Експериментальні значення, наведені в роботі [6], мають такі значення:

$$d = 2 \text{ мкм}; \eta_i = 70\%; d = 10 \text{ м}; \eta = 98\%.$$

Порівняння експериментів з теорією дало наступні значення коефіцієнтів кореляції: K_1=0,0015; K_2=1,23.

Висновки. Запропоновані теоретичні рівняння розрахунку конічних циклонних пиловловлювачів, які надають можливість враховувати вплив основних технологічних і геометричних параметрів на фракційну ефективність апаратів. Порівнянням залежностей з експериментальними даними дозволяє одержати об'єктивні показники ефективності.

Список літератури

1. Очистка промышленных газов от пыли [Текст] / В. М. Улов [и др.]. – М. : Химия, 1981. – С. 392.

2. Справочник по пыле- и золоулавливанию [Текст] / М. М. Биргер [и др.]. – М. : Энергоиздат, 1983. – С. 312.

3. Юхиминко, Н. П. Оптимальное проектирование конических циклонных пылеуловителей [Текст] / Н. П. Юхиминко, А. Р. Якуба // Институт механики и машиностроения. – 2003. – № 1. – С. 321.

4. Якуба, А. Р. Структура потоков в конических вихревых аппаратах [Текст] / А. Р. Якуба // Химическое машиностроение. – 1992. – С. 58–68.

5. Якуба, А. Р. Фракционная эффективность конических аппаратов с закрученными потоками [Текст] / А. Р. Якуба // Гидравлические машины. – 1994. – С. 269–280.

6. Пирунов, А. М. Обеспыливание воздуха [Текст] / А. М. Пирунов. – М. : Стройиздат, 1981. – С. 296.

Отримано 15.03.2009. ХДУХТ, Харків.

УДК 539.3

М.С. Синєкоп, д-р техн. наук, проф.
Л.О. Пархоменко, асист.

РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРІВ

Розглянуто задачу теорії пружності про розрахунок власних коливань пружного циліндра скінченної довжини. Її розв'язання здійснюється сумісним застосуванням методу R-функцій і варіаційного, що дозволяє звести вихідну задачу до задачі на власні значення.

Рассматривается задача теории упругости о расчете собственных колебаний упругого цилиндра конечной длины. Ее решение осуществляется совместным использованием метода R-функций и вариационного, что позволяет свести исходную задачу к задаче на собственные значения.

The elasticity theory problem of the calculation of free vibration for an elastic cylinder of finite length is considered. Combined using R-function method and variational method for solving problem is proposed, at that the original problem is reduced to the eigenvalue problem.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Циліндр скінченної довжини широко використовується в машинобудуванні, а також часто зустрічається в конструкціях двигунів та енергетичному устаткуванні. Збільшення навантаження на такі деталі зумовлює необхідність дослідження їх власних коливань. Математичною моделлю коливальних процесів у пружному тілі є рівняння руху [1], а врахування усталеності коливань дозволяє вихідну задачу зводити до алгебраїчної проблеми власних чисел.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задача про розрахунок коливань циліндра класичної форми розглянута в [2]. Відхилення геометрії циліндра від класичної потребує використання наближених методів, зокрема – методу скінченних елементів [3].

Мета та завдання статті. У цій роботі пропонується наближений метод розрахунку усталених коливань циліндра скінченної довжини з використанням методу R-функцій і варіаційного. Такий підхід дозволяє розглядати циліндри довільної бічної форми та будувати структури розв'язку, в яких враховується геометрична інформація.

Виклад основного матеріалу дослідження. Нехай Ω – скінченне тіло обертання з межею $\partial\Omega$, що розглядається в циліндричній системі координат Orz (вісь Oz спрямована вздовж осі обертання). Досліджується випадок відсутності масових і поверхневих сил. Рух пружного тіла визначається векторним рівнянням [1]

$$(\lambda+2\mu)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,U-\mu\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,U=\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2},\qquad (1)$$

де $U(t,r,z)$ – вектор зміщень; λ, μ – сталі Ламе; ρ – густина матеріалу.

