

відрізнятися для картоплі різних сортів та різного терміну зберігання. Це обумовлюється за умов вмісту води у продукті. Під час тривалого зберігання картоплі відбувається її зневоднення, тому цей факт слід особливо враховувати при виборі режиму її очищення. Подальші дослідження у цьому напрямку будуть спрямовані на виявлення оптимальних режимів парового очищення картоплі різних сортів та терміну зберігання, для того, щоб забезпечити ефект розриву шкірки продукту з мінімальною глибиною його проварювання, а отже і мінімальними витратами корисних речовин.

Результатом експериментальних досліджень є створення принципово нового апарата для парового очищення овочів від шкірки на підставі проведених теоретичних та експериментальних досліджень, що дозволяють визначити раціональні режими парової обробки та розробити інженерні методи розрахунку цього процесу.

Впровадження результатів досліджень надасть можливість створити компактний, простий в обслуговуванні апарат, який буде економічно ефективним для підприємств ресторанного господарства й невеликих переробних підприємств.

#### *Список літератури*

1. Бацанов, Н. С. Картофель [Текст] / Н. С. Бацанов. – М. : Колос, 1970. – 376 с.
2. Терешкін, О. Г. Удосконалення апаратурного оформлення процесу очищення коренебульбоплодів від шкірки [Текст] / О. Г. Терешкін, Д. В. Дмитревський // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв ресторанного господарства та торгівлі : зб. наук. праць. – Харків, 2008. – Вип. 1(7). – С. 231–238.

Отримано 15.03.2009. ХДУХТ, Харків.

© О.Г. Терешкін, Д.В. Дмитревський, 2009.

УДК 621.9

**В.М. Ільюшко**, канд. техн. наук, доц.

**Л.К. Кравченко**, канд. фіз.-мат. наук, доц.

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПРАВКИ НА РОЛИКОВІЙ ПРАВИЛЬНІЙ МАШИНИ**

*Розроблено математичну модель, яку можна покласти в основу створення методик розрахунку режимів правки.*

*Разработана математическая модель, которую можно положить в основу создания методик расчета режимов правки.*

*A mathematical model which can be put in basis of creation of methods of calculation of the modes of correction is developed.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Визначення режимів правки на роликівих правильних машинах має першорядне значення для отримання високої якості прокату по прямолінійності та підвищення продуктивності правильних машин.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Правка смуги роликів правильними машинами – це виготовлення деталей методами гнуття. Теорію і технологію таких процесів висвітлено в журналах і монографіях [3]. Математичне моделювання промислових і технологічних процесів є основою автоматизації та оптимізації цих процесів. Зокрема оптимізації технологічних процесів присвячено роботи [4].

**Мета та завдання статті.** Метою статті було розробити математичну модель процесу правки, яка використовується для розрахунку режимів правки.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Під час розробки математичної моделі прийняті наступні гіпотези і допущення:

- перетини елементів профілю, плоскі до деформації, залишаються плоскими і після вигинання (гіпотеза плоских перетинів);
- зміни розмірів плоских перетинів вважаються досить малими і не враховуються;
- положення нейтральної лінії співпадає з віссю симетрії;
- умова нестискуваності металу.

З технологічних особливостей процесу правки приймаємо:

- дотична до поверхні смуги в місцях дотику її з кожним роликівом (окрім першого й останнього) паралельна нерухомому ряду роликів;
- початкова кривизна смуги, що піддається правці, постійна і має один і той же знак по всій довжині;
- максимум кривизни нейтральної лінії смуги знаходиться на вертикалі, що проходить через точку дотику смуги з роликівом.

Початковими параметрами є розміри смуги, механічні властивості матеріалу смуги, число і крок роликів, настроювальні положення роликів. Необхідно визначити залежності напружено-деформованого стану і кінцевої кривизни прокату від початкових параметрів.

Напружено-деформований стан смуги (якщо відоме рівняння нейтральної лінії смуги в процесі правки) можна визначити за формулами [1].

Виберемо систему координат так, як показано на рис. 1.

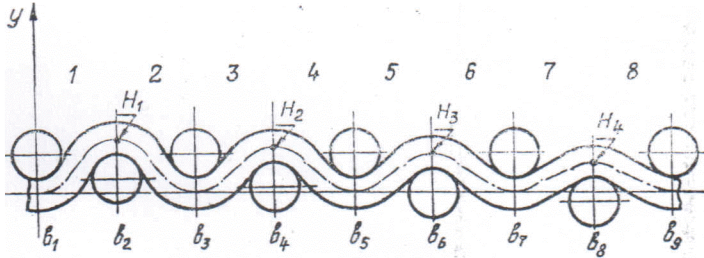


Рисунок 1 – Вибір системи координат

Хай  $Y = f(x)$  – рівняння нейтральної лінії смуги.

