати прогнозу розвитку температури

$t$ , діб	5	10	30	50	100	200
$T(0, t)$ °C	7,62	12,5	22,9	28,0	34,5	40,0
	8	29	04	76	97	52

Значення температур в табл. 1 і табл. 2 при  $t = 5$  і  $t = 10$  діб близькі, що підтверджує правильність проведення ідентифікації параметрів осередку. Малі розбіжності маємо і в результаті прогнозу розвитку температури при більших  $t$ .

**Висновки.** Одержаний аналітичний розв'язок задачі нестационарної теплопровідності дає можливість не тільки розрахувати температуру пластового самонагрівання сировини з урахуванням теплопроводу на стійки силосу, а й ідентифікувати параметри осередку, що потрібно для прогнозу розвитку температури. Розв'язки зручні в практичній реалізації теоретико-експериментального методу розрахунку. Вони не потребують спеціальних комп'ютерних програм, пов'язаних з розв'язуванням оберненої задачі теплопровідності, що відноситься до математично некоректних задач. Розрахунки підтвердили адекватність аналітичних результатів.

### Література:

1. Вогман Л.П., Горшков В.И., Дегтярев А.Г. Пожарная безопасность элеваторов. Москва : Стройиздат, 1993. 288 с.
2. Соколов Д.Н. Оценка возможности самовозгорания зерна в силосах элеватора. Инновационные технологии производства и хранения материальных ценностей для государственных нужд. 2017. № 7. С. 284-287.
3. Сухарева А.Р., Шуханов С.Н. Состояние вопроса самонагревания хлебной массы в скирдах. Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2018. № 3 (71). С. 165-168.
4. Орликова В.П., Волинец В.В. Изучение очагового самовозгорания органических веществ. Пожарная безопасность : Проблемы, пути совершенствования. 2019. № 2 (3). С. 169-177.
5. Ларин А.Н., Ольшанский В.П., Тригуб В.В. Задачи нестационарной теплопроводности при самонагревании сырья гнездовыми очагами. Харьков : ХНАДУ, 2003. 160 с.
6. Olshanskii V.P. Temperature field of cluster self-heating of bank in a silo. Combustion, Explosion and Shock waves. 2002. V. 38. № 6. P. 728-732. doi.org/10.1023/A:1021160832182
7. Ольшанский В.П., Тригуб В.В. К расчету температуры самонагревания растительного сырья гнездовым сферическим очагом. Вестник ХГПУ. Новые решения в современных технологиях. 2000. Вып. 118. С. 43-45.
8. Ерёмченко С.А., Ольшанский В.П. Задачи нестационарной теплопроводности при самонагревании сырья пластовыми очагами. Харьков : ХНАДУ, 2003. 164 с.
9. Olshanskii V.P. Temperature field of bedded self-heating of bank in a silo. Combustion, Explosion and Shock waves. 2001. V. 37. № 6. P. 53-56. doi.org/10.1023/A:1002816725317
10. Абрамов Ю.А., Киричкин А.Ю., Откидач Д.Н. Математическая модель теплового поля зерновой насыпи. Пожаровзрывобезопасность. 1999. № 2. С. 25-29.
11. Абрамов Ю.А., Киричкин А.Ю. Математические модели тепловых полей насыпи растительного сырья с учетом температуры окружающей среды. Пожаровзрывобезопасность. 2000. № 3. С. 21-27.
12. Криса И.А., Ольшанский В.П. Стационарные температурные поля при самонагревании растительного сырья (их расчет и реконструкция). Киев : Пожінформтехніка, 2003. 296 с.
13. Тригуб В.В. Идентификация параметров гнездового очага при самонагревании растительного сырья. Проблемы пожарной безопасности. Сб. науч. тр. АПБУ. Вып. 10. 2001. С. 187-190.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва : Физматлит, 1962. 1100 с.

15 Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Москва : Наука, 1977. 344 с.

16. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами). Москва : Наука, 1979. 832 с.

17. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. Москва : Наука, 1981. 800 с.