Припускаємо періодичність коливальних процесів у часі та вважаємо, що

$$U(t,r,z) = e^{-i\gamma t} \cdot u(r,z)\,; \;\; u(r,z) = \begin{pmatrix} u_r(r,z) \\ u_z(r,z) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

де γ – кругова частота процесу.

Позначимо через β відношення швидкості розповсюдження поперечних хвиль c_2 до швидкості розповсюдження повздовжніх хвиль c_1 в нескінченному пружному середовищі, тобто $\beta = c_2 / c_1$, при цьому $c_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$; $c_2^2 = \mu / \rho$.

Візьмемо за масштаб довжини деяку характерну величину R, за масштаб часу – величину $\dfrac{R}{c_2}$. Компоненти вектора зміщень і тензора напружень вважаємо співвіднесеними відповідно до $\dfrac{R\sigma_0}{\mu}$ і σ_0 (σ_0 – деяка стала, яка має розмірність напруження). Ураховуючи співвідношення (2), рівняння (1) в безрозмірних величинах набуває вигляду

$$\frac{1}{\beta^2}\operatorname{grad}\operatorname{div} u - \operatorname{rot}\operatorname{rot} u = -\gamma^2 u\,. \tag{3}$$

Вважаємо, що ділянка $\partial\Omega_1$ межі тіла $\partial\Omega$ із зовнішньою нормаллю ν є закріпленою, а на ділянці $\partial\Omega_2$ задані нульові нормальне σ_ν та дотичне τ_ν напруження:

$$u = 0\,, (r,z) \in \partial\Omega_1\,;$$

$$\sigma_\nu = 0\,;\; \tau_\nu = 0\,,\; (r,z) \in \partial\Omega_2\,. \tag{4}$$

Рівняння (3) можна переписати в операторному вигляді, як

$$Au = ku\,, \tag{5}$$

де

$$k = \gamma^2\,;\; Au = -\left(\frac{1}{\beta^2}\operatorname{grad}\operatorname{div} u - \operatorname{rot}\operatorname{rot} u\right). \tag{6}$$

Таким чином, дослідження коливань тіла, що розглядається, зводиться до задачі на власні значення (5) за умов (4).

Для розв'язання отриманої задачі застосуємо варіаційний метод. Знаходження мінімального власного значення оператора A, визначеного рівністю (6), еквівалентно задачі про знаходження мінімуму функціонала енергії [2]

$$E(u)=\int_{\Omega}\left\{\frac{1-2\beta^2}{\beta^2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{u_r}{r}+\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2+2\left(\left(\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{u_r}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2\right)+\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)^2\right\}d\Omega \quad (7)$$

за умови

$$\int_{\Omega}\left(u_r^{\,2}+u_z^{\,2}\right)d\Omega=1\,. \quad (8)$$

Згідно з методом R-функцій [4] наближений розв'язок задачі (7 – 8) будемо шукати у вигляді:

$$u_r=\omega_1\Phi_1-\omega D_1(\omega_1\Phi_1)+2(1-\beta^2)\omega\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\frac{\partial\omega_2}{\partial z}T_1(\omega_1\Phi_1)-(1-2\beta^2)\omega\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\frac{\omega_1\Phi_1}{r}+$$

$$+\omega\left[\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\right)^2-(1-2\beta^2)\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\right)^2\right]T_1(\omega_1\Phi_2)\,;$$

$$u_z=\omega_1\Phi_2-\omega D_1(\omega_1\Phi_2)-2(1-\beta^2)\omega\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\frac{\partial\omega_2}{\partial z}T_1(\omega_1\Phi_2)-(1-2\beta^2)\omega\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\frac{\omega_1\Phi_1}{r}+$$

$$+\omega\left[(1-2\beta^2)\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\right)^2-\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\right)^2\right]T_1(\omega_1\Phi_1)\,. \quad (9)$$

Тут:

