

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ХАРЧУВАННЯ ТА ТОРГІВЛІ**

**СТАТИСТИКА:**  
**ОСНОВИ ТЕОРІЇ**

**Навчальний посібник**

**ХАРКІВ**  
**2014**

УДК 311

Статистика: основи теорії: Навчальний посібник. / О.О. Горошанська, О.В. Прокопова / ТОВ «Видавництво «Форт». – Харків, 2014.- 249 с.

Навчальний посібник підготовлено на основі програми дисципліни „Статистика”. Розглянуто теоретичні і методичні основи побудови статистичних показників для вивчення закономірностей соціально-економічних явищ і процесів.

У виданні використано законодавчі, нормативні та інструктивні матеріали стосовно статистики, а також рекомендовані літературні джерела з теорії статистики.

Посібник розрахований на студентів вищих навчальних закладів усіх форм навчання, слухачів інститутів та факультетів післядипломної освіти, курсів перепідготовки, працівників підприємницьких та фінансових структур для самостійного вивчення дисципліни „Статистика”.

---

**Рецензенти:** **М.В. Чорна**, професор, доктор економічних наук Харківського державного університету харчування та торгівлі  
**І.А. Бігдан**, доцент, кандидат економічних наук Харківського державного університету харчування та торгівлі

© Горошанська О.О., Прокопова О.В. 2014  
© ХДУХТ, 2014

## *ЗМІСТ*

Передмова .....	4
Тема 1. Методологічні засади статистики.....	5
Тема 2. Статистичне спостереження.....	22
Тема 3. Зведення і групування статистичних даних.....	40
Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники .....	60
Тема 5. Аналіз рядів розподілу.....	83
Тема 6. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів.....	102
Тема 7. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків.....	126
Тема 8. Аналіз інтенсивності динаміки.....	145
Тема 9. Аналіз тенденцій розвитку та коливань.....	161
Тема 10. Індексний метод.....	174
Тема 11. Вибірковий метод.....	193
Тема 12. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти.....	208
Рекомендована література.....	233
Додатки.....	236

## ***ПЕРЕДМОВА***

Освітньо-професійною програмою та навчальними планами підготовки бакалаврів галузі знань 0305 «Економіка і підприємництво» передбачається вивчення дисципліни „Статистика”. У системі економічної освіти місце статистики, як навчальної дисципліни, обумовлено її роллю у науковій і практичній діяльності суспільства. Статистика як окрема галузь суспільної науки і спеціальна наукова дисципліна має свій предмет і метод дослідження. Вона вивчає закономірності суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним змістом. Статистика розробляє способи кількісного аналізу, які у сукупності утворюють статистичну методологію і використовуються іншими суспільними науками як засіб соціального пізнання.

Запропонований посібник включає основні поняття і терміни теорії статистики, які викладені відповідно до діючої навчальної програми. У посібнику розглядаються такі питання, як: предмет, метод і теоретичні основи статистики; завдання та організація статистики; форми, види та способи проведення статистичного спостереження; зведення і групування матеріалів спостереження; обчислення узагальнюючих статистичних показників, вивчення динаміки суспільних явищ, тенденцій і закономірностей їх розвитку; показники і методи вивчення взаємозв'язків між явищами; правила побудови та аналізу таблиць; способи графічного зображення статистичних даних. Наведені у навчальному посібнику приклади розрахунків показників побудовані на основі офіційних публікацій статистичних матеріалів або на умовних даних. Для більш наочного подання теоретичних питань використовуються рисунки, таблиці та графіки.

До змісту кожної теми курсу включено як лекційний матеріал, так і матеріал, рекомендований для самостійного опрацювання студентами. Всі теми дисципліни розподілені на окремі питання, які сформульовані у плані кожної лекції. В кінці кожної теми наведено перелік основних питань для самоконтролю та літературні джерела.

У виданні використано законодавчі, нормативні та інструктивні матеріали стосовно статистики, а також рекомендовані літературні джерела зі статистики.

Посібник розрахований на студентів вищих навчальних закладів усіх форм навчання, слухачів інститутів та факультетів післядипломної освіти, курсів перепідготовки, працівників підприємницьких та фінансових структур для самостійного вивчення дисципліни „Статистика”.

# Тема 1. Методологічні засади статистики

1. Становлення статистики як науки.
2. Предмет статистики.
3. Основні поняття та категорії статистичної науки.
4. Статистична методологія.
5. Організація і завдання статистики.

## 1. Становлення статистики як науки

Термін "статистика" походить від латинського слова "статус" (status), що означає "визначений стан речей". Первинним значенням цього терміну було "державознавство", тобто сума знань про державу. Вперше у цьому контексті термін був використаний німецьким науковцем Г. Ахенвалем, який у 1749 році випустив книгу про державознавство.

Статистика має багатовікову історію (рис. 1.1). Її виникнення і розвиток зумовлені суспільними потребами: підрахунок населення, худоби, облік земельних угідь, майна тощо.

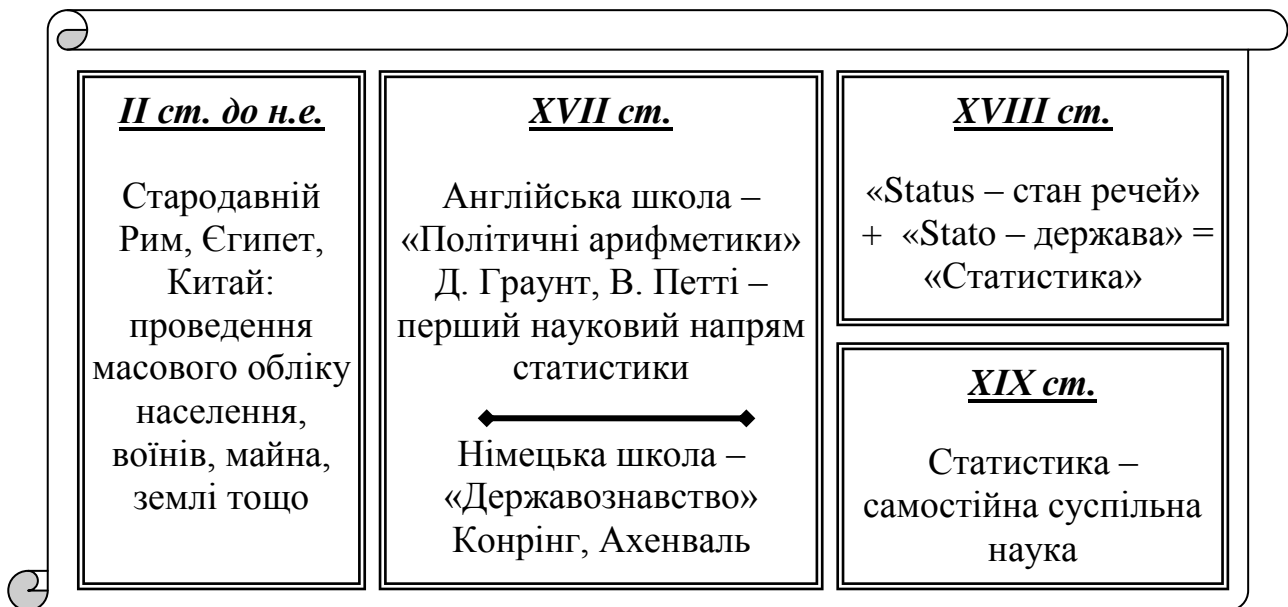


Рисунок 1.1 – Етапи розвитку статистики

Первиною формою статистики був господарський облік, поява якого відноситься до глибокої давнини і пов'язана з утворенням держав. Для управління державою потрібна була інформація про чисельність населення, склад земель, поголів'я худоби, стан торгівлі та ін.

З розвитком суспільства все складнішими ставали взаємовідносини між окремими народами, державами, суспільними формуваннями. Первинна реєстрація фактів, накопичення масових даних про суспільні явища і процеси,

необхідність їх узагальнення зумовили потребу в кількісному їх вираженні та комплексній оцінці.

Розвиток бухгалтерського обліку та первинної реєстрації фактів, накопичування масових даних про суспільні явища і необхідність їх узагальнення, підвищення попиту щодо кількісного вимірювання явищ і закономірностей суспільного життя, розвиток таких фундаментальних наук, як філософія і математика, – ось неповний перелік умов, завдяки яким стало неминучим формування статистики.

Вважається, що статистика як самостійна наука почала формуватися і розвиватися з середини XVII століття. У її витоків стояли дві школи: німецька описова і англійська школа політичних арифметиків.

Засновником описового напрямку розвитку статистики вважається німецький вчений Г. Конрінг (1606-1681), який розробив систему опису державного устрою.

Подальший розвиток цього напрямку одержав у працях Г. Ахенваля і А. Шліцера (1736-1809). Школа проіснувала понад 150 років, не змінюючи своїх теоретичних поглядів на статистику, як самостійну науку.

Представники цього напрямку основним завданням статистики бачили в систематичному описі політичного стану і державного устрою країни: території країни, державного устрою, населення, релігії, зовнішньої політики. У зв'язку з недостатнім використанням статистичних даних і їх узагальненням для виявлення закономірностей і взаємозв'язків між суспільними явищами цей напрямок розвитку статистики став неперспективним. Зміст, завдання та предмет вивчення статистики в розумінні представників описового напрямку були далекими від сучасного погляду на статистику як науку.

Значно ближчою до сучасного розуміння статистики була англійська школа політичних арифметиків, яка виникла на 100 років раніше німецької описової школи. Засновниками її були англійські вчені-економісти Джон Граунт (1620-1674), Е. Галлей (1656-1742) і Вільям Петті (1623-1687), особливо наголошуючи на ролі останнього. Політичні арифметики шляхом узагальнення і аналізу масових статистичних даних намагались цифрами охарактеризувати стан і розвиток суспільства, вивести закономірність розвитку суспільних явищ і процесів. Свої висновки вони основували на числових даних. Цілі і завдання, які ставили перед собою вчені, близькі до сучасного розуміння сутності статистики.

У своїх наукових працях В. Петті багато уваги приділяв методиці обчислення національного багатства, доходів, показникам, що характеризують стан і розвиток сільського господарства і торгівлі. Створений ним напрямок отримав назву "*політична арифметика*".

Історія показала, що саме англійська школа політичних арифметиків явилась витком виникнення сучасної статистики як науки. В. Петті по праву вважається творцем економічної статистики. За його наукові праці "*Політична арифметика*", "*Різне про гроші*" та інші, а також за вагомий вклад в розробку

статистичної методології К. Маркс назвав В. Петті "в деякому роді винахідником статистики".

Подальший розвиток статистичної науки і практики пов'язаний з розробками багатьох вчених і практиків статистиків. Серед них слід відмітити бельгійського математика, фізика, астронома і статистика Адольфа Кетле (1796-1874), з яким пов'язаний якісно новий етап у розвитку статистичної науки. А. Кетле назвав статистику "соціальною фізикою", тобто наукою, яка вивчає закони розвитку суспільства за допомогою кількісних методів. Завдяки йому на перший план замість описового державознавства вийшла теорія статистики, направлена на кількісне вивчення масових суспільних явищ і процесів.

А. Кетле вніс значний внесок у розробку теорії середніх величин, стійкості статистичних показників, закономірностей в статистичних рядах розподілу. Йому належить заслуга системного використання математичних методів в обробці статистичних даних, розробці правил переписів населення і регулярності їх проведення в розвинених країнах. За ініціативою А. Кетле проводились статистичні конгреси, на яких розглядалися актуальні проблеми статистичної науки. А. Кетле по праву можна назвати справжнім засновником теорії статистики.

У другій половині XIX століття і початку XX століття в результаті інтенсивного розвитку статистики виник третій напрямок статистичної науки - статистико-математичний. Цьому сприяло проведення наукових досліджень у природничих науках, різного роду періодичних переписів і обстежень, в результаті яких збирався і оброблявся обширний статистичний матеріал. Формувалась спеціальна наукова дисципліна - математична статистика, яка є частиною математики.

Математичний напрямок в статистиці розвивався в працях Ф. Гальтона (1822-1911), К. Пірсона (1857-1936), В. Госсета (1876-1936), більш відомого під псевдонімом Стьюдент, Р. Фішера (1890-1962), М. Мітчела (1874-1948) та інших. Так, Ф. Гальтон застосував статистичні методи в біології в ученні про спадкоємність. К. Пірсон вніс значний внесок у розробку теорії кількісної оцінки зв'язку між явищами, аналіз рядів розподілу. В. Госсет розробив теорію малої вибірки. Р. Фішер розвинув методи кількісного аналізу. Ф. Гальтон і К. Пірсон внесли значний вклад у розвиток теорії кореляції.

Представники цього напрямку вважали основою статистики теорію ймовірностей, яка є однією з галузей прикладної математики.

Великий вплив на розвиток математичного напрямку в статистиці справили праці видатних російських математиків П.Л. Чебишева (1821-1894), А.А. Маркова (1856-1922), О.М. Ляпунова (1857-1918). Широко відомими були праці Ю.Е. Янсона (1835-1893), присвячені питанням порівняльного аналізу, А.А. Кауфмана (1864-1919) у галузі методології та історії статистичної науки. Світове визнання одержали праці А.А. Чупрова (1874-1926), присвячені методології аналізу зв'язків і залежностей суспільних явищ і проблемі стійкості статистичних рядів.

У розвитку вітчизняної статистичної науки і практики значна роль належить російським та українським вченим. Найвідомішими представниками описової школи були І. Кирилов (1689-1737), В. Татищев (1686-1750), М. Ломоносов (1711-1765).

Важлива роль у становленні й розвитку статистичної науки належить представникам російської школи політичних арифметиків та їх послідовникам – творцям земської статистики, таким як К.Ф. Герман (1767-1838), К.А. Арсенєв (1789-1865), Д.П. Журавський (1810-1856).

К.Ф. Германом були сформульовані ідеї щодо взаємовідносин політичної економії і статистики, постановки статистичного спостереження, аналізу статистичних даних. Значну частину своїх наукових праць К.Ф. Герман присвятив проблемам теорії статистики. Свої теоретичні погляди він виклав спочатку у великій статті "Теорія статистики" у заснованому ним "Статистичному журналі", а потім розвинув їх у книзі "Загальна теорія статистики", виданої в 1809 р.

К.І. Арсенєв у своїх працях стверджував, що статистика у змозі дати цілком адекватну характеристику життя держави.

Значною подією в теорії вітчизняної статистики було поява в 1846 р. роботи видатного вченого-статистика Д.П. Журавського "Про джерела і вживання статистичних відомостей", в якій сформульовані специфічні особливості статистики як науки "категоричного обчислення", де масове спостереження – основа статистичного дослідження, а групування – основний метод статистичного аналізу. Д.П. Журавський дав системне викладення теоретичних основ статистики як науки, приділив велику увагу питанню достовірності статистичних даних, методології статистичних групувань, розкрив принцип єдності кількісного та якісного аналізу. За вагомий вклад в розвиток статистичної науки Д.П. Журавського називали "українським Кетле".

У розвитку української статистичної науки значна роль належить таким вченим: Ю.В. Янсону, який у своєму підручнику "Теорія статистики" узагальнив результати вітчизняної та зарубіжної статистичної практики; О. Русову (1847-1915), якого називали "батьком української земської статистики"; Ф. Щербині (1849-1936) – засновнику бюджетної статистики; О. Шликевичу (1849-1906) – розробнику комбінаційних статистичних таблиць за сполученням чотирьох ознак; В. Варзару (1851-1940) – основоположнику промислової статистики; М. Птухі (1884-1954), який вивчав питання теоретичної та прикладної демографії, теорії статистики, історії вітчизняної та світової статистики та ін.

Прогресу статистичної методології у ХХ столітті сприяли роботи радянських статистиків В.С. Немчінова (1894-1964), С.Г. Струмиліна (1877-1974), В.І. Хотинського (1892-1937), В.Н. Старовського (1905-1975), А.Я. Боярського (1906-1985), Б.С. Ястремського (1877-1962), Л.В. Некраша (1886-1949), С.С. Сергєєва (1910-1999) та ін.



Значним кроком у розвитку статистичної науки послужило застосування економіко-математичних методів і широке використання комп'ютерної техніки в аналізі соціально-економічних явищ і процесів.

У сучасному розумінні термін "*статистика*" має декілька значень:

– в широкому розумінні під статистикою розуміють практичну діяльність статистичних установ, які збирають і обробляють інформацію про різні явища і процеси суспільного життя;

– під статистикою розуміють також сукупність цифрових показників, що характеризують певні статистичні сукупності чи суспільство в цілому. Наприклад, відомості про демографічну ситуацію, інформація про результати діяльності окремих галузей матеріального і нематеріального виробництва;

– під статистикою розуміють окрему галузь науки, яка має свій предмет і метод дослідження.

Між статистичною наукою і практикою існує тісний зв'язок і залежність. Статистична наука використовує дані практики, узагальнює їх і розробляє методи проведення статистичних досліджень. В свою чергу, в практичній діяльності застосовуються теоретичні положення статистичної науки для рішення конкретних управлінських завдань. Протягом тривалого і складного процесу формування статистики ці дві функції постійно взаємодіяли, і практичні потреби неминуче впливали на розвиток статистичної науки.