Кривизна смуги в будь-якій точці дорівнює

$$K = \frac{|f''(x)|}{\left(\sqrt{1 + (f'(x))^2}\right)^3}. \quad (1)$$

Рівняння нейтральної лінії повинно задовольняти таким умовам:

1.  $f(b_i) = 0$ , ( $i = 1, 3, 5, 7, 9$ );
2.  $f(b_2) = H_1$ ,  $f(b_4) = H_2$ ,  $f(b_6) = H_3$ ,  $f(b_8) = H_4$ ;
3.  $f'(b_i) = 0$ , ( $i = 1, 8$ );
4.  $f''(x) = K_1$ ,  $K_1 > 0$ ;
5.  $f'(x) > 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ , ( $i = 1, 3, 5, 7$ );
6.  $f''(x) < 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ , ( $i = 1, 3, 5, 7$ );  
 $f''(x) > 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ , ( $i = 2, 4, 6, 8$ );
7.  $f'''(b_i) = 0$ , ( $i = 1, 9$ ).

Оскільки побудова шуканої функції в загальному вигляді пов'язана із значними математичними труднощами, використовуємо кусково-поліноміальний розв'язок, при якому на кожному інтервалі  $(b_i, b_{i+1})$  будується поліном, що задовольняє відповідним умовам, а сукупність усіх одержаних поліномів є шуканим.

Умови, яким повинен задовольняти шуканий поліном:

– на непарних ділянках  $[b_i, b_{i+1}]$ , ( $i = 1, 3, 5, 7$ ):

- 1.1.  $P_i(b_i) = 0$ ;
- 1.2.  $P_i'(b_i) = 0$ ;
- 1.3.  $P_i''(b_i) = K_i$ ;
- 1.4.  $P_i'''(b_i) = 0$ ;
- 1.5.  $P_i'(x) > 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ ;
- 1.6.  $P_i'''(x) < 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ ;
- 1.7.  $P_i(b_{i+1}) = H_{(i+1)}/2$ ;
- 1.8.  $P_i'(b_{i+1}) = 0$ ;
- 1.9.  $P_i''(b_{i+1}) = K_{i+1}$ ;
- 1.10.  $P_i'''(b_{i+1}) = 0$ ;

– на парних ділянках  $[b_i, b_{i+1}]$ , ( $i = 2, 4, 6$ ):

- 2.1.  $P_i(b_i) = H_{i/2}$ ;
- 2.2.  $P_i'(b_i) = 0$ ;
- 2.3.  $P_i''(b_i) = K_i$ ;
- 2.4.  $P_i'''(b_i) = 0$ ;
- 2.5.  $P_i'(x) < 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ ;
- 2.6.  $P_i'''(x) > 0$ ,  $x \in (b_i, b_{i+1})$ ;
- 2.7.  $P_i(b_{i+1}) = 0$ ;
- 2.8.  $P_i'(b_{i+1}) = 0$ ;
- 2.9.  $P_i''(b_{i+1}) = K_{i+1}$ ;
- 2.10.  $P_i'''(b_{i+1}) = 0$ ;

– на останній ділянці:

- 3.1.  $P_8(b_8) = H_4$ ;
- 3.2.  $P_8'(b_8) = 0$ ;

- 3.3.  $P_8''(b_8) = K_8$ ;  
 3.4.  $P_8'''(b_8) = 0$ ;  
 3.5.  $P_8'''(x) < 0$ ,  $x \in (b_8, b_9)$ ;  
 3.6.  $P_8'''(x) > 0$ ,  $x \in (b_8, b_9)$ ;  
 3.7.  $P_8(b_9) = 0$ ;  
 3.8.  $P_8'''(b_9) = 0$ .

Легко перевірити, що поліном

$$P_i(x) = \frac{K_i}{2}x^2 + (35H_{(i+1)/2} - 5K_i + 2,5K_{i+1})x^4 + \\ + (10K_i - 7K_{i+1} - 84H_{(i+1)/2})x^5 + (6,5K_{i+1} - 7,5K_i + \\ + 70H_{(i+1)/2}) \cdot x^6 + (2K_i - 2K_{i+1} - 20H_{(i+1)/2}) \cdot x^7, \quad (i = 1, 3, 5, 7) \quad (2)$$

задовольняє умовам (1.1–1.10), за винятком (1.5; 1.6).

Поліном

$$P_i(x) = H_{i/2} + \frac{K_i}{2}x^2 + (2,5K_{i+1} - 5K_i + 35K_{i/2})x^4 + \\ + (84H_{i/2} + 10K_i - 7K_{i+1})x^5 + (6,5K_{i+1} - 7,5K_i - 70H_{i/2})x^6 + \\ + (20H_{i/2} - 2K_{i+1} + 2K_i) \cdot x^7, \quad (i = 2, 4, 6) \quad (3)$$

задовольняє умовам (2.1–2.10), за винятком (2.5; 2.6).

Поліном

$$P(8) = H_4 + \frac{K_8}{2}x^2 - \frac{5}{3}\left(H_4 + \frac{K_8}{2}\right)x^4 + \frac{2}{3}\left(H_4 + \frac{K_8}{2}\right)x^5 \quad (4)$$

задовольняє умовам (3.1–3.8), за винятком (3.5; 3.6). Побудова поліномів  $P_i$  ( $i = 1, 8$ ) не становить труднощів і зводиться до розв'язання систем лінійних рівнянь. Довільні параметри  $K_i$  ( $i = 2, 8$ ) у формулах (2)–(4) обираємо так, щоб задовольнилися умови для першої і третьої похідних нейтральних ліній. При заданих значеннях прогинів  $H_i$  такий вибір можна зробити безліччю способів.