1. Функції $\omega_1(r,z)$, $\omega_2(r,z)$, $\omega(r,z)\in C^1(\Omega)$, побудовані за допомогою апарату R-функцій, є лівими частинами нормалізованих до першого порядку рівнянь меж $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_2$ та $\partial\Omega$ відповідних областей [4] та мають такі властивості:

а) $\omega_1,\omega_2,\omega>0$, $(r,z)\in\Omega$;

б) $\omega_1\big|_{\partial\Omega_1}=0$, $\left.\dfrac{\partial\omega_1}{\partial\nu}\right|_{\partial\Omega_1}=-1$; $\omega_2\big|_{\partial\Omega_2}=0$, $\left.\dfrac{\partial\omega_2}{\partial\nu}\right|_{\partial\Omega_2}=-1$; $\omega\big|_{\partial\Omega}=0$; $\left.\dfrac{\partial\omega}{\partial\nu}\right|_{\partial\Omega}=-1$.

2. Оператори D_1 і T_1 визначаються рівностями

$$D_1 g=\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\frac{\partial g}{\partial r}+\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial z};\quad T_1 g=-\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial r}+\frac{\partial\omega_2}{\partial r}\frac{\partial g}{\partial z}.$$

3. Функції $\Phi_i(r,z)$ $(i=1,2)$ є довільними. При будь-якому їх виборі крайові умови (4) виконуються точно. У чисельній реалізації структур розв'язку (9) функції Φ_i подаються у вигляді розвинення за елементами деякої повної системи функцій (поліномів Чебишева, сплайнів та ін.):

$$\Phi_1(r,z)=\sum_{m=1}^{n_1}C_{1,m}\varphi_m^{(1)}(r,z);\quad \Phi_2(r,z)=\sum_{m=1}^{n_2}C_{2,m}\varphi_m^{(2)}(r,z). \tag{10}$$

Підставивши (10) у формули (9), надамо наближений розв'язок задачі (7–8) у вигляді:

$$u_{rn}(r,z)=\sum_{i=1}^{n}C_i\Psi_{ri}(r,z);\quad u_{zn}(r,z)=\sum_{i=1}^{n}C_i\Psi_{zi}(r,z), \tag{11}$$

де $n=n_1+n_2$; $C_i=\begin{cases}C_{1,i}, & i\le n_1\\ C_{2,i}, & n_1<i\le n\end{cases}$; $\Psi_{ri}(r,z)$, $\Psi_{zi}(r,z)$ $(i=\overline{1,n})$ – деякі функції, що визначаються структурами (9).

Мінімізуючи функціонал (7) на множині функцій (11), отримуємо систему алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{i=1}^{n}C_i\left[a_{ij}-k\cdot b_{ij}\right]=0\ \ (j=\overline{1,n}), \tag{12}$$

де

$$a_{ij}=\iint_D\left\{\frac{1-2\beta^2}{\beta^2}\left(\frac{\partial\Psi_{ri}}{\partial r}+\frac{\Psi_{ri}}{r}+\frac{\partial\Psi_{zi}}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial\Psi_{rj}}{\partial r}+\frac{\Psi_{rj}}{r}+\frac{\partial\Psi_{zj}}{\partial z}\right)+\right.$$

$$\left.+2\left(\frac{\partial\Psi_{ri}}{\partial r}\cdot\frac{\partial\Psi_{rj}}{\partial r}+\frac{\Psi_{ri}\Psi_{rj}}{r^2}+\frac{\partial\Psi_{zi}}{\partial z}\frac{\partial\Psi_{zj}}{\partial z}\right)+\left(\frac{\partial\Psi_{ri}}{\partial z}+\frac{\partial\Psi_{zi}}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial\Psi_{rj}}{\partial z}+\frac{\partial\Psi_{zj}}{\partial r}\right)\right\}rdrdz;$$

$$b_{ij}=\iint_D(\Psi_{ri}\Psi_{rj}+\Psi_{zi}\Psi_{zj})rdrdz\ ;\ i,j=\overline{1,n}\,. \qquad (13)$$

Тут D – проекція області Ω на площину Orz.