Статистика як наука завжди обслуговувала та виконувала завдання того суспільного ладу, який був її основним фундатором і користувачем статистичної інформації..

## ***2. Предмет статистики***

Статистика як наука має свій предмет дослідження. Об'єктом вивчення статистики є людське суспільство, явища і процеси суспільного життя.

Специфічна риса предмета – це призначення статистики говорити за допомогою цифр. Вивчаючи кількісну сторону явищ, статистика відображає її в своїх числах – показниках, і саме цим характеризує конкретну міру явищ, встановлює загальні властивості, виявляє схожість і відмінність окремих рис, виявляє певні типи явищ.

Статистику як суспільну науку характеризують такі важливі риси:

- статистика вивчає суспільні явища;
- кількісна сторона суспільних явищ вивчається статистикою у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною;
- кількісну сторону суспільних явищ статистика вивчає в конкретних умовах місця і часу;
- статистика вивчає масові суспільні явища;
- статистика також вивчає вплив природних і технічних чинників на кількісні зміни суспільного життя і вплив розвитку суспільства на природні умови життя суспільства.

Отже, *предметом статистики* як суспільної науки є кількісна сторона масових суспільних явищ і процесів у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною, кількісне відображення закономірностей суспільного розвитку в конкретних умовах місця й часу.

Розглядаючи суспільні явища як масові і спираючись на облік всієї сукупності фактів, що відносяться до цих явищ, статистика за допомогою чисел показує ступінь їх розвитку, напрям і швидкість змін, тісноту взаємозв'язків і взаємозалежностей. Все це дає підставу стверджувати, що статистика – один із засобів пізнання суспільного життя.

Бурхливий науково-технічний прогрес, розвиток економіки і культури привели до виникнення окремих галузей статистики, необхідних для глибокого і всебічного вивчення суспільства. Тому статистика є багатогалузевою наукою і складається з окремих розділів, або галузей, які виступають як окремі її частини і в той же час тісно пов'язані між собою.

Таким чином, у складі статистичної науки виділяють такі частини: загальна теорія статистики, економічна статистика та її галузі, соціальна статистика та її галузі.

*Загальна теорія* статистики займається загальними ідеями та логікою статистичної науки. Вона формулює і розробляє основні принципи, правила і методи дослідження, які є загальними для всіх галузей статистики.

*Економічна статистика* вивчає явища і процеси, що мають місце в економіці, розробляє систему економічних показників і методи вивчення національного господарства країни чи регіону як єдиного цілого. Завданням економічної статистики є розробка і аналіз статистичних показників, що відображають стан національної економіки, взаємозв'язки галузей, особливостей розміщення продуктивних сил, наявність матеріальних, трудових і фінансових ресурсів, досягнутий рівень їх використання. Галузі економічної статистики розробляють зміст і методи обчислення показників, що відображають особливості кожної окремої галузі (промисловості, сільського господарства, торгівлі, транспорту і зв'язку, будівництва, природних ресурсів, охорони навколишнього середовища та ін.). Статистики великих галузей можуть поділятися на менші галузеві статистики: наприклад, статистика промисловості – на статистику машинобудування, металургії та інші; статистика сільського господарства – на статистику землеробства і тваринництва і т.п.

*Соціальна статистика* формує систему показників для характеристики життя населення та різних аспектів соціальних відносин; її галузі – статистика народонаселення, політики, культури, охорони здоров'я, науки, освіти та ін.

Галузеві статистики формуються на базі показників економічної або соціальної статистики, а ті й інші базуються в свою чергу на категоріях (показниках) і методах аналізу, які розроблені загальною теорією статистики.

Загальна теорія статистики є навчальною дисципліною, з якої починається формування професійних знань у економістів, фінансистів, бухгалтерів, менеджерів, керівників підприємств.

### 3. Основні поняття та категорії статистичної науки

У складі категорій статистичної науки важливе місце належить таким поняттям як статистична сукупність, статистична закономірність і статистичний показник.

Під *статистичною сукупністю* розуміють масу однорідних у певному відношенні елементів (фактів, явищ тощо), які мають єдину якісну основу, але різняться між собою певними ознаками. Прикладом статистичної сукупності може бути населення будь-якої держави, яке складається з окремих жителів, які різняться між собою за статтю, віком та іншими ознаками.

Характерні риси статистичної сукупності наведені на рис. 1.2.



Рисунок 1.2 – Характерні риси статистичної сукупності

*Ознака* – це статистичний еквівалент властивостей, притаманних елементам сукупності.

Ознака, яка набуває в межах сукупності різних значень, називається варіюючою (змінною, мінливою), а відмінність, коливання ознаки – *варіацією*. Наприклад, ознаки людини: вік, стать, сімейний стан, освіта тощо; ознаки підприємства: спеціалізація, форма власності, рентабельність виробництва тощо.

Одні ознаки виражаються числами, інші – словесно, їх називають відповідно кількісними і якісними (рис. 1.3).

*Кількісними* називаються такі ознаки, окремі значення яких виражаються числами (вік людини, розряд робітника, стаж роботи).

За характером варіації кількісні ознаки поділяються на дискретні та неперервні. *Дискретні* ознаки мають лише окремі числові значення (розряд робітника, кількість дітей в сім'ї, кількість поверхів у будинку). *Неперервні* ознаки мають будь-які значення в певних межах варіації (вік людини, зарплата, ціна одиниці товару тощо).

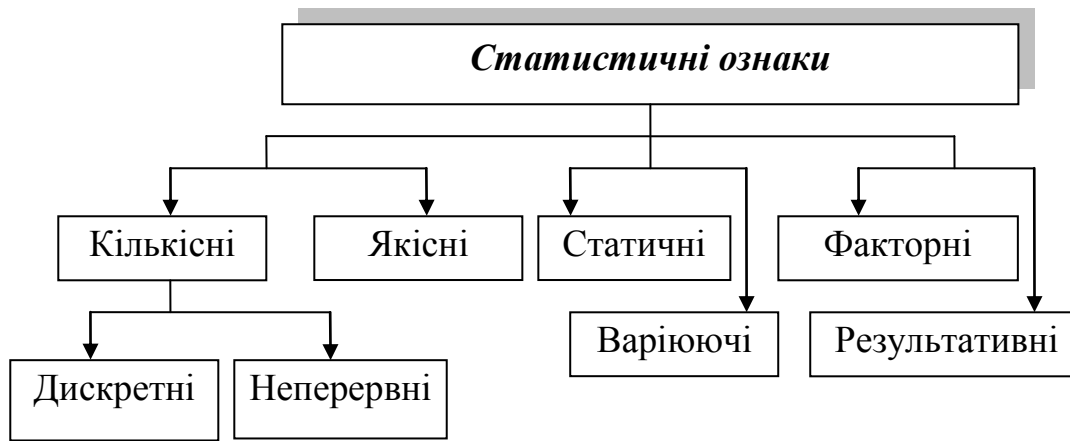


Рисунок 1.3 – Класифікація статистичних ознак

*Якісними (атрибутивними)* називаються такі ознаки, окремі значення яких виражаються поняттями, найменуваннями (професія, національність). Якщо якісні ознаки набувають лише одне з двох протилежних значень, їх називають альтернативними (стать, сімейний стан). Серед якісних ознак одні чітко окреслені (стать, професія, галузь, освіта), інші невизначені (суб'єктивні оцінки, твердження, думки).

Крім того ознаки поділяються на статичні і варіюючі.

*Статичні* ознаки мають незмінні значення в усіх одиниць сукупності. *Варіюючі* ознаки приймають різні значення в межах статистичної сукупності.

Ознаки, що характеризують елементи статистичної сукупності, взаємопов'язані між собою, тому розрізняють факторні та результативні ознаки. *Факторні ознаки* – це ознаки, що впливають на інші, пов'язані з ними ознаки (ціна, кількість реалізованих товарів). *Результативними* називають ознаки, розмір і динаміка яких формуються під впливом інших ознак (товарооборот).

Окремо взяті елементи будь-якої сукупності характеризуються практично необмеженим числом різних ознак. Які саме з цих ознак підлягають вимірюванню в конкретному випадку, залежить від мети дослідження.

Ознаки мають різний рівень вимірювання, що відображується у відповідних типах шкал. Тип шкали можна визначити допустимими перетвореннями її чисел або допустимими арифметичними діями з цими числами. Вирізняють три типи шкал: номінальну, порядкову, метричну. Чим вищий рівень шкали, тим ширше коло відповідних допустимих перетворень чисел, тим більше арифметичних дій реалізується.

*Номінальна шкала* – шкала найменувань. «Оцифрування» ознак цієї шкали виконується так, щоб подібним елементам відповідало одне й те саме число, а неподібним – різні числа. Очевидно, число відіграє роль символу. Для ідентифікації найменувань шкали використовуються натуральні числа 1, 2, 3, ... або певні числові коди.

Номінальні ознаки, які мають лише два протилежні значення (наприклад, задоволений / незадоволений), називають альтернативними. Їх ідентифікують

числами «1» або «0» залежно від наявності чи відсутності властивості.

*Порядкова (рангова) шкала* встановлює не лише відношення подібності елементів, а й відношення послідовності – порядку. Це відношення типу «більше ніж», «краще ніж» і т.ін. Кожній позначці шкали приписується число – ранг. Такими числами можуть бути: 1, 2, 3 ...  $n$ ; 0, 25, 50, 75, 100; -2, -1, 0, 1, 2, тобто значення будь-якої монотонно зростаючої функції, що відповідають послідовності значень ознаки, не враховуючи відстань між ними.

*Метрична шкала* – це звичайна шкала дійсних чисел. За допомогою метричної шкали вимірюються натурально-речові явища, ресурси та результати господарсько-фінансової діяльності. Вибір одиниці такої шкали залежить від природи, матеріального змісту явища, конкретних завдань дослідження та практичної доцільності. Скажімо, взуття природно вимірювати парами, костюми – штуками, споживання цукру – кілограмами.

*Статистична закономірність* виражає середній результат взаємодії значного числа однорідних явищ, тобто статистична закономірність не виражає властивості кожного явища окремо, й тільки в масових процесах, або в загальній системі.

Відображуючи характер дії об'єктивних законів розвитку суспільства в конкретних умовах простору і часу, статистичні закономірності проявляються по-різному, їх можна об'єднати в такі групи:

1. Закономірності розвитку (динаміки) явищ. Так, статистика свідчить про збільшення кількості населення Земної кулі, зростання тривалості життя людини тощо.

2. Закономірності розподілу елементів сукупності. Це може бути розподіл населення за віком, сімей – за кількістю дітей, середньодушовим доходом.

3. Закономірності структурних зрушень. Прикладом може бути збільшення частки міського населення в загальній його чисельності.

4. Закономірності зв'язку між явищами. Наприклад, залежність продуктивності праці від фондоозброєності, собівартості продукції – від продуктивності праці, урожайності – від родючості ґрунтів, попиту – від ціни на товар.

Статистична закономірність проявляється лише на підставі дослідження достатньо великої кількості одиниць спостереження. Лише за цієї умови проявляється закон великих чисел.

*Закон великих чисел* базується на загальному принципі, згідно з яким властивості об'єктивного світу яскраво проявляються у великій масі випадків. Зміст закону великих чисел зводиться до характеристики тенденції збільшення числа спостережень для одержання результату, що не залежить від випадку. Сам закон великих чисел не є регулятором масових процесів і явищ, а лише необхідною передумовою їх прояву.

Специфічна риса статистики – узагальнення даних. Передумовою та початком такого узагальнення має бути вимірювання, тобто приписування явищу числових значень. Явища і процеси суспільного життя вивчаються статистикою за допомогою статистичних показників.

Статистична інформація створюється, передається і зберігається у вигляді показників. *Статистичний показник* – це кількісна оцінка властивостей явища, що вивчається. Статистичні показники є носіями інформації про обсяги процесів, що вивчаються (чисельність робітників, обсяг виготовленої продукції), їх рівні (продуктивність праці, собівартість продукції), співвідношення (співвідношення між міським і сільським населенням, співвідношення явищ у часі і просторі).

Показник – одне із основних понять статистики, узагальнююча характеристика суспільних явищ і процесів, в якій поєднуються кількісна і якісна їх визначеність (рис. 1.4).

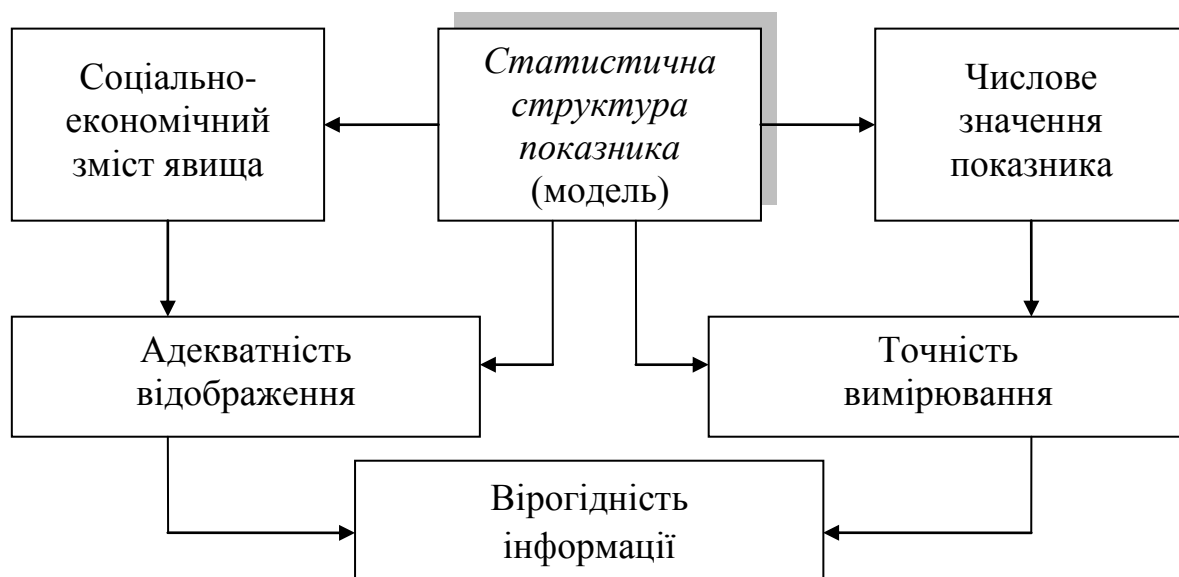


Рисунок 1.4 – Статистична модель показника

Якісна визначеність зумовлена суттю явищ і відображується назвою показника: урожайність пшениці, продуктивність праці, чисельність студентів тощо. Різноманітність соціально-економічних явищ спричиняє існування безлічі різноманітних за змістом показників.

Вірогідність статистичної інформації залежить від того, наскільки об'єктивно статистичний показник відображає соціально-економічну суть явища чи процесу, що вивчається. У вірогідності виділяють два аспекти – адекватність і точність.

Адекватність показника розглядається як спроможність відобразити саме ті властивості явищ, які передбачені програмою досліджень. Щоб показник відповідав своєму призначенню і виконував покладені на нього функції, на стадії його проектування проводиться логічне і статистичне обґрунтування, тобто теоретичний аналіз абстрактних економічних категорій та розробка методології і методики кількісного вимірювання цих категорій.

Точність вимірювання залежить від статистичної структури показника, організації спостереження і обробки даних.

Щодо статистичної природи показники надзвичайно різноманітні. Вони поділяються за такими ознаками, як спосіб обчислення показника, часова визначеність, адитивність (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – **Класифікація статистичних показників**

<i>Ознака класифікації</i>	<i>Вид статистичних показників</i>
1. Спосіб обчислення	– первинні; – похідні (вторинні)
2. Часова визначеність	– інтервальні; – моментні
3. Адитивність, тобто можливість підсумовування	– адитивні; – неадитивні

За способом обчислення розрізняють *первинні і похідні* (вторинні) показники. *Первинні* визначають зведенням даних статистичного спостереження і подають у формі абсолютних величин (кількість і сума вкладів населення в Ощадний банк). На базі первинних обчислюються *похідні показники* першого порядку (середній розмір вкладу), а при порівнянні останніх маємо похідні показники другого порядку (індекс середнього розміру вкладу).

За ознакою часу показники поділяють на *інтервальні і моментні*.

*Інтервальні* характеризують явище за певний час (день, декаду, місяць, рік). Інтервальні і моментні показники можуть бути як первинними, так і похідними.

Характерною особливістю первинних показників є *адитивність*, тобто можливість підсумовування. Похідні показники в більшості своїй неадитивні.

#### **4. Статистична методологія**

Для вивчення свого предмету статистика розробляє і використовує різноманітні методи, сукупність яких утворює *статистичну методологію*.

*Статистична методологія* – це сукупність науково обґрунтованих способів, правил і методів статистичного вивчення масових соціально-економічних явищ та процесів, які встановлюють порядок збирання, опрацювання і аналізу статистичної інформації.

Статистична методологія ґрунтується на загальнофілософських (діалектична логіка) принципах і загальнонаукових (порівняння, аналіз, синтез) методах.