### References:

1. Vogman, L.P., Gorshkov, V.I., & Degtyarev, A.G. (1993). Fire safety of elevators. Moskva: Stroyizdat.
2. Sokolov D.N. (2017). Otsenka vozmozhnosti samovozgoraniya zerna v silosakh elevatora. Innovatsionnyye tekhnologii proizvodstva i khraneniya material'nykh tsennostey dlya gosudarstvennykh nu-zhd. 7, 284-287.
3. Sukhareva, A.R., & Shukhanov, S.N. (2018). Sostoyaniye voprosa samonagrevaniya khlebnoy massy v skirdakh. Izvesniya Orenburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 3 (71), 165-168.
4. Orlikova, V.P., & Volynets, V.V. (2019) Izucheniye ochagovogo samovozgoraniya organicheskikh veshchestv. Pozharnaya bezopasnost' : Problemy, puti sovershenstvovaniya. 2 (3), 169-177.
5. Larin, A.N., Olshanskiy V.P., & Trigub, V.V. (2003). Zadachi nestatsionarnoy teploprovodnosti pri samonagrevanii syr'ya gnezdovymi ochagami. Kharkov: KhNADU
6. Olshanskii, V.P. (2002). Temperature field of cluster self-heating of bank in a silo. Combustion, Explosion and Shock waves. 38, 6, 728-732. doi.org/10.1023/A:1021160832182
7. Olshanskiy, V.P., & Trigub, V.V. (2000). K raschetu temperatury samonagrevaniya rastitel'nogo syr'ya gnezdovym sfericheskim ochagom. Vestnik KhGPU. Novyye resheniya v sovremennykh tekhnologiyakh. 118, 43-45.
8. Yeromenko, S.A., & Olshanskiy, V.P. (2003). Zadachi nestatsionarnoy teploprovodnosti pri samonagrevanii syr'ya plastovymi ochagami. Kharkov : KHNADU.
9. Olshanskii, V.P. (2001). Temperature field of bedded self-heating of bank in a silo. Combustion, Explosion and Shock waves. 37, 6, 53-56. doi.org/10.1023/A:1002816725317
10. Abramov, Yu.A., Kirichkin, A.Yu., & Otkidach, D.N. (1999). Matematicheskaya model teplovogo polya zernovoy nasypi. Pozharovzryvobezopasnost'. 2, 25.
11. Abramov, Yu.A., & Kirochkin, A.Yu. (2000). Matematicheskie modeli teplovyh poley nasypi rastitel'nogo syr'ya s uchetom temperatury okruzhayushchey sredy. Pozharovzryvobezopasnost'. 2000. 3, 21-27.

12. Krisa, I.A., & Olshanskiy, V.P. (2003). Statsionarnyye temperaturnyye polya pri samonagrevanii rastitelnogo syr'ya (ikh raschet i rekonstruktsiya). Kiev : Pozhinformtekhnika.

13. Trigub, V.V. (2001). Identifikatsiya parametrov gnezdovogo ochaga pri samonagrevanii rastitelnogo syr'ya. Problemy pozharnoy bezopasnosti. Sb. nauch. tr. APBU. 10, 187-190

14. Gradshteyn, I.S., & Ryzhik, I.M. (1962). Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy. Moskva : Fizmatlit.

15. Yanke, Ye., Emde, F., & Lesh, F. (1977). Spetsialnyye funktsii. Moskva : Nauka, 1977. 344 s. Yanke E., Emde F., Lesh F. Special functions. Moscow: Nauka.

16. Abramovits, M., & Stigan, I. (1979). Spravochnik po spetsialnym funktsiyakh (s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami). Moskva : Nauka.

17. Prudnikov, A.P., Brychkov, Yu.A., & Marichev, O.I. (1981). Integraly i ryady. Elementarnyye funktsii. Moskva : Nauka.