Перші n власних значень $k_1<k_2<\ldots<k_n$ задачі (5) визначаються рівнянням, що випливає із системи (12):

$$\det(A-kB)=0\,,$$

де $A=\{a_{ij}\}_{i,j=1}^n$, $B=\{b_{ij}\}_{i,j=1}^n$.

Коефіцієнти C_i апроксимуючих розвинень (11) визначаються для кожного власного значення $k=k_i$ ($i=\overline{1,n}$) як розв'язки системи лінійних рівнянь (12) за умови (8). Вони визначають власні форми задачі (7–8).

Чисельні результати. Розглянемо задачу про власні радіальні коливання прямого кругового пружного циліндра радіуса R і висоти h, розташованого симетрично відносно площини $z=0$ (вісь Oz спрямована вздовж осі обертання). Розв'язання цієї задачі наведено в [2] (метод 1).

Отримаємо наближений розв'язок задачі про власні коливання циліндра за допомогою методу, запропонованого вище (метод 2). Для побудови структур (10) наближеного розв'язку введемо функцію

$$\omega(r,z)=\left(\frac{1}{2R}(R^2-r^2)\right)\wedge_0\left(\frac{1}{h}\left[\left(\frac{h}{2}\right)^2-z^2\right]\right),$$

що визначає рівняння межі циліндра $\omega(r,z)=0$, $(r,z)\in\partial\Omega$. Тут символом «$\wedge_0$» позначено операцію R_0-кон'юнкції [4]:

$$x \wedge_0 y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2} \ .$$

Зауважимо, що при побудові наближеного розв'язку вектор зміщень повинен задовольняти умовам

$$\int_{\Omega} u \ d\Omega = 0 \ ; \ \int_{\Omega} r \times u \ d\Omega = 0 \, , \tag{14}$$

де r – радіус-вектор довільної точки.

У розвиненнях (10) покладаємо

$$\{\varphi_m^{(1)}(r,z)\}_{m=1}^{\infty} = \{r^{2k+1} z^{2(m-k-1)}, k = \overline{0, m-1}\}_{m=1}^{\infty} \, ,$$

$$\{\varphi_m^{(2)}(r,z)\}_{m=1}^{\infty} = \{z^{2k+1} r^{2(m-k-1)}, k = \overline{0, m-1}\}_{m=1}^{\infty} \, .$$

Обрані таким чином системи функцій за рахунок симетрії забезпечують виконання умов (14).

Інтеграли (13) обчислювались наближено за допомогою квадратурних формул Гаусса, порядок яких узгоджувався зі степенями апроксимуючих поліномів. Ураховуючи симетрію, обчислення виконувались за 1/4 частиною меридіанного перетину циліндра. З метою оцінки точності результатів розрахунки проводились із різним числом координатних функцій.

У таблиці наведено перші чотири власних значення, що знайдені за методами 1 та 2. У наведених результатах степінь апроксимуючого полінома $n = 6$. Для обчислень покладено $R = 2$, $h = 4$, $\beta^2 = 1/4$. Усі розрахунки виконано в середовищі Maple 9.5.

Таблиця – **Розв'язок задачі на власні значення для кругового циліндра**

Власне значення	k_1	k_2	k_3	k_4
Метод 1	1,35584	2,47290	4,38968	6,73395
Метод 2	1,35955	2,49528	4,40530	6,75028

На рисунку показано власні форми, що відповідають першим чотирьом власним значенням.