Згідно з принципами діалектичної логіки статистика будь-яке суспільне явище розглядає не ізольовано, а у взаємозв'язку з іншими, виявляє чинники,

яки спричиняють варіацію значень ознак у межах сукупності, оцінює ефект впливу чинників і щільність причинно-наслідкових зв'язків.

Суспільні явища динамічні, тому статистика вивчає їх у розвитку, оцінюючи тенденції та циклічні коливання, інтенсивність динаміки та структурних зрушень.

Статистична методологія ґрунтується на поєднанні аналізу і синтезу. Розглядаючи сукупності елементів, статистика, з одного боку, визначає в них схожі риси і відмінності, об'єднує елементи в групи, виділяючи при цьому різні типи й форми явищ, а з іншого – узагальнює інформацію як за окремими групами (типами), так і за сукупністю в цілому.

Особливості статистичної методології пов'язані, по-перше, з точним вимірюванням і кількісним описуванням масових суспільних явищ; по-друге, з аналізом їх диференціації; по-третє, з використанням узагальнюючих показників для характеристики об'єктивних статистичних закономірностей.

Всю безліч статистичних методів можна систематизувати за їх цільовим призначенням залежно від етапу статистичного дослідження (рис. 1.5).

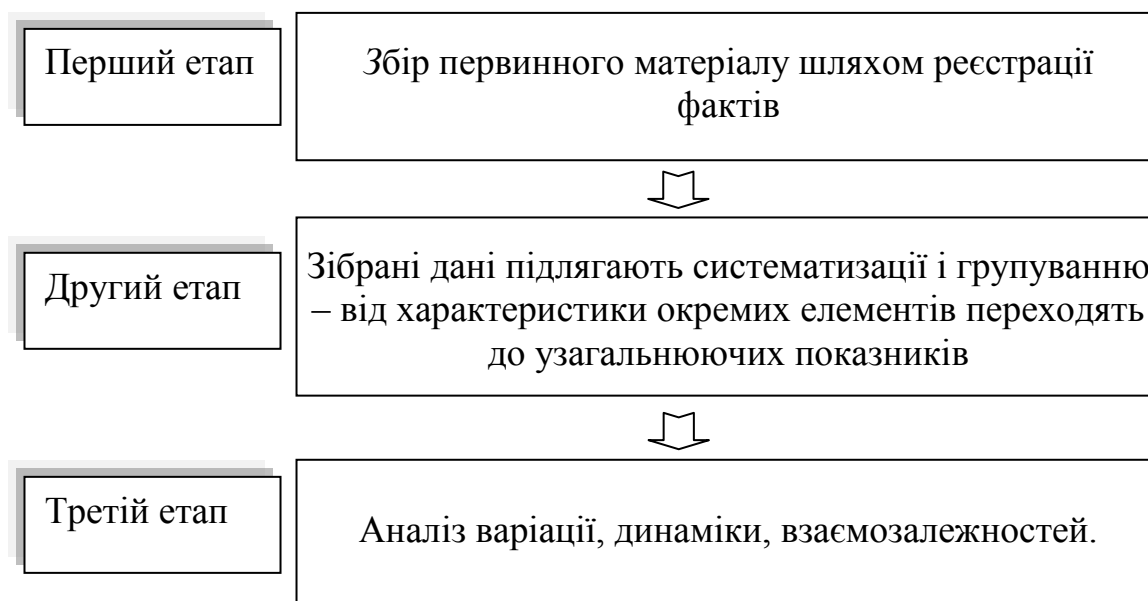


Рисунок 1.5 – Етапи статистичного дослідження

На кожному з етапів статистичного дослідження використовують ті методи, які спроможні дати глибоку всебічну характеристику явищ, що вивчаються.

До основних прийомів і способів статистичного дослідження належать:

1. *Статистичне спостереження* – це збір первинного матеріалу шляхом реєстрації фактів. Масове статистичне спостереження дає інформаційну базу для статистичних узагальнень і характеристики об'єктивних закономірностей.

2. *Статистичне зведення і групування* матеріалів статистичного спостереження. Зібрані факти класифікують і систематизують, їх поділяють за ознаками відмінності і об'єднують за ознаками подібності. Найважливішим



специфічним прийомом на цьому етапі дослідження є метод групування, за допомогою якого досліджувані явища поділяють на характерні групи і підгрупи. Наприклад, населення можна класифікувати за статтю, за соціальним станом, за місцем проживання тощо. За допомогою групувань виокремлюються характерні риси та різноякісні типи явищ.

3. *Статистичний аналіз* зведеного та опрацьованого матеріалу, в процесі якого виявляються закономірності та зв'язки суспільних явищ. В арсеналі статистичних методів аналізу – методи вивчення варіації, диференціації та сталості, швидкості та інтенсивності розвитку, узагальнюючі індекси, регресійні моделі тощо. Специфічним для статистичного аналізу є застосування узагальнюючих показників – підсумкових, відносних і середніх величин, статистичних коефіцієнтів.

Аналітичні можливості статистичних методів поглиблюються завдяки використанню компактної та раціональної форми подання результатів узагальнення інформації та аналізу виявлених закономірностей. Такими формами є статистичні таблиці і графіки.

В статистиці широко застосовуються математичні методи. Це пояснюється тим, що статистика визначає величину, розміри суспільних явищ, вивчає їх кількісну сторону у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною. Математика і статистика мають спільні методи обробки і оцінювання даних, але різні предмети пізнання. Математика вивчає закономірності масових явищ в абстрактній формі, а статистика як суспільна наука характеризує розміри і співвідношення суспільних явищ у конкретних умовах їх існування і розвитку.

Як суспільна наука статистика не може розвиватись окремо від теоретичних наук про суспільство, зокрема економічної теорії та соціології. Спираючись на суть, якісну природу явищ, через узагальнення масових даних статистика вивчає характер і дію основних законів у реальному житті, проводить прогностні розрахунки, які конче необхідні при обґрунтуванні напрямів соціально-економічної політики.

Суспільство в процесі свого розвитку ставить перед статистикою нові завдання, вимагає від неї більш широкого охоплення явищ і процесів суспільного життя. Це сприяє розвитку статистики і формуванню її галузей.

### ***5. Організація і завдання статистики***

Вивченням економічного і соціального розвитку країни, окремих її регіонів, галузей, об'єднань, фірм, підприємств займаються спеціально створені для цього органи, сукупність яких називається статистичною службою. В Україні функції статистичної служби виконують органи державної статистики і органи відомчої статистики.

Централізоване керівництво веденням статистики в нашій країні здійснює спеціально уповноважений центральний орган виконавчої влади в галузі статистики, який утворюється відповідно до статті 106 Конституції України. З

1997 року функції державного управління у сфері статистики здійснює Державний комітет статистики України (Указ Президента України "Про утворення Державного комітету статистики України" від 29.07.97 за № 734/97).

До складу Державного комітету статистики України входять наступні структурні підрозділи:

1. Департамент макроекономічної статистики.
2. Департамент статистики виробництва.
3. Департамент структурної статистики та статистики підприємств.
4. Департамент статистики послуг.
5. Департамент статистики сільського господарства та навколишнього середовища.
6. Департамент обстежень домогосподарств.
7. Департамент статистики торгівлі.
8. Департамент статистики праці.
9. Департамент статистики населення та регіональної статистики.
10. Департамент статистики цін.
11. Департамент інформаційних технологій.
12. Департамент координації статистичної діяльності та поширення інформації.
13. Департамент статистичної методології.
14. Департамент комунікацій, забезпечення доступу до публічної інформації та міжнародного співробітництва.
15. Департамент фінансово-економічного забезпечення.
16. Департамент кадрово-організаційного забезпечення.
17. Департамент адміністративно-господарського забезпечення.
18. Управління бухгалтерського обліку та звітності.
19. Відділ правового забезпечення, запобігання та виявлення корупції.
20. Сектор режимно-секторної роботи.
21. Сектор внутрішнього аудиту.
22. Сектор захисту інформації.

Всередині департаментів є ряд відділів. Зазначені органи становлять єдину систему органів державної статистики України.

Держкомстат України виконує роботу зі збирання, опрацювання та аналізу науково обґрунтованих даних, що характеризують економічний і соціальний розвиток країни, хід виконання державних і регіональних програм, пов'язаних із рішенням важливих народногосподарських проблем. Ці дані подаються у встановлені терміни до Верховної Ради, адміністрації Президента, Кабінету Міністрів України, місцевих органів державної виконавчої влади, представницьких органів регіонального самоврядування, міністерств, відомств, інших керівних органів.

Організацію статистичної роботи на місцях здійснюють територіальні органи статистики. Функціональними органами державної статистики є підприємства, установи та організації, що утворюються відповідно до законодавства Держкомстатом України і знаходяться у сфері його управління.

Повноваження і функції органів державної статистики визначені Законом України "Про державну статистику" (2000 р.). Цей Закон регулює правові відносини в галузі статистики і ведення обліку, визначає організацію та основні завдання державної статистики, порядок подання і використання статистичних даних, а також права, обов'язки і відповідальність органів державної статистики.

Відповідно до статті 12 Закону України "Про державну статистику" основними завданнями органів державної статистики є:

- участь у формуванні державної політики в галузі статистики та забезпечення її реалізації;

- збирання, опрацювання, аналіз, поширення, збереження, захист та використання статистичної інформації щодо масових економічних, соціальних, демографічних, екологічних явищ і процесів, які відбуваються в Україні та її регіонах;

- забезпечення надійності та об'єктивності статистичної інформації;

- розроблення, вдосконалення і впровадження статистичної методології;

- забезпечення розроблення, вдосконалення та впровадження системи державних класифікаторів техніко-економічної та соціальної інформації, які використовуються для проведення статистичних спостережень;

- створення і ведення Єдиного державного реєстру підприємств та організацій України та реєстрів респондентів статистичних спостережень;

- впровадження новітніх інформаційних технологій з опрацювання статистичної інформації;

- взаємодія інформаційної системи органів державної статистики з інформаційними системами державних органів, органів місцевого самоврядування, інших юридичних осіб, міжнародних організацій та статистичних служб інших країн шляхом взаємного обміну інформацією, проведення методологічних, програмно-технологічних та інших робіт, спрямованих на ефективне використання інформаційних ресурсів;

- координація дій державних органів, органів місцевого самоврядування та інших юридичних осіб у питаннях організації діяльності, пов'язаної із збиранням та використанням адміністративних даних;

- забезпечення доступності, гласності й відкритості статистичної інформації, її джерел та методології складання;

- збереження і захист статистичної інформації.

Центральний орган виконавчої влади, що реалізує державну політику у сфері статистики, який утворюється відповідно до статті 106 Конституції України, здійснює також облік державних закупівель шляхом збирання інформації про заплановані закупівлі та результати процедур закупівель, у тому числі торги (конкурсні торги), що не відбулися.

Протягом десятиріч державна статистика була і залишається найрозвиненішою системою надання інформації, її частка за обсягом інформації, яка надається, є найбільшою, а тематика охоплює практично всі аспекти суспільного життя. В умовах зміни соціально-політичної ролі

статистики як чинника формування суспільної свідомості особливого значення набуває розширення гласності і доступності зведеної статистичної інформації при збереженні конфіденційності індивідуальних даних. Це є один із необхідних напрямків демократизації суспільства.



### *Питання для самоконтролю*

1. Які статистичні роботи здійснювали в стародавні часи?
2. Хто і коли поклав початок описовому напрямку в статистиці, в чому полягає його суть і яка його назва?
3. З якого часу статистика почала розвиватися як наука? Яку роль у розвитку статистики відіграв В. Петті?
4. Дайте означення предмета статистики. Чим відрізняється предмет статистики від предмета інших суспільних наук?
5. У чому виражаються суть і особливості закономірностей?
6. Назвіть коло суспільних явищ, що вивчає статистика.
7. Яку роль відіграє статистика в соціально-економічних дослідженнях та в розвитку інших суспільних наук?
8. Чому статистика вивчає соціально-економічні явища в динаміці, у розвитку?
9. Чому статистика вивчає масові процеси? Як ви розумієте принцип масовості?
10. Що таке статистична сукупність? Чим відрізняється статистична сукупність від будь-якої іншої?
11. Які існують види статистичних ознак?
12. У чому полягає суть статистичної методології?
13. Які етапи виокремлюють у статистичному дослідженні?
14. Назвіть специфічні методи статистичного дослідження явищ.
15. Які галузі статистики Ви знаєте?
16. Що об'єднує всі галузі статистики в одну науку.
17. Що таке статистичні показники?
18. Чи ідентичні поняття ознаки і статистичного показника?
19. Які основні завдання статистики в умовах ринкової економіки?
20. В чому полягають основні функції статистики?



### *Контролюючі тести*

1. Предмет статистики – це:  
а) сукупність явищ та процесів; б) кількісні показники;  
в) якісні показники.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) а, б.

2. Під статистичною сукупністю розуміють:

а) безліч фактів суспільного життя;

б) масу однорідних у певному відношенні елементів, які мають єдину якісну основу, але різняться між собою певними ознаками;

в) сукупність різнорідних одиниць, які характеризуються різними ознаками.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) а, б.

3. Ознака – це:

а) якісна характеристика статистичного показника;

б) це статистичний еквівалент властивостей, притаманних елементам сукупності;

в) кількісна характеристика статистичного показника.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) а, б.

4. Стаж роботи працівників підприємства є ознакою:

а) атрибутивною;

б) кількісною;

в) альтернативною;

г) дискретною.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

5. Стать робітників підприємства є ознакою:

а) атрибутивною;

б) кількісною;

в) альтернативною;

г) дискретною.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) б, г.

6. Частка міського населення в загальній чисельності населення є показником:

а) первинним;

б) інтервальним;

в) похідним;

г) моментним.

Відповіді: 1) а, б; 2) б, в; 3) а, г; 4) в, г.

7. Обсяг доходу підприємства за місяць є показником:

а) первинним;

б) інтервальним;

в) похідним;

г) моментним.

Відповіді: 1) а, б; 2) б, в; 3) а, г; 4) в, г.

8. На другому етапі статистичного дослідження використовуються методи:

а) групування;

б) метод середніх величин;

в) метод масового спостереження;

г) вибірковий метод.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

9. Центральним органом державної статистики є:

- а) Державний комітет статистики України;
- б) Міністерство статистики України;
- в) Верховна Рада України.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) а, в.

10. Закономірність – це:

- а) коливання, зміна кількісних значень ознак одиниць сукупності;
- б) повторюваність, порядок появи певних подій в явищах;
- в) характеристика одиниці статистичної сукупності;
- г) множина подібних між собою явищ.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

## **Тема 2. Статистичне спостереження**

**1. *Поняття про статистичне спостереження.***

**2. *Програмно-методологічні та організаційні питання статистичного спостереження.***

**3. *Форми статистичного спостереження.***

**4. *Види та способи спостереження.***

**5. *Помилки спостереження та способи їх виправлення.***

### **1. *Поняття про статистичне спостереження***

Першим етапом статистичного дослідження є збір статистичної інформації про соціально-економічні процеси, тобто статистичне спостереження.

*Статистичне спостереження* – це планомірний, науково організований процес збирання даних щодо масових явищ і процесів, які відбуваються в економічній, соціальній та інших сферах життя, шляхом їх реєстрації за спеціальною програмою, розробленою на основі статистичної методології. Від інших методів збирання даних статистичне спостереження відрізняється характером і масовістю даних та способами їх отримання. Крім безпосередньої реєстрації (вимірювання, підрахунок, оцінка) широко застосовується вивчення суспільної думки на підставі опитування.

Відповідно до Закону України "Про внесення змін до Закону «Про державну статистику»" (стаття 9) статистичні спостереження в нашій країні проводяться органами державної статистики через збирання статистичної звітності, здійснення одноразових обліків, переписів (опитувань), вибіркового та інших обстежень

Органи державної статистики зобов'язані організувати і проводити статистичні спостереження за соціально-економічними і демографічними

процесами, екологічною ситуацією в Україні та її регіонах.

Статистична інформація, отримана у процесі державних статистичних спостережень, а також первинні дані, отримані у процесі інших статистичних спостережень, є державною власністю, що знаходиться в оперативному управлінні органів державної статистики, які володіють, використовують і розпоряджаються цією статистичною інформацією, визначають правила її збирання, поширення, збереження, захисту та використання.

Спостереження є фундаментом статистичного дослідження. В процесі спостереження формуються дані, які на наступних етапах підлягають обробці і аналізу. Від якості даних спостереження залежать результати подальшого статистичного дослідження. Тому вони мають відповідати певним *вимогам*.

Перша вимога – це вірогідність даних, тобто їх відповідність реальному стану. Вірогідність даних статистичного спостереження забезпечується багатьма умовами. Це компетентність працівника який здійснює спостереження, досконалість інструментарію (бланки інструкції, система оціночних показників), зацікавленість і готовність об'єкту та ін. На жаль, ця вимога не завжди додержується як на мікро-, так і на макрорівні. На мікрорівні типовими є приховування частини доходів від оподаткування як юридичними, так і фізичними особами. Або інший приклад: перебільшення розміру кредитних ресурсів комерційних банків для забезпечення нормативного мінімуму, встановленого Нацбанком України.

