КІНЕМАТИКА І ДИНАМІКА КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ

Сіренко Ю.В.
Науковий керівник – к.т.н., доцент Довжик М.Я.
Сумський національний аграрний університет
40021, суми, вул. Г. Кондратьєва 160,
Кафедра «трактори та сільськогосподарські машини»,
Тел. (066)257-39-79, e-mail: luma_2013@ukr.net

Питання криволінійного руху машин розглядалося в роботах В. І. Поддубного, В. Я. Аніловича, Ю. Т. Водолажченка, С. М. Григорьєва і багатьох інших авторів. Майже всі автори робіт, пов'язані з вивченням криволінійного руху, досліджують його з використанням рівнянь Лагранжа 2 роду, рівнянь Д'Ламбера, а спроби інтегрування цих рівнянь зустрічаються рідко, і не доводяться до остаточних рішень. Для отримання рівняння траєкторії в параметричній формі запишемо координати центра мас у довільній системі координат: $x=\int \upsilon_x dt=\int \upsilon cos(\varphi+\alpha)dt$, $y=\int \upsilon_y dt=\int \upsilon sin(\varphi+\alpha)dt$ (1)

Складність вирішення цієї задачі – під інтегралом знаходяться 4 незалежні змінні величини $\upsilon, \varphi, \alpha, t$. Виразивши диференціал dt через диференціал $d\varphi$. Вводимо поняття k – коефіціцєнт інтенсивності зміни курсового кута α для того щоб виразити кут α через φ. Прийняли найпростіший варіант – лінійну залежність від φ: $\alpha=\alpha_o+k\varphi$, де α_o - початкове значення курсового кута. Якщо підставити (2) в (1) то рівняння приймають вигляд:

$$x=\ell\int\frac{cos[\alpha_o+(1+k)\varphi]}{k\varphi+\alpha_o}d\varphi,\quad y=\ell\int\frac{sin[\alpha_o+(1+k)\varphi]}{k\varphi+\alpha_o}d\varphi, \tag{2}$$

Ці рівняння рішення не мають, тому підінтегральні функції *sin* і *cos* треба розкласти в ряди Маклорена (для *sin* – перші два члена, а для *cos* - один), в результаті отримаємо: $x=\ell\int\frac{1-\frac{1}{2}[\alpha_o+(1+k)\varphi]^2}{k\varphi+\alpha_o}d\varphi$; $y=\ell\int\frac{\alpha_o+(1+k)\varphi}{k\varphi+\alpha_o}d\varphi$.

Після інтегрування та визначення постійних отримаємо кінцеві рівняння координат x та y:

$$\begin{gathered}x=\ell\left[-\frac{(1+k)^2}{4k}\varphi^2+\frac{\alpha_o(1-k^2)}{2k^2}\varphi-\frac{\left(\alpha_o^2-2k^2\right)}{2k^3}\ell n\left|1+\frac{k}{\alpha_o}\varphi\right|\right];\\ y=\ell\left[\frac{(1+k)}{k}\varphi-\frac{\alpha_o}{k}\ell n\left|1+\frac{k}{\alpha_o}\varphi\right|\right]\end{gathered} \tag{5}$$

Таким чином отримані параметричні рівняння траєкторії в функції кута поворота φ дійсно являються універсальними рівняннями, які показують що траєкторія руху не залежить від швидкості. Швидкість руху впливає опосредньо, наприклад, через явище відведення коліс.