## Аннотация

### К расчету и прогнозу температуры пластового самонагревания растительного сырья

В.П. Ольшанский, М.В. Слипченко, О.В. Ольшанский

Получено аналитическое решение задачи нестационарной теплопроводности при пластовом самонагревании растительного сырья очагом без четкой границы. Принят нормальный закон распределения термоисточников в очаге, в предположении, что центр очага удален от торцов силоса. Учтено теплоотдачу на боковые стенки силоса. Для построения аналитического решения уравнения теплопроводности использовано интегральное косинус-преобразование. Несобственные интегралы и распределение избыточной температуры в сырье выражено через интеграл вероятности, а затем с помощью известной аппроксимации сведено к элементарным функциям. Показано, что прирост избыточной температуры замедляется в ходе процесса самонагревания. Для идентификации параметров распределения термоисточников в очаге построено графики типа номограмм. Показано их использование для определения этих параметров по результатам измерения избыточной температуры в два момента времени в начале процесса самонагревания. После проведения идентификации расчетные формулы, как согласованные с экспериментом, станут пригодными для прогноза развития температуры сырья с течением времени в рамках выбранной теоретической модели. Приведен пример идентификации параметров очага и прогноза нарастания температуры. Изложенный теоретико-экспериментальный способ расчета удобен в практической реализации, так как не требует составления специальных компьютерных программ, но ограничен вариантом локализованных температурных полей, которые возможны в растительном сырье из-за слабой его теплопроводности. Полученное аналитическое решение задачи нестационарной теплопроводности дает возможность не только рассчитать температуру пластового самонагревания сырья с учетом теплоотвода на стойки силоса, но и идентифицировать параметры очага, что нужно для прогноза развития температуры. Решения удобны и не требуют специальных компьютерных программ, связанных с решением обратной задачи теплопроводности, которые относятся к математически некорректным задачам. Адекватность полученных аналитических зависимостей подтверждена расчетами.

**Ключевые слова:** *пластовое самонагревание растительного сырья, прямая и обратная задачи нестационарной теплопроводности, косинус-преобразование, идентификация плотности термоисточников, прогноз развития температуры.*

## Abstract

### To calculation and forecast of the temperature of formation self-heating of plant raw materials

V.P. Olshanskiy, M.V. Slipchenko, O.V. Olshanskiy

An analytical solution to the problem of non-stationary thermal conductivity in the formation of self-heating of plant raw materials by a focus without a clear boundary is obtained. A normal distribution law of thermal sources in the hearth is adopted, under the assumption that the center of the cell is remote from the ends of the silo. Heat transfer to the side walls of the silo is taken into account. An integral cosine transform is used to construct an analytical solution to the heat equation. Improper integrals and the distribution of excess temperature in the raw material are expressed through the integral of probability, and then, using a known approximation, reduced to elementary functions. It is shown that the increase in excess temperature slows down during the self-heating process. To identify the parameters of the distribution of thermal sources in the hearth, graphs of the type of nomograms were built. Their use is shown to determine these parameters from the results

of measuring the excess temperature at two points in time at the beginning of the self-heating process. After identification, the calculation formulas, as consistent with the experiment, become suitable for predicting the development of the temperature of raw materials over time within the framework of the chosen theoretical model. An example of identification of the source parameters and the forecast of the temperature rise is given. The stated theoretical and experimental method of calculation is convenient in practical implementation, since it does not require the compilation of special computer programs, but is limited to the variant of localized temperature fields that are possible in plant raw materials due to its weak thermal conductivity. The obtained analytical solution to the problem of non-stationary thermal conductivity makes it possible not only to calculate the temperature of self-heating of the reservoir, taking into account heat transfer to the silo racks, but also to identify the parameters of the source, which is necessary to predict the development of temperature. The solutions are convenient and do not require special computer programs associated with solving the inverse problem of heat conduction, which are mathematically incorrect problems. The adequacy of the obtained analytical dependences is confirmed by calculations.

**Keywords:** *reservoir self-heating of plant raw materials, direct and inverse problems of non-stationary thermal conductivity, cosine transformation, identification of the density of thermal sources, forecast of temperature development.*

---

**Бібліографічне посилання/ Bibliography citation: Harvard**

Olshanskiy, V. P., Slipchenko, M. V. and Olshanskiy, O. V. (2021) 'To calculation and forecast of the temperature of formation self-heating of plant raw materials', *Engineering of nature management*, (3(21)), pp. 66 - 72.

---

*Подано до редакції / Received: 06.04.2021*