Друга вимога – це повнота даних як за їх обсягом, так і по суті. Повнота забезпечується, по-перше, охопленням одиниць досліджуваної сукупності, по-друге, системним добором кількох взаємозалежних ознак явища, і по-третє, при вивченні явища у часі повнота передбачає одержання даних за максимально тривалі періоди.

Третя вимога – своєчасність даних. Інформація має дійти до користувача, перш ніж застаріє, інакше вона втрачає корисність.

Четверта вимога – порівнянність даних у часі або у просторі. Дані повинні бути порівнянними: за складом сукупності (забезпечення співставимості показників при структурних зрушеннях – змінах у складі елементів досліджуваної сукупності); за одиницями вимірювання (особливо це стосується вартісних показників в умовах зберігання високої інфляції або внаслідок грошової реформи); за методикою збирання даних та обчислення статистичних показників; за територіальною належністю одиниць.

П'ятою вимогою є доступність даних. Доступ до статистичної інформації забезпечується шляхом: систематичної публікації її в друкованих виданнях; поширення її засобами масової інформації; безпосереднього її надання органам державної влади та органам місцевого самоврядування, іншим юридичним, а також фізичним особам. Порядок та умови доступу до статистичної інформації визначаються в ст. 24 Закону України "Про внесення змін до Закону «Про державну статистику»".

Одержання якісних статистичних даних значною мірою залежить від того, на якому рівні збирається відповідна інформація. В Україні діють дві

системи: централізована (загальнодержавна) та децентралізована (відомча, окремих економічних структур). Централізована система збирання має ширші можливості для якісного спостереження: наукову методику, кваліфіковані кадри, технічне забезпечення тощо. Проте децентралізована система є оперативнішою завдяки меншій тривалості часу між збиранням даних і використанням готової статистичної інформації.

Статистичне спостереження здійснюється в три етапи:

1. *Підготовка спостереження* – найвідповідальніший етап, оскільки тут постають і вирішуються основні методологічні та організаційні питання: хто, де, коли проводить спостереження і що для цього необхідно. Тобто на першому етапі складається докладний план статистичного спостереження.

2. *Реєстрація статистичних даних*. На цьому етапі здійснюється безпосередній процес збирання даних, який потребує чіткої взаємодії, координованості всіх виконавчих служб. Від якості збирання залежать точність, повнота, вірогідність та своєчасність статистичної інформації.

3. *Формування бази даних*. Цей етап передбачає контроль та нагромадження даних спостереження, а також їх збереження. На цьому етапі відпрацьовується система оперативного доступу та пошуку необхідних даних.

## **2. Програмно-методологічні та організаційні питання статистичного спостереження**

Статистичне спостереження проводиться у відповідності з *планом статистичного спостереження*, що містить програмно-методологічні та організаційні питання. План статистичного спостереження включає широке коло питань методики та організації збору статистичної інформації, контролю її якості і вірогідності.

Розробка *програмно-методологічних* питань плану спостереження полягає в науково-практичному обґрунтуванні та визначенні суті явища, умов його формування та прояву. Крім того, добирається система ознак, що характеризують явище, ураховується можливість їх кількісної обробки та перевірки на точність.

Комплекс програмно-методологічних питань може бути поданий у послідовності їх появи та розв'язування (рис. 2.1).

*Мета спостереження* – отримання статистичних даних, які є підставою для узагальнення характеристики стану та розвитку явища або процесу з визначенням відповідної закономірності.

Відповідно до мети визначають об'єкт і одиниці спостереження. *Об'єкт спостереження* – це сукупність явищ, що вивчаються в процесі спостереження. Чітке визначення суті та меж об'єкта дозволяє запобігти різному тлумаченню результатів спостереження. Для цього застосовуються *цензи*. *Ценз* - це набір певних кількісних обмежувальних ознак, за допомогою яких ті чи інші об'єкти відносять до досліджуваної сукупності. Так, наприклад, за допомогою вікового



цензу населення відноситься до працездатного або пенсійного.



Рисунок 2.1 – Програмно-методологічні питання статистичного спостереження

Щоб грамотно і методично правильно визначити об'єкт спостереження, в плані повинні обумовлюватись його матеріальні, адміністративно-правові, територіальні та часові межі, в яких проводитиметься спостереження. Наприклад, при вивченні суб'єктів малого бізнесу слід обґрунтувати, яка сукупність буде досліджуватись. Це може бути сукупність всіх зареєстрованих підприємств малого бізнесу або лише діючих. Інша проблема – який суб'єкт бізнесу слід вважати малим? В Україні малими (незалежно від форми власності) визнаються підприємства, у яких середньооблікова чисельність працюючих за звітний (фінансовий) рік не перевищує 50 осіб, а обсяг валового доходу від реалізації продукції (робіт, послуг) за цей період не перевищує 70 млн. гривень. Звідси цензом буде максимально припустима кількість зайнятих та обсяг валового доходу від реалізації продукції (робіт, послуг).

Характерною особливістю об'єкта статистичного спостереження є те, що його не можна вивчати в цілому. Вивчення об'єкта передбачає виділення в його складі окремих одиниць, які підлягають спостереженню.

Об'єкт спостереження як сукупність складається з окремих одиниць. *Одиниця сукупності* – це складовий елемент об'єкту спостереження, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації в процесі даного спостереження.

Від одиниці сукупності слід відрізняти одиницю спостереження. *Одиниця спостереження* – це джерело інформації, від якого мають одержати відомості про одиниці сукупності. Одиницею спостереження може бути підприємство, людина, факт, предмет, процес тощо.

Якщо елемент об'єкта спостереження є одночасно і носієм ознак, що підлягають реєстрації і джерелом одержання інформації, то одиниця сукупності і одиниця спостереження співпадають. Наприклад, при вивченні платоспроможного попиту одиницею сукупності є покупець і якщо реєстратор звертається до нього з питанням, то він одночасно є джерелом інформації, тобто одиницею спостереження. Можливі ситуації, коли одиниця спостереження і одиниця сукупності не співпадають. Так, при проведенні перепису промислового устаткування одиницею сукупності є одиниця устаткування, оскільки реєструються ознаки, що відносяться до верстата чи механізму, а одиницею спостереження є окреме промислове підприємство, від якого одержують інформацію.

Важливим питанням плану статистичного спостереження є його програми. *Програма спостереження* – це перелік питань, на які намічають дістати відповіді в процесі спостереження відносно кожної одиниці спостереження. Програма статистичного спостереження має бути підпорядкована меті і завданням дослідження і включати лише ті питання чи ознаки, що відображають суть явищ, які вивчаються.

Для реалізації програми статистичного спостереження розробляється статистичний інструментарій. *Статистичний інструментарій* – це набір статистичних формулярів, а також інструкцій і роз'яснень щодо проведення спостереження, реєстрації даних.

*Статистичний формуляр* – це обліковий документ, що містить адресну характеристику об'єкта спостереження та статистичні дані про нього. Статистичні формуляри можуть мати форму статистичного звіту, переписного або опитувального листа, анкети, картки або простого бланку.

Застосовують *індивідуальний (картковий)* та *списковий формуляри*. В індивідуальному формулярі записують відомості лише про одну одиницю спостереження, у формулярі-списку про певну їх множину. Спискова форма статистичного формуляра більш економічна, ніж індивідуальна, і зручніша для перевірки та автоматизованої обробки.

Забезпечити правильні відповіді на поставлені в статистичному формулярі питання допомагає *інструкція*, тобто сукупність роз'яснень і вказівок щодо програми спостереження. Залежно від складності програми спостереження інструкція може бути окремим документом або написана на формулярі спостереження. Коротка і чітка інструкція забезпечує успішне проведення спостереження.

Організаційна частина плану статистичного спостереження включає перелік заходів, які забезпечують успішне виконання роботи зі збирання і обробки матеріалів. Організаційні питання статистичного спостереження стосуються визначення місця, часу і органів спостереження, календарю

спостереження, графіку підготовки та інструктажу кадрів, матеріально-технічної бази спостереження, системи контролю результатів спостереження (рис. 2.2). Організаційні питання тісно пов'язані з програмно-методологічними і залежать від мети та умов обстеження.



Рисунок 2.2 – Організаційні питання статистичного спостереження

Насамперед з'ясується, на які органи покладено відповідальність за проведення обстежень, їх підготовку (організатори і виконавці), визначаються права і обов'язки виконавців. Залежно від масштабності об'єкта спостереження, а також зацікавленості щодо його результатів можна виділити такі групи органів:

1. Державний комітет статистики України та його регіональні відділення проводять державні обстеження на макрорівні. До таких обстежень належать переписи (населення, земельного фонду, технологій тощо), обстеження соціально-демографічного та економічного характеру (обстеження міграційних потоків населення, зайнятості населення, бюджетів господарств, діяльності суб'єктів бізнесу тощо).

2. Статистичні відділи міністерств і відомств проводять державні

обстеження локального та тематичного характеру. Наприклад обстеження, що їх проводять Головна податкова адміністрація, Комітет митного контролю, Державна служба приватизації майна тощо.

3. Спеціальні інститути, агентства, міжнародні організації поводять обстеження, що ґрунтуються на вивченні суспільної думки або мотивації та оцінок окремих суб'єктів суспільно-економічного життя (Інститут соціології НАН України, філіал Інституту суспільної думки Геллапа, Міжнародний інститут соціології, Міжнародна організація праці та ін.).

Аналітичні відділи окремих економічних структур (підприємств, організацій, фірм, банків, бірж, страхових кампаній тощо) проводять обстеження на мікрорівні, які мають маркетингове або контролююче спрямування.

Наступним питанням є обґрунтування місця спостереження. *Місцем спостереження* вважають пункт, де безпосередньо реєструються ознаки окремих одиниць сукупності. Здебільшого воно збігається з місцем знаходження одиниць спостереження. Наприклад, статистичну звітність підприємств, організацій та установ складають за місцем їх знаходження. Проте місце спеціально організованого спостереження треба визначати точно, тому що можуть бути різні тлумачення місця його проведення. Так, наприклад, перепис населення здійснюють за місцем проживання, а не за місцем роботи.

Для забезпечення вірогідності та своєчасності інформації слід вирішити питання часу та періоду спостереження.

*Час спостереження (об'єктивний час)* – це час, до якого належать дані спостереження. Статистичні дані характеризують досліджуване явище або за певний період часу, або на певний момент часу. Якщо об'єктом спостереження є процес, то обирається інтервал часу, за який нагромаджуються дані. Якщо об'єктом спостереження є певний стан, то обирається момент часу, станом на який здійснюється реєстрація даних. Наприклад, виробництво продукції враховується за певний період часу (декада, місяць, квартал, півріччя, рік), а наявність житлового фонду чи дитячих дошкільних закладів – на певну дату. Момент часу, станом на який проводиться реєстрація ознак одиниць спостереження, називається *критичним моментом*. Так, критичним моментом перепису населення 2001 року була 12 година ночі з 4 на 5 грудня.

В плані вказується термін проведення спостереження, тобто час початку і закінчення збирання даних. Період, протягом якого реєструються ознаки об'єкта спостереження, називають *суб'єктивним часом*. При перепису населення він становив 10 днів (з 5 по 14 грудня). Якщо строк подання місячного звіту 5 лютого, то суб'єктивний час, тобто час складання звіту, буде з 1 по 5 лютого, а об'єктивний – один місяць (січень). Суб'єктивний час повинен бути по можливості коротшим і максимально наближеним до критичного моменту.

В організаційному плані визначаються джерела та способи одержання даних в процесі спостереження. З метою одержання статистичної інформації органи державної статистики можуть використовувати такі джерела інформації:

- первинні та статистичні дані щодо респондентів, які підлягають статистичним спостереженням;
- адміністративні дані органів державної влади, органів місцевого самоврядування, інших юридичних осіб;
- дані банківської і фінансової статистики;
- статистична інформація міжнародних організацій та статистичних служб інших країн тощо.

Рішення щодо вибору джерела статистичної інформації приймається органами державної статистики самостійно, з урахуванням якості і своєчасності подання інформації, витрат, а також обов'язків, які виникають у зв'язку з цим у респондентів.

### 3. *Форми статистичного спостереження*

З точки зору організації статистичного спостереження розрізняють три основні організаційні форми спостереження: *звітність, спеціально організоване статистичне спостереження та реєстри* (рис. 2.3).



Рисунок 2.3 – **Форми статистичного спостереження**

*Статистична звітність* є основним джерелом інформації про соціально-економічні явища та процеси. Вона надається в органи статистики для проведення державних статистичних спостережень у вигляді документів (звітів) спеціально затвердженої форми.

У ній передбачається система чітко регламентованих показників, які характеризують діяльність підприємств, установ та організацій. Відповідно до Закону України “Про державну статистику” статистична звітність складається усіма юридичними особами, а також фізичними особами, що займаються підприємницькою діяльністю. Порядок надання статистичних даних

визначається у формах державної звітності, які затверджуються Держкомстатом України.

Звітність характеризується такими властивостями, як обов'язковість, систематичність, вірогідність.

*Обов'язковість* – подання звітів обов'язкове для всіх зареєстрованих суб'єктів діяльності з додержанням уніфікованої форми, затвердженого переліку показників, із зазначенням реквізитів підзвітного об'єкту (назви, адреси, прізвища та підпису відповідальної особи, дати складання звіту).

*Систематичність* передбачає регулярне, своєчасне складання та подання звітності в затвержені терміни.

*Вірогідність* – дані, наведені у звітності, мають відповідати дійсності й виключати будь-які викривлення (приховування та приписки). За вірогідність поданих даних суб'єкти діяльності несуть юридичну відповідальність.

За різними ознаками статистичну звітність поділяють на окремі види. Насамперед розрізняють типову і спеціалізовану звітність.

*Типова звітність* має єдину форму і зміст для всіх підприємств і організацій незалежно від форми власності та відомчого підпорядкування. Наприклад, форма № 1-ПВ «Звіт з праці».

*Спеціалізована звітність* властива тим підприємствам чи окремим виробництвам, що мають свої специфічні властивості. Наприклад, №85-к (річна) «Звіт дошкільного навчального закладу за 20\_\_ рік».

Залежно від рівня затвердження та призначення звітність поділяється на зовнішню і внутрішню.

*Зовнішня* затверджується та збирається органами державної статистики, міністерствами та відомствами, *внутрішня* – розробляється самим суб'єктом діяльності для власних оперативних, управлінських та аналітичних потреб.

За періодичністю подання звітність буває *поточна* (тижнева, декадна, місячна, квартальна), яка охоплює показники поточної діяльності суб'єктів, і *річна*, що підбиває головні підсумки фінансово-виробничої діяльності суб'єктів за рік.

Залежно від терміновості звіти можуть подаватись такими способами: *поштою, телетайпом, електронною поштою*.

За порядком проходження звітність поділяють на централізовану і децентралізовану. *Централізована звітність* проходить через систему державної статистики, де обробляється і передається відповідним органам управління. Тобто міністерства і відомства цю звітність підвідомчих підприємств не розробляють, а одержують у готовому вигляді від органів державної статистики.

*Децентралізована звітність* опрацьовується у відповідних міністерствах чи відомствах, а зведену інформацію подають статистичним органам.

Статистична звітність складається на основі даних бухгалтерського обліку. Перелік форм звітності, періодичність складання і терміни подачі звітів регулюються Табелем форм статистичної звітності. Порядок заповнення форм статистичної звітності встановлюється Держкомстатом України і регулюється

відповідними інструкціями.

*Спеціально організовані статистичні* спостереження охоплюють ті сторони суспільного життя, які не відобразились у звітності. До них належать переписи, одноразові обліки, спеціальні обстеження, опитування.

*Переписи* проводяться періодично або одноразово і дають повну характеристику масового явища станом на якусь дату або певний момент часу. Класичним прикладом є перепис населення який в більшості країн світу проводиться з інтервалом в 10 років. В Україні перший за часів незалежності перепис населення був проведений станом на 5 грудня 2001 року. Черговий перепис населення планується провести у 2016 році.

Перепис населення дає інформацію про віковий і національний склад населення, сімейний стан, джерела засобів існування, житлові умови тощо. У переписах, крім статистиків, беруть участь спеціально підготовлені реєстратори чи обліковці, які записують дані опитування в статистичні формуляри.

*Обліки* – суцільні спостереження масових даних, які ґрунтуються на даних огляду, опитування та документальних записів. Прикладом можуть бути облік поголів'я худоби за видами, групами і категоріями господарств, а також облік земельного фонду за видами угідь, якістю ґрунту, категоріями господарств тощо.

*Спеціальні обстеження* – переважно несучільне обстеження масових явищ згідно з певною тематикою, що виходить за межі звітності. Вони можуть бути періодичними або одноразовими. Наприклад, спеціальні статистичні обстеження застосовуються для обстеження бюджетів сімей різних соціальних прошарків населення, обстеження бюджету часу населення, обстеження з питань неформальної зайнятості населення, маркетингові дослідження тощо.