Дійсне значення параметрів  $K_i$  в рівнянні нейтральної лінії визначиться з умови мінімуму роботи внутрішніх сил [3]:

$$A = \frac{E}{2} \iiint_{V_{yup}} e_1^2 dV_{yup} + \frac{A_1}{m+1} \iiint_{V_{nl}} e_1^{m+1} dV_{nl}, \quad (5)$$

де  $E$  – модуль пружності;  $A_1, m$  – коефіцієнти кривої зміцнення.

Перший інтеграл у формулі (5) поширюється на область пружних деформацій смуги, а другий – на область пластичних. Найбільшу пружну деформацію прийняли рівною 0,05% і позначили через  $e_{0,05}$ . Всі точки перетину смуги, в яких  $e_1 < e_{0,05}$ , відносяться до області пружної деформації, інші – пластичної.

Оскільки смуга в процесі правки рухається в правильній машині та в ній в одному і тому ж об'ємі спостерігаються знакозмінні деформації, то в кожному елементарному об'ємі має місце пружне розвантаження, тобто зміна деформації відбувається без витрати зовнішніх зусиль. Цю умову враховували під час визначення мінімуму роботи за формулою (5).

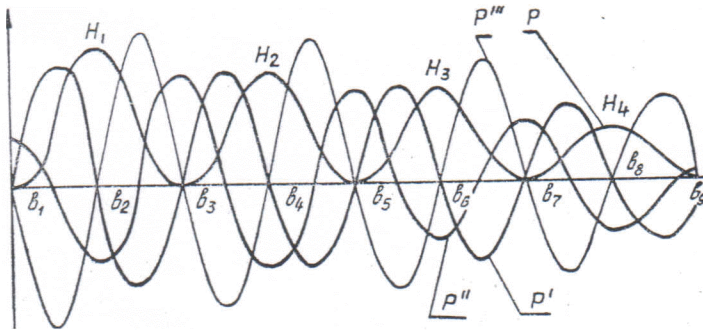
Деформацію  $e_1$  визначаємо за формулою [1]:

$$e_1 = -K \cdot Y, \quad (6)$$

де  $K$  – кривизна нейтральної лінії (1);  $Y$  – відстань від довільної точки смуги до нейтральної кривої в напрямі нормалі.

Підставляючи вираз (6) в (5), визначаємо сталі  $K_i$  ( $i = 2,8$ ) з умови мінімуму цього виразу і одержуємо рівняння нейтральної лінії, відповідне заданому положенню рухомих роликів  $H_i$  ( $i = 1,4$ ) (рис. 2). З цього рівняння визначаємо шукану кривизну на дев'ятому ролику. Для оптимізації процесу правки за допомогою розробленої моделі визначаємо положення рухомих роликів  $H_i$  ( $i = 1,4$ ) одним з оптимізаційних методів [4].

Для смуги шириною 40 мм, завтовшки 2 мм з матеріалу з коефіцієнтами кривої зміцнення  $A = 620$  МПа і  $m = 0,17$ , коефіцієнтами кривизни проти кожного ролика  $K_1 = 0,00023$ ;  $K_2 = -0,00031$ ;  $K_3 = 0,00023$ ;  $K_4 = -0,00015$ ;  $K_5 = 0,00019$ ;  $K_6 = -0,00023$ ;  $K_7 = 0,00019$ ;  $K_8 = 0,00015$  одержані настроювальні прогини  $b_1 = 0,4$  мм;  $b_2 = 0,2$  мм;  $b_3 = 0,3$  мм;  $b_4 = 0,2$  мм, мінімальне значення роботи  $A = 331,3$  Дж і значення залишкової кривизни  $K_9 = 0,00012$  мм<sup>-1</sup>.



**Рисунок 2 – Залежність координат нейтральної лінії та її похідних уздовж осі машини від положення роликів, що настраюються**

**Висновки.** Розроблена математична модель використовується в методиці розрахунку режимів правки. Ця методика дозволяє, використовуючи початкові параметри правки (розмір смуги, механічні властивості матеріалу смуги, кількість і крок роликів), визначити настрювальні положення роликів правильної машини, при яких залишкова кривизна виправленого прокату відповідатиме потрібній.

#### *Список літератури*

1. Соколовский, В. В. Теория пластичности [Текст] / В. В. Соколовский. – М. : Высшая школа, 1969. – 608 с.
2. Завьялов, Ю. С. Методы сплайн функций [Текст] / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасцов, В. А. Мирошниченко. – М. : Наука, 1980. – 352 с.
3. Лысов, М. И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки [Текст] / М. И. Лысов. – М. : Машиностроение, 1966. – 236 с.
4. Васильев, Ф. П. Методы решения экстремальных задач [Текст] / Ф. П. Васильев. – М. : Наука, 1981. – 399 с.

Отримано 15.03.2009. ХДУХТ, Харків.  
© В.М. Льюшко, Л.К. Кравченко, 2009.