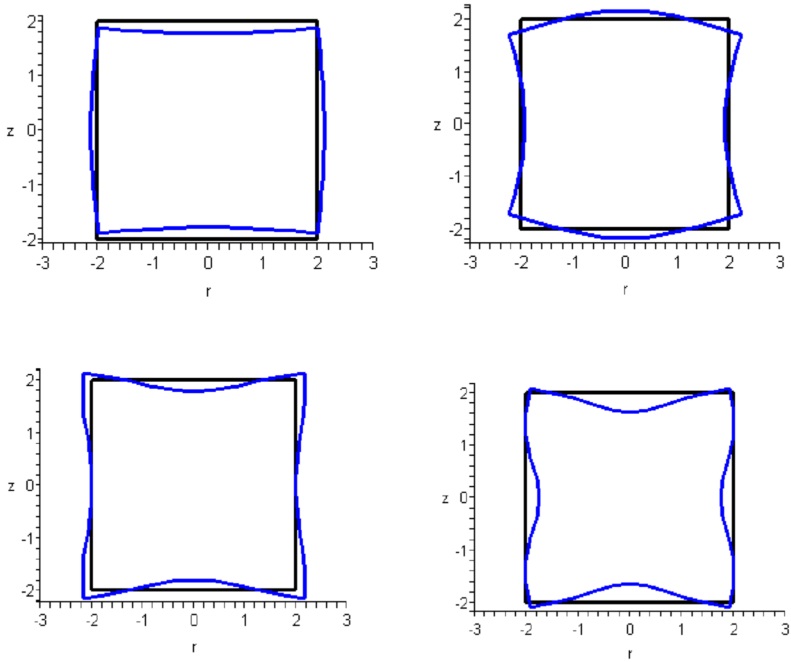

Рисунок – Власні форми коливання прямого кругового циліндра

Висновки. Розроблено універсальний алгоритм для розрахунку власних коливань циліндрів довільної бічної форми. Координатні послідовності варіаційної задачі будуються за допомогою лівих частин нормалізованих до першого порядку рівнянь меж областей. Алгоритм реалізовано за допомогою програмного пакета Maple 9.5.

Список літератури

1. Гринченко, В. Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах [Текст] / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко // К. : Наук. думка, – 1981.– 284 с.

2. Михлин, С. Г. Численная реализация вариационных методов [Текст] / С. Г. Михлин // М. : Наука, 1970.– 512 с.

3. Чирков, А. Ю. Применение смешанных вариационных формулировок МКЭ к решению задач о собственных колебаниях упругих тел [Текст] / А .Ю. Чирков // Проблемы прочности. – 2008. – № 2. – С. 121–140.

4. Рвачев, В. Л. Метод R - функций в задачах теории упругости и пластичности [Текст] / В. Л. Рвачев, Н. С. Синекоп // К. : Наук. думка, 1990. – 216 с.

Отримано 15.03.2009. ХДУХТ, Харків.

УДК 621.186.85

С.О. Воінова, канд. техн. наук *(ОНАХТ, Одеса)*
О.П. Воінов, д-р техн. наук *(ОНПУ, Одеса)*
К.О. Михайлов, магістр *(ОНПУ, Одеса)*

ЗАДАЧА УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ ПРИГОТУВАННЯ ПАЛИВНОЇ МАЗУТО-ВОДЯНОЇ ЕМУЛЬСІЇ

Розглянуто можливості управління процесом приготування паливної мазуто-водяної емульсії.

Рассморены возможности управления процессом приготовления топливной мазуто-водяной эмульсии.

Some features of functioning of building units with heat insulated lee. The influence of heat insulation of the lee on thermophysical properties of building objects is investigated.

Постановка проблеми у загальному вигляді. В Україні, у значній частині парку котлів (Кт), у тому числі в харчовій промисловості, використовують мазут як робоче, резервне або розпалювальне паливо. Аналіз ефективності паливного процесу цих агрегатів розкриває можливості його істотного вдосконалювання, корінного відновлення й одержання на основі цього значного екологічного й економічного ефекту.

Одним зі шляхів рішення зазначеної задачі є застосування технології приготування й спалювання мазуто-водяної емульсії (МВЕ). Деякі енергетики вважають цю технологію відносно складною, тому застосовують її рідко. Подібна думка криється в труднощі подолання психологічного бар'єру на шляху до використання малознайомого технічного рішення.

Технологія спалювання МВЕ дозволяє істотно підвищити ступінь екологічної й економічної ефективності топки і Кт у цілому. Вона є продуктивною базою, як відновлення топок зношених Кт традицій-