*Опитування* – це, як правило, несучільне спостереження з метою вивчення думок, мотивів, оцінок, що реєструються зі слів респондентів. Винятком є суцільне опитування всього населення – референдум – масове волевиявлення щодо принципових соціально-економічних та політичних питань. Опитування можуть здійснюватись у різних формах: усній (інтерв'ю), письмовій (анкетування), заочній (поштової, телефонні).

Третьою формою статистичного спостереження є *статистичний реєстр* – це список або перелік одиниць певного об'єкта спостереження із зазначенням необхідних ознак, який складається та оновлюється під час постійного відстежування. У теперішніх планах державної статистики передбачається складання єдиних державних реєстрів: населення, суб'єктів діяльності, домашніх господарств, земельного фонду, технологій. Так, наприклад, органи державної статистики ведуть єдиний державний реєстр підприємств і організацій України, що уявляє собою автоматизовану систему збирання, накопичення та опрацювання даних про всіх юридичних осіб, їх філії, відділення, представництва та інші відособлені структурні підрозділи, що знаходяться на території України, а також про юридичних осіб, їх філії, відділення, представництва та інші відособлені структурні підрозділи, що знаходяться за межами України і створені за участю юридичних осіб України.

Реєстр населення дозволяє нагромаджувати, зберігати та оновлювати паспортні та податкові відомості про кожного мешканця України. Такі реєстри використовуються як база даних для складання списків військовозобов'язаних, виборців, платників податків тощо.

#### 4. Види та способи спостереження

Різноманітність соціально-економічних явищ потребує застосування різних видів спостереження. Різновид спостереження визначається ознакою групування. Класифікація статистичних спостережень здійснюється за декількома ознаками (рис. 2.3).

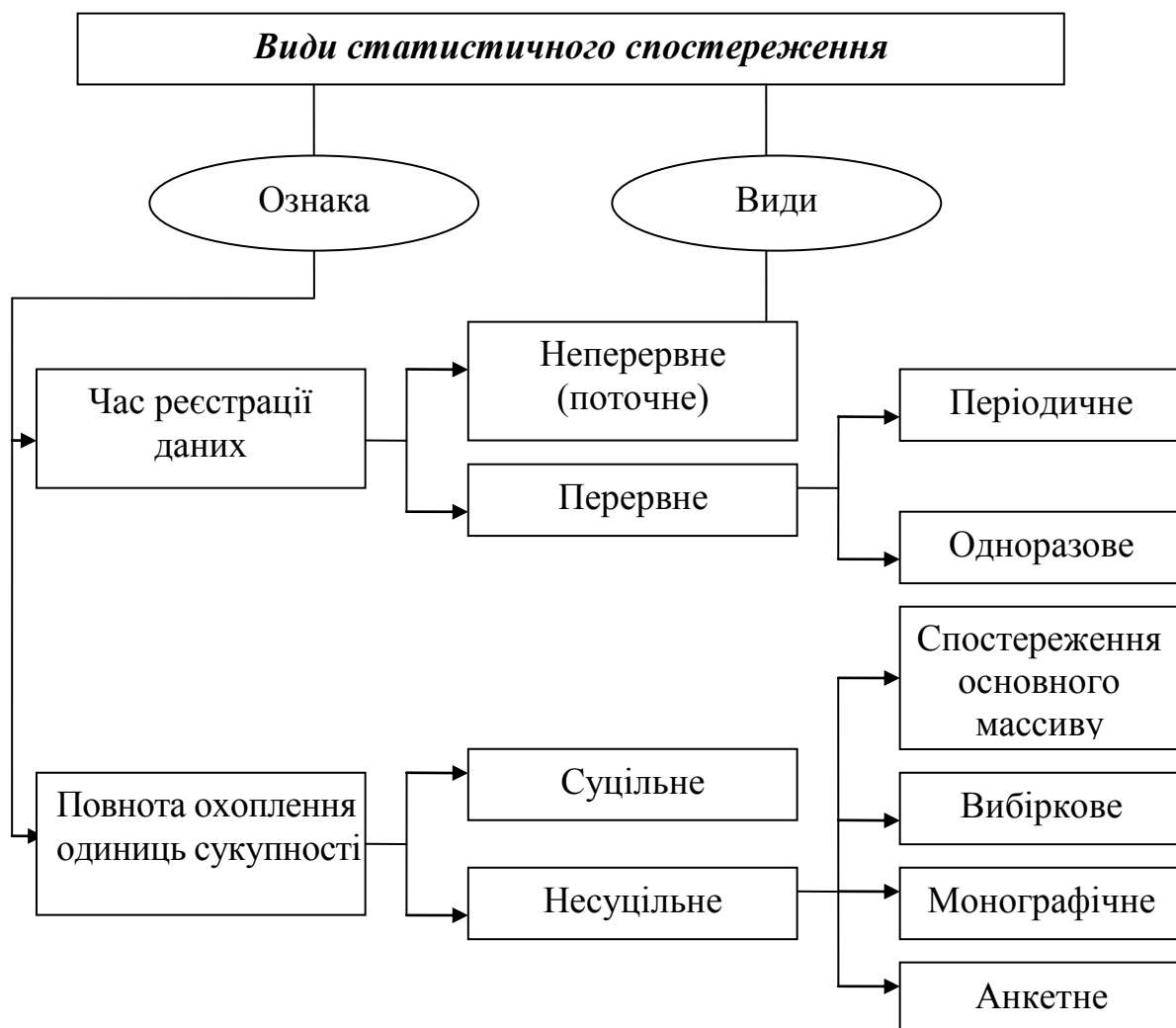


Рисунок 2.3. – Класифікація видів статистичного спостереження

За часом реєстрації даних статистичне спостереження поділяють на поточне (неперервне) і перервне, яке поділяється на періодичне і одноразове.

Поточне спостереження полягає у систематичній реєстрації фактів по мірі їх виникнення або збирання фактів щодо безперервного процесу. Так



здійснюється облік витрачених на виробництво матеріалів, реалізації товарів, реєстрація народжених і померлих тощо.

*Періодичне спостереження* проводиться регулярно, здебільшого через певні (як правило, рівні) проміжки часу. Прикладом можуть бути різного роду переписи, що проводяться в нашій країні з певною періодичністю: перепис населення, перепис обладнання, перепис виробничих площ, а також тематичне обстеження суб'єктів бізнесу.

*Одноразове спостереження* проводять епізодично по мірі виникнення потреби в дослідженні явища чи процесу з метою вирішення певних соціально-економічних завдань. Наприклад, маркетингове дослідження щодо адаптації товару до місцевого ринку, або вивчення думки населення щодо впровадження страхової медицини.

*За повнотою охоплення одиниць сукупності* спостереження поділяють на суцільне і несучільне. При *суцільному* спостереженні обстеженню і реєстрації підлягають усі без винятку елементи сукупності, а при *несучільному* спостереженні обліку підлягають не всі елементи, а тільки певна їх частина.

Несучільні спостереження поділяють на такі види: спостереження основного масиву, вибіркоче, монографічне, анкетне.

*Спостереження основного масиву* охоплює переважну частину елементів сукупності, обсяг значень істотної ознаки у яких визначає розмір явища, тобто при обстеженні відкидають певну кількість одиниць, які не можуть істотно вплинути на характеристику сукупності в цілому.

При *вибірковому спостереженні* також досліджуються не всі елементи сукупності, а тільки певна, випадково відібрана їх частина. Прикладом можуть бути вибіркові обстеження підприємств малого бізнесу, бюджетів домашніх господарств, рівня знань студентів закладів освіти та ін.

*Монографічне* спостереження передбачає детальне обстеження лише окремих типових елементів сукупності. До цього вдаються з метою поглибленого вивчення тих сторін суспільного життя, які не були висвітлені масовим обстеженням. Прикладом може бути вивчення позитивного досвіду будь-якого суб'єкту діяльності або, навпаки, дослідження певних негативних сторін його діяльності (наприклад, банкрутство підприємства).

*Анкетні* спостереження полягає у розповсюдженні в соціальних і демографічних дослідженнях, при вивченні громадської думки щодо різноманітних соціальних питань, таких як умови праці і відпочинку, житлові умови, організація громадського харчування тощо.

*Способи статистичного спостереження* поділяють на безпосереднє, документальне і опитування (рис. 2.4).

*Безпосередній облік* фактів передбачає безпосередній огляд, перелік, вимірювання, зважування тощо. Таким чином ведеться облік товарних залишків на складах, інвентаризацію майна, облік готівкової грошової маси в банках тощо. Проте більшість явищ і процесів суспільного життя не підлягають прямому вимірюванню. У таких випадках застосовуються інші два способи.

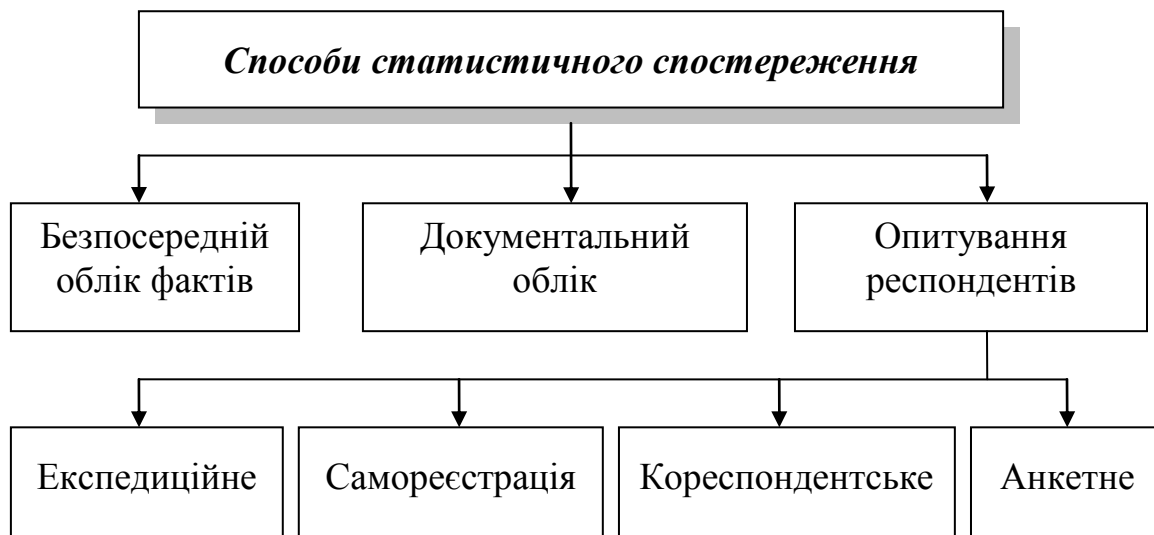


Рисунок 2.4 – Способи статистичного спостереження

*Документальний облік* ґрунтується на даних різноманітних документів первинного обліку. Найбільш широкого вжитку він набув при складанні статистичної звітності.

*Опитування респондентів* – це таке спостереження, при якому відповіді на питання формуляра записують зі слів респондента. Опитування буває експедиційне, самореєстрація, кореспондентське і анкетне.

При *експедиційному опитуванні* спеціально підготовлені реєстратори заповнюють формуляри спостереження і одночасно перевіряють правдивість відповідей на питання.

*Самореєстрація* – це опитування, при якому респонденти самі заповнюють статистичні формуляри. Працівники статистичних органів лише інструктують їх і перевіряють правильність одержаних відповідей.

*Кореспондентське* опитування здійснюють спеціальні дописувачі, які заповнюють формуляри згідно з інструкцією і передають відомості статистичним органам.

При *анкетному* опитуванні анкети респондентам вручають особисто або висилають поштою.

Опитування може проводитись також у формі *інтерв'ю*. Цей спосіб допускає довільність відповідей респондентів на поставлені питання, з'ясування їх думок.

Окремі види та способи спостереження можуть використовуватись у комплексі, не виключаючи один одного, залежно від підготовленості до певного методу спостереження, сучасних досягнень щодо методології та організації статистичних спостережень.

У кожному конкретному дослідженні вибір форми, виду і способу спостереження визначається характером досліджуваного явища, відповідно до вимог щодо ступеня точності показників, кадровими і фінансовими можливостями та іншими чинниками.

## 5. Помилки спостереження та способи їх виправлення

Проблема надання органам державного управління, окремим підприємствам та організаціям, науковцям та фахівцям надійної, достовірної та репрезентативної статистичної інформації завжди була і залишається центральною у теорії та практиці статистичної науки.

Точністю вважається міра відповідності даних спостереження дійсній їх величині, достовірністю – міра об'єктивного відображення суті явищ і процесів. Чим ближче значення показників, отриманих в результаті спостереження, їх фактичним значенням, тим вище точність статистичного спостереження.

Розбіжності між даними спостереження і дійсним значенням показників, що вивчаються, називають *помилками спостереження*, які можна класифікувати на кілька груп.

Розрізняють помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

*Помилки репрезентативності* мають місце тільки при вибірковому спостереженні. Вони виникають внаслідок того, що відібрана для обстеження частина сукупності не досить точно відображає всю досліджувану сукупність.

*Помилки реєстрації* – це помилки, які виникли внаслідок неправильного встановлення фактів, або неправильного їх запису, або того і іншого разом. Вони допускаються як при суцільному так і несцільному спостереженні. Помилки реєстрації можуть бути випадковими або систематичними.

*Випадкові* помилки виникають внаслідок дії випадкових непередбачуваних причин і спричиняють відхилення даних в сторону збільшення чи зменшення. Такі помилки частіше бувають ненавмисними, вони не є небезпечними, оскільки вплив їх на узагальнюючі показники урівноважується.

*Систематичні* помилки виникають з якоїсь певної причини і діють, як правило, в одному напрямку: або заниження, або завищення. Причиною може бути несправність вимірювальних приладів, неправильне розуміння реєстратором окремих вказівок щодо заповнення бланків та ін. Систематичні помилки можуть бути навмисними і ненавмисними. Систематичні навмисні помилки реєстрації виникають внаслідок свідомого, навмисного викривлення фактів з певною метою. Це приписки в звітах, зроблені навмисно.

Службові особи, які винні у несвоєчасному поданні або перекрученні даних державних статистичних спостережень, притягаються до дисциплінарної, матеріальної або кримінальної відповідальності.

Для одержання правильної характеристики питань, що поставлені перед статистичним спостереженням, необхідний контроль його матеріалів. Вихідним моментом тут є перевірка повноти зібраних даних із різних джерел, а також контроль заповнення всіх реквізитів статистичних формулярів.

При контролі достовірності статистичних даних, повноти і якості зібраної інформації застосовують різні способи арифметичної і логічної перевірки.

*Арифметичний контроль* передбачає перевірку даних протягом всього процесу одержання і опрацювання інформації. Це перевірка підсумкових даних,

перевірка правильності розрахунку середніх і відносних показників, балансового методу, погодження тих показників, які виводяться один з одного. Завданням лічильного контролю є виправлення підсумків і окремих кількісних показників.

*Логічний контроль* застосовують у взаємодії з арифметичним контролем у процесі опрацювання статистичної інформації. Він полягає в зіставленні відповідей на питання і з'ясуванні їх логічної сумісності. У процесі логічного контролю можуть бути виявлені нереальні або неправдоподібні відповіді.

Основними прийомами контролю статистичних даних є:

- співставлення відповідей на різні взаємопов'язані питання в документах;
  - порівняння записів у документі, що перевіряється, з аналогічними даними в інших документах;
  - співставлення звітних показників за суміжні періоди;
  - застосування методу балансової ув'язки показників.
- Наведені прийоми перевірки статистичних даних шляхом арифметичного і логічного контролю можуть бути використані при перевірці як матеріалів спеціальних обстежень, так і звітності.

Якість контролю статистичних даних значною мірою залежить від стану первинного обліку і статистичної звітності, рівня підготовки тієї особи, що перевіряє, знання тих фактів, які висвітлені в документах.



### *Питання для самоконтролю*

1. Що таке статистичне спостереження, в чому полягає його суть?
2. Чим зумовлена необхідність організації статистичного спостереження?
3. Які організаційні форми статистичного спостереження та їхні особливості?
4. У чому полягає сутність статистичної звітності?
5. Які розрізняють види звітності?
6. Що таке реквізити звітності? Назвіть їх.
7. Що таке спеціально організоване статистичне спостереження?
8. Які розрізняють види спеціально організованих статистичних спостережень?
9. Які види статистичного спостереження за ступенем охоплення одиниць сукупності Ви знаєте?
10. Назвіть види статистичного спостереження за часом та способом обліку фактів.
11. Яке значення для організації статистичного дослідження має програма спостереження?

12. Що саме містять програмно-методологічні та організаційні питання статистичного спостереження?

13. Яких вимог дотримуються під час формування програми статистичного спостереження?

14. Поясніть, що таке одиниця статистичного спостереження та одиниця статистичного обліку.

15. Що таке об'єкт статистичного спостереження?

16. Що таке критичний момент під час проведення спеціально організованих спостережень і як його визначають?

17. Що таке помилки статистичного спостереження та які їхні види?

18. Назвіть способи усунення помилок статистичного спостереження.



### *Навчальні завдання*

1. При вивченні чисельності і складу кадрів підприємства проектується спеціальне обстеження.

Які питання Ви вважаєте за потрібне включити в програму обстеження?

Пояснити, чому необхідно поставити ці питання. Спроекувати програму обстеження, скласти макети таблиць і статистичний формуляр для такого обстеження.

2. За наведеними даними провести арифметичний контроль і внести поправки.

Номер цеху	Обсяг продукції, тис. грн		Відхилення звітних даних від плану	Середньооблікова чисельність працівників, чел.		Відхилення звітних даних від плану
	план	факт		план	факт	
1	7750	8050	+300	1070	1090	+20
2	9860	10200	+340	883	901	+28
3	3300	3400	+100	540	526	-14
<i>Всього</i>	20910	21700	+740	2493	2520	+34

3. За допомогою логічного контролю встановити наявність помилок і можливість їх виправлення в переписних листах:

#### *Переписний лист №1*

1. П.І.Б. – Іванов Петро Іванович

2. Стать – чоловіча

3. Вік – 19 років

4. Чи знаходиться в шлюбі – ні

5. Освіта – початкова
6. Рід заняття – економіст торговельного підприємства
7. Скільки років проживає в цьому населеному пункті – 42.

*Переписний лист №2*

1. П.І.Б. – Старцева Олена Петрівна
2. Стать – жіноча
3. Вік – 61 рік
4. Освіта – середня-спеціальна
5. Джерело засобів існування – стипендія
6. Рід заняття – бухгалтер



***Контролюючі тести***

1. Статистичне спостереження це:

- а) спланована, науково організована реєстрація масових даних про будь-які соціально-економічні явища;
  - б) статистична обробка цифрових даних;
  - в) розрахунок узагальнюючих статистичних показників.
- Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) а, в.

2. Об'єктом спостереження у статистиці називається:

- а) перепис, одноразовий облік;
  - б) сукупність одиниць, про які повинна бути зібрана необхідна інформація;
  - в) первинна ланка сукупності, від якої потрібно одержати інформацію в процесі спостереження;
  - г) первинний елемент статистичної сукупності, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації.
- Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

3. Одиницею спостереження в статистиці називається:

- а) соціально-економічне явище або процес, що підлягає статистичному обстеженню;
  - б) перепис, одноразове обстеження;
  - в) первинний елемент сукупності, від якої потрібно одержати відомості в процесі спостереження;
  - г) первинний елемент статистичної сукупності, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації.
- Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

4. Програмно-методологічні питання плану статистичного спостереження визначають:

- а) місце, час;
- б) форму, вид та спосіб спостереження;
- в) мету, об'єкт, одиницю та програму спостереження;
- г) систему контролю даних спостереження.

Відповіді: 1) а, б; 2) б, в; 3) в; 4) г.

5. Програмою спостереження є:

- а) перелік робіт, які слід провести;
- б) перелік питань, на які слід одержати відповіді;
- в) перелік відповідей, одержаних в результаті спостереження.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) а, в.

6. За організаційними формами розрізняють спостереження:

- а) поточне, періодичне;
- б) суцільне, несукільне;
- в) безпосереднє, документоване, опитування;
- г) звітність, спеціально організоване спостереження.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. Одноразовим спостереженням вважається:

- а) обстеження бюджету часу студентів;
- б) опитування пасажирів про дальність поїздки у міському транспорті;
- в) облік одружень, розлучень.

Відповіді: 1) а, 2) а, б; 3) б, в; 4) в.

8. Облік виробленої продукції на заводі за охопленням одиниць сукупності це спостереження:

- а) суцільне;
- б) вибіркоче;
- в) основного масиву;
- г) монографічне.

Відповідь: 1) а, 2) б, 3) в, 4) г.

9. Проведено спостереження за станом здоров'я студентів 5-ти факультетів з 6-ти, що є в інституті. За охопленням одиниць сукупності спостереження є:

- а) суцільним;
- б) вибіркочним;
- в) основного масиву;
- г) монографічним.

Відповідь: 1) а, 2) б, 3) в, 4) г.

10. Період, протягом якого проводиться спостереження, в статистиці називається:

- а) суб'єктивний час спостереження;
- б) суб'єктивний момент спостереження;
- в) критичний момент спостереження;
- г) об'єктивний час спостереження.

11. Помилки репрезентативності притаманні спостереженню:

- а) суцільному;
- б) вибірковому;
- в) періодичному.

Відповідь: 1) а, 2) б, 3) в, 4) –.

### **Тема 3. Зведення і групування статистичних даних**

- 1. Суть і завдання статистичного зведення.**
- 2. Статистичні групування та їх види.**
- 3. Основні питання методології статистичних групувань.**
- 4. Статистичні групування і класифікації в практичній діяльності.**
- 5. Ряди розподілу.**

#### **1. Суть і завдання статистичного зведення**

Первинні статистичні дані, зібрані внаслідок статистичного спостереження, характеризують окремі одиниці досліджуваної сукупності і часто складні для розуміння. Для того, щоб вивчити характерні риси та істотні відмінності тих чи інших явищ, виявити закономірності їх розвитку, треба дані щодо кожного елементу сукупності систематизувати і обробити. Цю роботу виконують на другому етапі статистичного дослідження, який називають статистичним зведенням.

*Статистичне зведення* – це процес упорядкування, систематизації і наукової обробки первинного статистичного матеріалу для виявлення типових рис і закономірностей явищ і процесів, що вивчаються.

Зведення є основою для подальшого аналізу статистичної інформації. За зведеними даними розраховуються узагальнюючі показники, виконується порівняльний аналіз, а також аналіз причин групових відмінностей, вивчаються взаємозв'язки між ознаками.

*За глибиною обробки матеріалів* статистичного спостереження зведення поділяється на просте та складне. *Просте зведення* передбачає підрахунок загальних підсумків без поділу сукупності на групи.

Складові елементи *складного* статистичного зведення наведені на рис. 3.1.





Рисунок 3.1 – Складові елементи статистичного зведення

Успішне вирішення завдань зведення можливе лише при науковому його обґрунтуванні і правильній організації. Зведення результатів статистичного спостереження має здійснюватись за заздальгідь складеною програмою. Залежно від завдання, поставленого перед конкретним дослідженням, програма встановлює групувальні ознаки, кількість і перелік груп, макети розроблюваних таблиць, а також перелік показників, які повинні бути визначені для характеристики кожної групи і сукупності в цілому. Такі характеристики можуть визначатись у формі абсолютних (підсумкових показників), середніх і відносних величин.

За організацією робіт і формою обробки даних розрізняють централізоване і децентралізоване зведення. При *централізованому зведенні* матеріали статистичного спостереження надсилають у центральний орган державної статистики, де їх обробляють за певною, заздальгідь встановленою програмою. Прикладом такого зведення є обробка матеріалів перепису населення.

Централізоване зведення стає все більш пріоритетним у зв'язку зі створенням Єдиної статистичної інформаційної системи - нової системи збирання, узагальнення, розробки і аналізу статистичної інформації, заснованої

на широкому використанні сучасних засобів зв'язку, обчислювальної техніки, прогресивних методів економіко-математичного моделювання, обробки та аналізу статистичної інформації, обґрунтування достовірних висновків та пропозицій.

*Децентралізоване зведення* передбачає обробку і підрахунок результатів спостереження на місцях, а Держкомстату України надсилають уже зведені підсумки за певними адміністративними одиницями. Так, при обробці статистичної звітності зведення здійснюється від нижчої до вищої ланки управління. Характерні класифікаційні позиції зведення такі: територіальна ознака (область, місто, район), підпорядкованість (міністерство, відомство), види економічної діяльності, форми власності.

## 2. Статистичні групування та їх види

Одним із основних і найбільш поширених методів обробки і аналізу первинної статистичної інформації є *групування*. Під ним розуміють розподіл на групи за будь-якою істотною ознакою усієї сукупності інформації про суспільні явища, зібраної в процесі спостереження.

У системі статистичних методів дослідження масових суспільних явищ групування займають особливе місце. Метод групування визначає межі і можливості застосування інших статистичних методів аналізу основних сторін і характерних особливостей досліджуваних явищ.

У статистиці групування використовують для вирішення різноманітних завдань (рис. 3.2). Серед них найголовніші: виявлення соціально-економічних типів явищ, вивчення структури та структурних зрушень, дослідження взаємозв'язку і залежності між ознаками. Відповідно до цих завдань групування поділяють на типологічні, структурні та аналітичні.

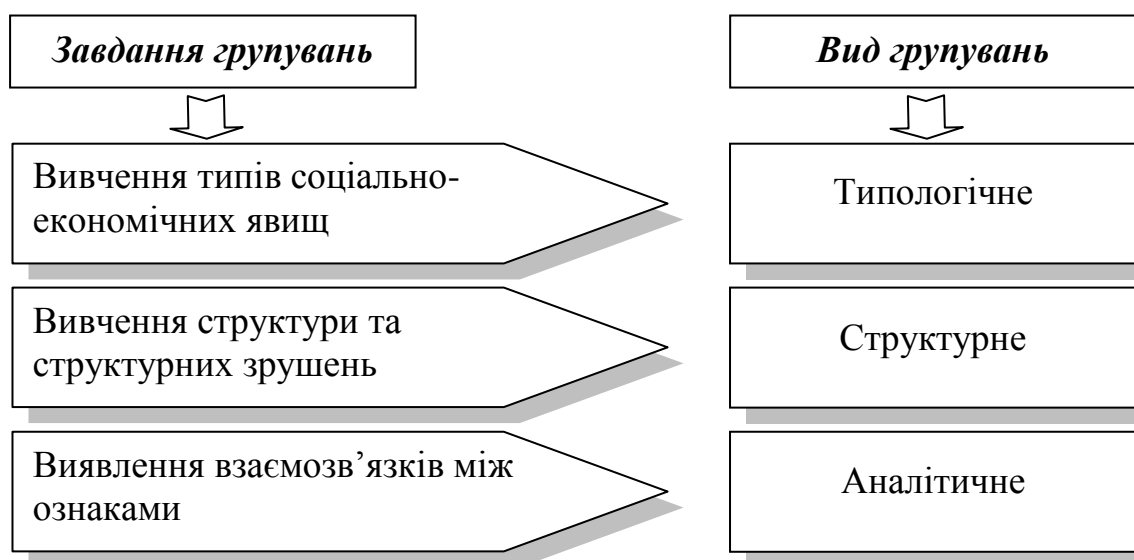


Рисунок 3.2 – Види групувань за аналітичною функцією

Групування, які дають можливість виділити із загального масиву інформації типові явища і процеси, називають *типологічними*. За допомогою типологічних групувань виділяють найхарактерніші групи, типи явищ, з яких складається неоднорідна статистична сукупність, визначають істотні відмінності між ними, а також ознаки, що є спільними для усіх груп, їх застосовують при вивченні розподілу підприємств за формами власності, при групуванні населення за суспільними групами, розподілі суспільного виробництва за економічним призначенням продукції тощо.

*Структурні групування* характеризують розподіл якісно однорідної сукупності на групи за певною ознакою. Потреба в таких групуваннях виникає тому, що однорідність явищ і елементів, з яких складається статистична сукупність, ще не означає їх тотожності. У межах однорідної сукупності елементи відрізняються один від одного числовими значеннями властивих їм ознак.

Структурні співвідношення визначають на основі типологічних групувань і тому можна вважати, що структурні групування є похідними від типологічних групувань. Слід зазначити, що завдання, які вирішуються типологічними та структурними групуваннями, тісно пов'язані між собою, внаслідок чого ці групування доповнюють одне одного і застосовуються, як правило, комплексно. Типологічні і структурні групування відрізняються лише за метою дослідження, за формою вони повністю збігаються (табл. 3.1).

За допомогою структурних групувань вивчають склад населення за віком, статтю, національністю, освітою та іншими ознаками; склад сімей за розміром, кількістю дітей, доходом; склад підприємств чи установ за кількістю працюючих, виробництвом продукції, її собівартістю.

Отже, структурні і типологічні групування описові, вони характеризують структуру сукупності, виділяють характерні риси та особливості, але відрізняються рівнем якісних відмінностей між групами.

**Таблиця 3.1 – Схема структурного і типологічного групування**

<i>Межі групування за істотною ознакою</i>	<i>Кількість одиниць сукупності</i>	<i>Система показників</i>		
<i>Разом</i>				

Найбільш дієвим методичним інструментом для обробки економічної інформації є *аналітичні групування*, які застосовуються для вивчення взаємозв'язків між явищами, впливу однієї ознаки на іншу. Масштаби практичного застосування аналітичних групувань ставлять їх в число пріоритетних методів економічних досліджень.

Явища суспільного життя та їх ознаки тісно пов'язані між собою. Взаємопов'язані ознаки можна поділити на факторні і результативні. Ознака, яка впливає на інші та зумовлює їх зміни, називається *факторною*. Ознака, яка залежить від інших ознак і змінюється під їх впливом, називається *результативною*. За допомогою групувань можна виявити наявність та напрям зв'язку між ознаками.

Висновок про наявність зв'язку можна зробити на основі розподілу, за двома взаємопов'язаними ознаками згідно з розміщенням частот. Якщо результативна ознака кількісна, то групування проводиться за факторною ознакою і в кожній групі визначається середня величина результативної ознаки (табл. 3.2). При наявності зв'язку між ознаками залежно від зміни факторної ознаки середні групові значення результативної ознаки можуть збільшуватись (прямий зв'язок) або зменшуватись (обернений зв'язок).

Таблиця 3.2 – Схеми аналітичного групування

Межі групування за факторною ознакою $x_i$	Кількість одиниць сукупності $f_i$	Середнє значення результативної ознаки $y_i$
	$f_1$	$y_1$
	$f_2$	$y_2$
	$f_3$	$y_3$
	$f_4$	$y_4$
	...	...
	...	...
	...	...
<i>Разом</i>	$\Sigma f_i$	X

За кількістю ознак покладених в основу групування розрізняють два види групування – просте і складне (рис. 3.3).

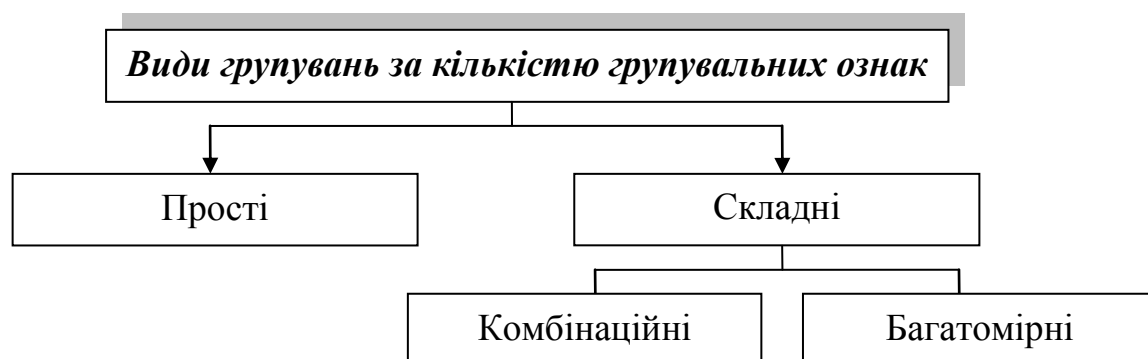


Рисунок 3.3 – Види групувань за кількістю групувальних ознак

*Просте* групування – це групування за будь-якою однією ознакою.

Складне групування може бути *комбінаційним*, якщо в його основі послідовно скомбіновано дві і більше ознак, або *багатомірним*, якщо воно проводиться за певною множиною ознак одночасно. Застосування комбінаційних групувань дозволяє провести більш ґрунтовний аналіз розвитку явищ, виявити взаємозв'язки і залежності між ними.

Комбінаційні групування можна здійснювати одночасно не тільки за двома ознаками, а і за трьома і більше ознаками. Але застосуванням комбінаційних групувань не слід зловживати, тому що із збільшенням кількості ознак групування різко збільшується кількість груп, що зменшує їх наочність. Надмірне подрібнення груп ускладнює аналіз матеріалу і знижує ефективність використання статистичної інформації.

Всі наведені вище приклади групування здійснені на основі безпосереднього узагальнення первинних даних статистичного спостереження. Такі групування можна назвати *первинними*. На практиці іноді доводиться перегруповувати раніше згрупований матеріал для забезпечення співставлення даних двох або декількох групувань, порівняльності структур двох сукупностей за однією і тією самою ознакою. Результат перегруповання називають *вторинним групуванням*. Методи вторинного перегруповання наведені на рис. 3.4.

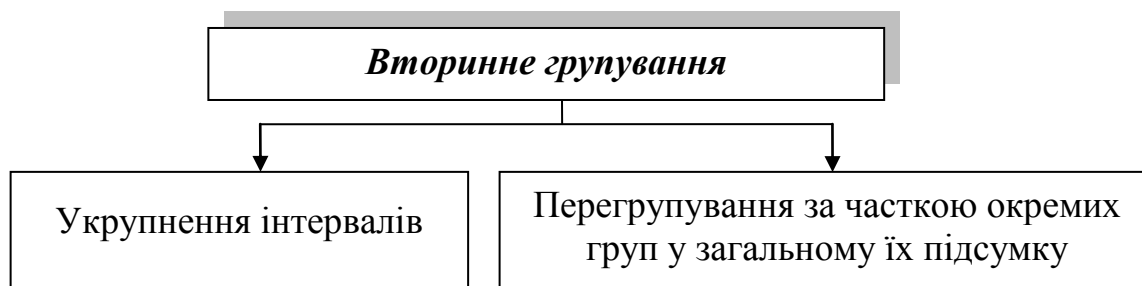


Рисунок 3.4 – *Методи вторинного групування*

Якщо межі інтервалів первинного і вторинного групувань збігаються, чисельність груп об'єднувальних інтервалів просто підсумовуються. Коли виконується розбиття інтервалу первинного групування, чисельність груп поділяються між новоутвореними групами пропорційно до співвідношення частин довжини початкового інтервалу. Припускається, що всередині інтервалу поділ рівномірний.

Техніку перегруповання даних розглянемо на прикладі поділу працюючих за розміром середньомісячної заробітної плати у двох галузях промисловості (табл. 3.3).

Результати первинного групування безпосередньо порівняти не можна, оскільки інтервали групування різні: на підприємстві А ширина інтервалу 1000, на підприємстві Б – 1200 грн. Перегрупуємо дані, утворивши чотири групи з інтервалом 2000 грн. Очевидно, інтервали поділу на підприємстві А потрібно об'єднати, а на підприємстві Б – розбити. Результати вторинного групування

ілюструє табл. 3.4.

Таблиця 3.3 – Розподіл працюючих за рівнем середньомісячної заробітної плати

Підприємство А		Підприємство Б	
Заробітна плата, грн.	Частка працюючих, %	Заробітна плата, грн.	Частка працюючих, %
До 1600	15	До 1600	12
1600 – 2600	20	1600 – 2800	27
2600 – 3600	26	2800 – 4000	24
3600 – 4600	23	4000 – 5200	18
4600 – 5600	9	5200 – 6400	12
5600 і більше	7	6400 і більше	7
Разом	100	Разом	100

Таблиця 3.4 – Вторинне групування працюючих за рівнем середньомісячної заробітної плати

Заробітна плата, грн.	Частка працюючих, %	
	Підприємство А	Підприємство Б
До 1600	15	12
1600 – 3600	$20 + 26 = 46$	$27 + \frac{(3600 - 2800)}{(4000 - 2800)} 24 = 43$
3600 – 5600	$23 + 9 = 32$	$\frac{(4000 - 3600)}{(4000 - 2800)} 24 + 18 + \frac{(5600 - 5200)}{(6400 - 5200)} 12 = 30$
5600 і більше	7	$\frac{(6400 - 5600)}{(6400 - 5200)} 12 + 7 = 15$
Разом	100	100

Порівнявши частки вторинного групування, побачимо, що на підприємстві Б сукупність працюючих за рівнем заробітної плати більш диференційована. Перегрупуванням даних можна перейти від структурного групування до типологічного.

### 3. Основні питання методології статистичних групувань

Першочерговим питанням теорії групування є вибір ознак, за якими відмежовуються окремі групи. Ознаки, які покладені в основу групування, називаються групувальними ознаками. Завдання вибору групувальної ознаки

вирішується з урахуванням суті і законів розвитку явища, що вивчається. Залежно від мети дослідження обираються ознаки, які найбільш повно і точно характеризують досліджуваний об'єкт, дозволяють виявити його типові риси та властивості.

Розмаїття ознак, за якими може здійснюватись групування, можна певним чином класифікувати.

За формою вираження групувальні ознаки можуть бути атрибутивними і кількісними. *Атрибутивними* називаються ознаки, які не мають кількісного вираження і реєструються у вигляді текстового запису. Число груп, на які поділяється досліджувана сукупність, визначається кількістю різновидів цієї ознаки. Так, групування населення за статтю дає дві групи – чоловіки і жінки, групування населення за рівнем освіти дає шість груп – повна вища, базова вища, професійно-технічна, повна загальна, базова загальна середня, початкова загальна.

Окремим видом атрибутивних групувань є групування за *альтернативною* ознакою, коли є лише два варіанти атрибутивної ознаки, причому один з них виключає інший. Наприклад, розподіл студентів на тих, хто одержує стипендію, і тих, хто її не одержує-підприємство може бути рентабельним, або збитковим.

*Кількісні (варіюючі)* ознаки – це ознаки, які набувають різних цифрових характеристик і виражаються числовими значеннями. Наприклад, розподіл робітників підприємства за віком, за стажем роботи, за розміром заробітної плати. Кількісні ознаки, в свою чергу, поділяють на дискретні та інтервальні. *Дискретні* (перервні) кількісні ознаки виражаються в кожній групі тільки цілими числами. Наприклад, кваліфікаційний розряд робітників, кількість дітей у сім'ї, число кімнат у квартирі тощо. Ознаки, які можуть набувати різного значення в певних межах, називаються *інтервальними* або *безперервними*. Безперервна кількісна ознака в кожній групі визначається цілими одиницями та їх частками в межах від одного числа до іншого. Різниця між максимальним і мінімальним значеннями ознаки в кожній групі називається *інтервалом групування*.

Наступним важливим кроком після визначення групувальної ознаки є розподіл одиниць сукупності на групи. Тут виникає питання щодо кількості груп і величини інтервалу. Здійснюючи групування за атрибутивними ознаками, питання про кількість груп не ставиться, оскільки їх стільки, скільки атрибутивних ознак.

При групуванні за кількісною ознакою постає питання щодо кількості груп і інтервалів групування. Число груп пов'язано з обсягом сукупності. Тут немає чітко визначених наукових прийомів, які дозволяють вирішувати це питання за будь-яких обставин. Кожного разу це завдання вирішується з урахуванням конкретних обставин. Однак, існує формула, запропонована американським вченим Стерджемсом, за допомогою якої можна намітити число груп  $n$ , якщо відома чисельність сукупності  $N$ :

$$m = 1 + 3,322 \lg n \quad (3.1.)$$

Наприклад, при 200 одиницях сукупності число груп визначається таким чином:  $m = 1 + 3,322 \lg 200 = 9$ .

За величиною розрізняють інтервали рівні і нерівні. *Рівними* є інтервали, в яких різниця між верхньою і нижньою межею однакова. Вони застосовуються тоді, коли зміна кількісної ознаки всередині сукупності відбувається рівномірно. Величину інтервалу при групуванні із застосуванням рівних інтервалів визначають за формулою:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} \quad (3.2.)$$

де  $h$  – величина інтервалу;  
 $x_{\max}$  – максимальне значення ознаки;  
 $x_{\min}$  – мінімальне значення ознаки;  
 $m$  – кількість груп.

Наприклад, кількість учнівських місць в загальноосвітніх школах коливається в межах від 800 до 1600. Щоб згрупувати школи за цією ознакою, їх об'єднують у чотири групи і визначають величину інтервалу:  $h = (1600 - 800) / 4 = 200$  місць. Відповідно до цієї величини утворюються такі межі інтервалів: 800–1000; 1000–1200; 1200–1400; 1400–1600.

*Нерівними* називають інтервали, в яких різниця між верхньою і нижньою межею неоднакова. Нерівні інтервали застосовують тоді, коли варіація груповальної ознаки відбувається нерівномірно і в дуже широких межах; вони можуть бути зростаючими і спадними.

Розрізняють інтервали закриті і відкриті. *Закритими* є інтервали, в яких визначені максимальні і мінімальні межі. *Відкритими* називаються інтервали, у яких максимальні або мінімальні значення ознаки заздалегідь невідомі. Тому при групуванні перший і останній інтервали залишаються відкритими, наприклад, групування робітників за стажем роботи: до 3 років, від 3 до 5, від 5 до 10, від 10 до 20, більше 20 років.

#### **4. Статистичні групування і класифікації в практичній діяльності**

На відміну від групувань класифікації розглядаються як стандарт та затверджуються Держкомстатом України.

Кожній класифікаційній позиції у класифікації надається стандартний код – сукупність знаків або символів, яка замінює назву цієї позиції і служить засобом її ідентифікації (наприклад, для ідентифікації України використовують код UA, а для української грошової одиниці – UAH).

Коди об'єднуються у класифікатори (наприклад, країн світу, валют,



одиниць вимірювання тощо).

*Класифікатор* – це систематизований перелік об'єктів, кожному з яких присвоюється код. Класифікатор доповнюється і конкретизується номенклатурою.

*Номенклатура* – це стандартний перелік об'єктів та їх груп. Іноді номенклатура застосовується як синонім слова класифікація (наприклад, номенклатура промислової продукції побудована за тими ж вимогами, що й класифікація).

Економічні класифікатори розробляються міжнародними та національними статистичними органами і рекомендуються як статистичний стандарт. Розрізняють стандарти світового рівня (стандарти ООН), європейського рівня (стандарти ЄС), національні стандарти.

Виконання значної частини Державної програми переходу на міжнародну систему обліку і статистики забезпечило умови для розробки, впровадження та використання в Україні статистичних класифікацій, що гармонізовані (узгоджені методологічно та за кодами) з відповідними міжнародними та європейськими класифікаціями.

К основним міжнародним статистичним класифікаціям відносять:

– Міжнародна стандартна галузева класифікація видів економічної діяльності ISIC - це групування видів діяльності будь-якого об'єкта за видом економічної діяльності, що здійснюється. ISIC використовується у реєстрах підприємств, системі національних рахунків, статистичній звітності, в облікових та звітних формах податкової служби, у практиці ліцензування видів економічної діяльності.

ISIC є базовою класифікацією для розробки класифікацій видів діяльності багатонаціонального та національного рівнів.

– Центральна класифікація продукції (CPC) була створена для міжнародного співставлення різних статистичних даних, пов'язаних із продукцією, послугами і майновими цінностями. CPC здебільшого використовується в статистиці промисловості, системі національних рахунків, у статистиці зовнішньої торгівлі. Вона рекомендована як базова класифікація для розробки класифікації продукції і послуг на національному рівні.

– Гармонізована система опису та кодування товарів (HS) була впроваджена Радою митного співробітництва у 1983 р. для митних тарифів, використовується багатьма країнами для статистичного спостереження у галузі зовнішньої торгівлі. Ця класифікація призначена для контролю і обліку переміщення товарів через кордони митних територій у процесі зовнішньої торгівлі. HS також використовують під час збирання даних зі статистики зовнішньої торгівлі і проведенні міжнародних порівнянь, ліцензуванні і квотуванні товарів.

– Міжнародна стандартна торгова класифікація (SITC) – це міжнародна класифікація товарів ООН для зовнішньої торгівлі.

– Класифікація видів економічної діяльності ЄС (NACE) призначена для опису юридичних одиниць за їх основною класифікаційною ознакою – видом

економічної діяльності. NACE здійснює деталізацію кодових позицій ISIC на рівні третього та четвертого знаків Десяткового цифрового коду.

NACE – базова багатонаціональна (для країн ЄС) міжнародна класифікація видів економічної діяльності, рекомендована як основа для створення національних класифікацій видів діяльності.

Класифікація продукції за видами діяльності (CPA) призначена для опису економіки країн ЄС за створеними продукцією та послугами.

CPA – базова класифікація, рекомендована для розробки за певними правилами національних класифікацій продукції та послуг.

– Класифікатор видів промислової продукції PRODCOM (розроблений на базі CPA) застосовується під час проведення вибіркового статистичного обстеження економіки у країнах ЄС;

– Комбінована номенклатура (CN) використовується у ЄС для зовнішньої торгівлі.

К класифікаціям та класифікаторам, які розроблено в Україні та ґрунтуються на базі міжнародних аналогів, відносять: Класифікація видів економічної діяльності, Державний класифікатор продукції та послуг, Класифікатор держав світу, Класифікатор валют, Класифікація професій, Українська класифікація товарів зовнішньоекономічної діяльності, Класифікатор систем позначень одиниць вимірювання та обліку.

Серед усіх класифікацій та класифікаторів три є базовими:

– Класифікація видів економічної діяльності (КВЕД);

– Державний класифікатор продукції та послуг (ДКПП);

– Українська класифікація товарів зовнішньоекономічної діяльності (УКТЗЕД).

Класифікація видів економічної діяльності (КВЕД) є головною національною статистичною класифікацією виходячи з методології статистики та її значення для економіки країни.

КВЕД визначає види економічної діяльності залежно від технологічного процесу, типу сировини, характеру виробленої продукції чи послуг, напрямків їх використання. Одиницею виду діяльності може бути підприємство або його підрозділ.

Під час розробки КВЕД за основу було прийнято Міжнародну стандартну галузеву класифікацію видів економічної діяльності в ЄС (General Industrial Classification of Economic Activities within European communities - NACE). У КВЕД повністю збережена структура NACE, тому Класифікація видів економічної діяльності України не потребує перехідних ключів для отримання інформації на рівні секцій, підсекцій, розділів та класів NACE.

У КВЕД підприємства та організації усіх видів діяльності поділяються на видобувні, обробні і ті, що надають послуги.

Державний класифікатор продукції та послуг (ДКПП) – складова частина державної системи класифікації та кодування техніко-економічної та соціальної інформації. Він визначає результати економічної діяльності у вигляді виробництва продуктів та надання послуг.

Державний класифікатор продукції та послуг використовується органами державного та місцевого управління, фінансовими органами, органами статистики та усіма суб'єктами господарювання України. ДКПП використовують при розробці каталогів продукції, аналізі показників продукції на макроекономічному і мікроекономічному (галузевому і регіональному) рівнях.

Українська класифікація товарів зовнішньоекономічної діяльності (УКТЗЕД) призначена для збору статистичних даних про зовнішньоекономічну діяльність, а також для проведення митного контролю. Об'єкт класифікації в УКТЗЕД є усі товари, що мають обіг у міжнародній торгівлі.

Базові національні статистичні класифікації повністю гармонізовані з відповідними європейськими та світовими стандартами.

Європейські класифікації розроблені Статистичною Комісією ЄС, а світові – ООН.

Класифікації є інформаційною базою для аналізу структури і структурних зрушень в економіці, вимірювання ступеня Концентрації і диференціації соціально-економічних явищ, оцінки збалансованості окремих складових в економіці країни, регіону, галузі.

Практична реалізація в Україні методологічних принципів побудови головних міжнародних статистичних класифікацій забезпечує:

- можливість зіставлення національної статистичної інформації з міжнародною;
- складання міжгалузевого балансу виробництва та розподілу товарів і послуг відповідно до системи національних рахунків;
- проведення статистичних обстежень економічної діяльності та продукції на макро- і мікрорівнях;
- застосування статистичних одиниць, що використовуються в ЄС.

## **5. Ряди розподілу**

Результати зведення і групування можна оформляти у вигляді рядів розподілу, статистичних таблиць і графіків.

*Статистичний ряд розподілу* – це ряд, який характеризує розподіл одиниць сукупності по групах за будь-якою ознакою, різновидності якої розташовані у певному порядку.

Ряди розподілу складаються з двох елементів – варіантів і частот. *Варіанта* – окреме значення групувальної ознаки, а *частоти* – кількість елементів у групі з відповідним значенням ознаки. Частоти, які відповідають певній ознаці, можуть подаватись як в абсолютних значеннях, так і у відносних, виражених коефіцієнтом або відсотком (часткою). Накопичену частоту (частку) називають кумулятивною.

Залежно від статистичної природи групувальної ознаки (якісна чи кількісна) ряди розподілу поділяють на атрибутивні та варіаційні. Ряд

розподілу, утворений за якісною (атрибутивною) ознакою, називається *атрибутивним*. Прикладом атрибутивного ряду розподілу може бути розподіл підприємств за формами власності.

Ряд розподілу сукупності за ознакою, що має кількісне вираження, називається *варіаційним*. Варіаційні ряди залежно від групувальної ознаки поділяють на дискретні і інтервальні. За дискретною ознакою, кількість значень якої обмежена, утворюється *дискретний* ряд розподілу. Прикладом такого ряду може бути розподіл студентів вузів за віком, успішністю та ін.

За дискретною ознакою, що варіює в широких межах, або за неперервною ознакою будують *інтервальний* ряд розподілу. При цьому варіанти об'єднуються в інтервали, а частоти (частки) відносяться не до окремого значення ознаки, як у дискретних рядах, а до всього інтервалу.

Ряди розподілу допомагають досліджувати структуру явищ. Вони мають самостійне значення при вивченні варіації групувальної ознаки. Для унаочнення часто користуються різними способами графічного зображення варіаційних рядів. Графік дозволяє в найбільш простій і доступній формі піддати аналізу (візуально) статистичний ряд розподілу.

Для графічного зображення рядів розподілу використовують такі графіки як полігон, гістограма, кумулята, огіва, крива концентрації (Лоренца), показова крива, крива Парето, антимода.

*Полігон* – графічне зображення варіаційного ряду в прямокутній системі координат, при котрому величина ознаки відкладається на осі абсцис, частоти або частоти (щільність розподілу) – на осі ординат.

Полігон розподілу, як правило, застосовується для зображення дискретного варіаційного ряду (рис. 3.5).

При побудові полігону для інтервальних рядів розподілу ордината, яка відповідає частоті (частоті) встановлюється перпендикулярно осі абсцис у точці, що відповідає центру інтервалу. Такий спосіб зображення інтервального ряду називають способом "навантажених ординат". Він заснований на допущенні умови рівномірного розподілу частот у межах інтервалів. Якщо це так, то частоти можна віднести до конкретного значення варіанти, яке знаходиться в центрі інтервалу. За таких умов середина (центр) інтервалу ніби "навантажується".

Для графічного зображення інтервальних (неперервних) варіаційних рядів частіше використовуються *гістограми*. Остання являє собою ступінчасту фігуру у вигляді прямокутників різної висоти, основа яких – відрізки осі абсцис, котрі відповідають інтервалам зміни ознаки. Висоти прямокутників (вісь ординат) пропорціональні частотам або часткам інтервалів (рис. 3.6).

Якщо необхідно зобразити на графіку інтервальний ряд розподілу з нерівними інтервалами, то гістограму будують не за частотами (частотями) інтервалів, а за показниками щільностей розподілу. При побудові гістограми по абсолютній щільності розподілу загальна площа її дорівнюватиме чисельності сукупності. При побудові графіка відносної щільності площа гістограми дорівнюватиме одиниці.

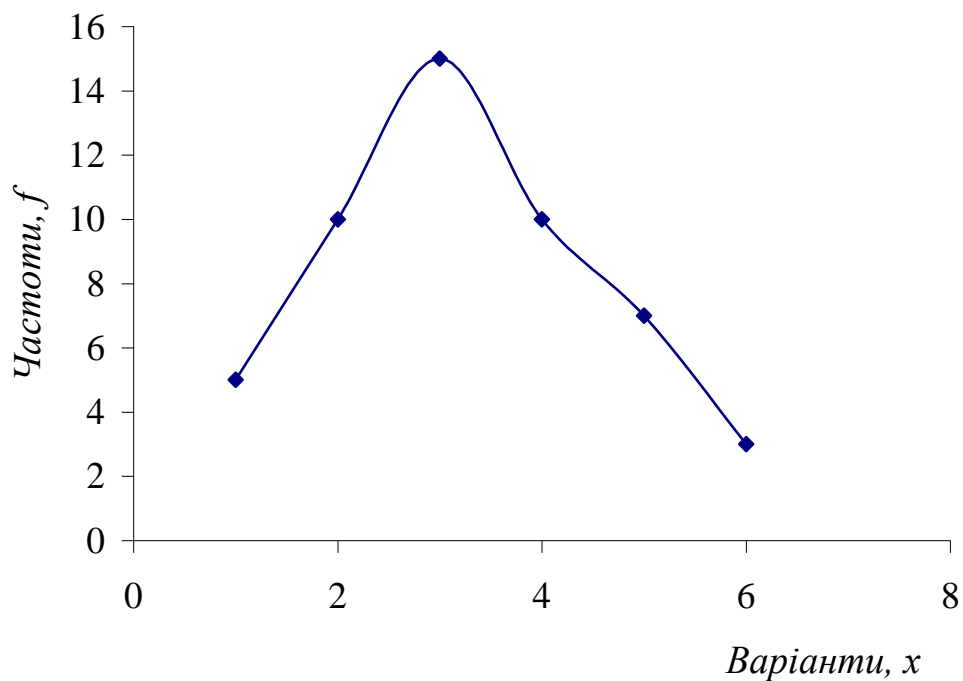


Рисунок 3.5 – Полігон розподілу

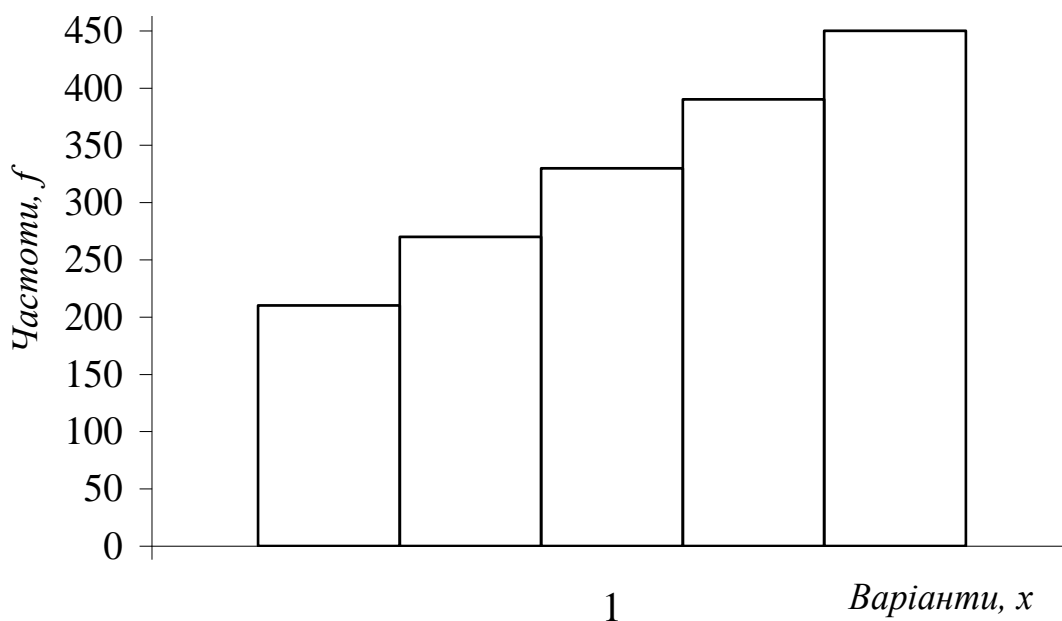


Рисунок 3.6 – Гістограма розподілу

Для зображення варіаційного ряду з нагромадженими частотами (частотями) у прямокутній системі координат використовується так звана крива сум – кумулята (рис. 3.7).

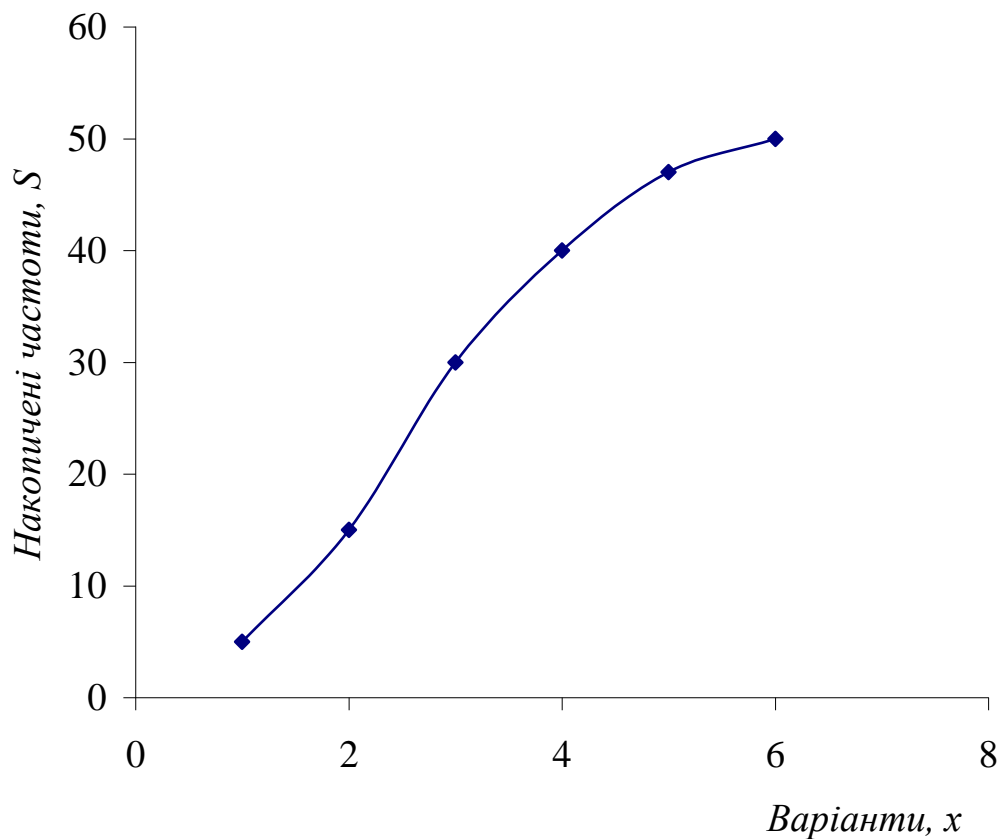


Рисунок 3.7 – Кумулята розподілу

Аналогічно кумуляті в прямокутній системі координат будують *огіву*. Різниця графіка лише в тому, що на осі абсцис наносять нагромаджені частоти, а на осі ординат – значення варіант.



### Питання для самоконтролю

1. Що таке другий етап статистичного дослідження, які його значення?
2. Які види зведення Ви знаєте? Коротко їх охарактеризуйте.
3. Що саме називають статистичним групуванням і групувальними ознаками?
4. Які завдання вирішує статистика за допомогою методу групування?
5. Назвіть основні види статистичних групувань.
6. У чому полягають принципи вибору групувальної ознаки та утворення груп?
7. Які групування називають типологічними, структурними, аналітичними?
8. У чому полягає взаємозв'язок усіх зазначених видів групувань?
9. Як визначають кількість груп і межі інтервалів між ними?
10. Що називають вторинним групуванням?

11. У чому полягає суть перегрупування даних за допомогою збільшення інтервалів?

12. Що таке полігон і гістограма, як їх будують і для чого застосовують?

13. Від чого залежить форма полігона і гістограми? Які форми розподілу найчастіше трапляються в статистиці?



### *Розв'язання типових задач*

**Приклад 1.** За наведеними даними про суму капіталу і прибуток комерційних банків складіть:

1) комбінаційний розподіл банків за цими ознаками, утворивши три групи з рівними інтервалами, та зробити висновок про наявність та напрям зв'язку між ознаками;

2) аналітичне групування, що відбиває залежність прибутку від суми капіталу.

<i>Номер банку</i>	<i>Капітал, млн. грн</i>	<i>Прибуток, млн. грн</i>	<i>Номер банку</i>	<i>Капітал, млн. грн</i>	<i>Прибуток, млн. грн</i>
			14	6,3	4,8
2	11,8	1,0	6,3	4,7	7,1
3	7,6	5,3	16	5,4	4,0
4	10,5	8,8	17	7,0	5,8
5	8,0	6,2	18	9,6	7,8
6	8,3	4,1	19	8,1	6,9
7	12,0	8,2	20	5,2	4,3
8	5,1	3,6	21	7,3	6,0
9	7,8	4,1	22	8,2	6,4
10	5,4	3,3	23	5,4	4,1
11	6,3	5,1	24	3,2	2,8
12	8,3	5,8	25	4,4	3,0
13	5,4	3,5	26	3,0	1,2

*Розв'язання:*

1) Розподіл банків одночасно за двома ознаками дає комбінаційне групування. Розміри капіталу і прибутку – ознаки неперервні, межі їх варіації незначні. Застосувавши рівні інтервали, визначимо їх ширину і сформуємо інтервали.

Для капіталу:

$$h = \frac{12,0 - 3,0}{3} = 3,0 \text{ млн. грн.};$$

інтервали: 3-6; 6 – 9; 9 – 12.

Для прибутку:

$$h = \frac{8,8 - 2,2}{3} = 2,2 \text{ млн. грн.};$$

інтервали: до 5, 5 – 7; 7 і більше.

Результати групування банків подано в табл. 1:

Таблиця 1 – Розподіл комерційних банків за сумою капіталу і прибутку

Сума капіталу, млн. грн	Прибуток, млн. грн			Разом
	до 5	5 - 7	7 і більше	
3 – 6	9	–	–	9
6 – 9	4	8	1	13
9 – 12	–	–	4	4
Разом	13	8	5	26

Розміщення частот таблиці в напрямі з верхнього лівого кута у нижній правий вказує на наявність прямого зв'язку між сумою капіталу банків і прибутком.

2) Для підтвердження наявності зв'язку між цими ознаками використаємо аналітичне групування (табл. 2).

Таблиця 2 – Залежність прибутку комерційних банків від розміру їх капіталу

Групи банків за сумою капіталу, млн. грн	Кількість банків	Прибуток, млн. грн	
		усього	в середньому на 1 банк
3 – 6	9	30,8	3,4
6 – 9	13	72,3	5,6
9 – 12	4	33,4	8,4
Разом	26	136,5	5,3

Паралельне зіставлення групових значень факторної та результативної ознак показує, що існує прямий зв'язок між ознаками, і дає змогу визначити інтенсивність змін результативної ознаки. За умови рівномірного збільшення суми капіталу (факторна ознака) різниця між груповими середніми прибутку (результативна ознака) зростає, що характеризує збільшення інтенсивності впливу чинника на результат (для другої групи  $5,6 - 3,4 = 2,2$  млн. грн., для третьої групи  $8,4 - 5,6 = 2,8$  млн. грн.).





### Навчальні завдання

1. Є дані про виконання плану товарообороту структурними підрозділами оптово-роздрібного підприємства торгівлі за квартал:

№ підрозділу	Ступінь виконання плану товарообороту, %	Фактичний товарооборот, млн. грн.
1	105	38,4
2	102	29,5
3	106	48,0
4	103	35,7
5	95	30,4
6	99	41,8
7	80	46,2
8	120	39,4
9	115	65,0
10	98	21,1

1) Розподілити магазини, виходячи з відсотку виконання плану товарообороту, на три групи: до 100%, 100-110%, 110% та вище.

2) Підрахувати в кожній групі кількість магазинів, суму товарообороту і середній обіг на один магазин;

3) Результат оформити у вигляді таблиці.

2. Є дані про розміри виробничих площ 50-ти підприємств:

Групи магазинів з площею (м <sup>2</sup> )	Кількість магазинів
До 50	5
50-150	9
150-300	16
300-450	10
450-600	7
600 і вище	3

За даними таблиці згрупувати підприємства по групах з інтервалами виробничої площі:

1) до 150 м<sup>2</sup>, 150-450 м<sup>2</sup>, 450 м<sup>2</sup> і вище;

2) до 200 м<sup>2</sup>, 200-400 м<sup>2</sup>, 400 м<sup>2</sup> і вище.

Назвати способи вторинного групування, дайте їм визначення.

3. Маємо дані про чисельність народжених залежно від віку матері та батька в сільських поселеннях країни:

Вік батька	Вік матері				
	До 20	20-29	30-39	40 і старше	Разом
До 20	2,8	0,9	0,0	-	3,7
20 – 29	29,4	101,9	3,7	0,0	135,0
30 – 39	0,5	23,4	19,5	0,4	43,8
40 і старше	0,0	0,4	3,4	1,1	4,9
Разом	32,7	126,6	26,6	1,5	187,4

Визначити вид групування за метою дослідження, кількістю і видом групвальних ознак.

4. На іспиті із статистики студенти одержали такі оцінки:

3	4	4	4	3	4
3	4	3	5	4	4
5	5	2	3	2	3
3	4	4	5	3	3
5	4	5	4	4	4

Побудувати дискретний варіаційний ряд розподілу студентів за балами. Зобразити його графічно. Визначити елементи ряду розподілу і зробити висновки.

5. Якість ґрунту в колгоспах однієї з областей характеризується такими балами:

65	62	86	82	88	90	75	74	68	76
77	78	80	82	80	70	81	79	76	86
70	80	72	90	68	73	80	70	76	74
66	88	82	77	92	70	77	72	62	78

Побудувати інтервальний варіаційний ряд розподілу агропідприємств за якістю ґрунту, утворивши три типи з однаковими інтервалами. Зобразити його у вигляді гістограми. Зазначити елементи ряду розподілу. Зробити висновки.



### Контролюючі тести

- Зведення статистичних даних – це:
  - підсумування кількості елементів сукупності;

- б) підсумування значень властивих їм ознак;  
 в) комплекс послідовних операцій із узагальнення одиничних фактів.  
 Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) Всі перелічені.

2. Види групувань залежно від мети (завдань) дослідження бувають:  
 а) прості, комбінаційні ;  
 б) первинні, вторинні;  
 в) типологічні, аналітичні, структурні;  
 г) порядкові, номінальні, кількісні.  
 Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

3. Виявити взаємозв'язок між ознаками можна за допомогою групування:  
 Відповідь: 1) типологічного; 2) структурного; 3) аналітичного; 4) варіаційного.

4. Якщо сукупність групують за атрибутивною ознакою, кількість груп дорівнює:  
 а) кількості видів та різновидів цієї ознаки;  
 б) кількості значень цієї ознаки;  
 в)  $1 + 3,322 \lg N$  (формула Стерджеса).  
 Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) Всі перелічені.

5. Розподіл малих підприємств за тривалістю обороту обігових коштів:

Тривалість обороту оборотних коштів, днів	Кількість малих підприємств	Середній прибуток, млн. грн.
36–50	7	4,0
51–65	8	3,5
66–80	5	2,0
Разом	20	3,3

Це групування:

- 1) структурне; 2) типологічне; 3) аналітичне; 4) комбінаційне.

6. Частота ряду розподілу – це:  
 а) значення групувальної ознаки;  
 б) кількість повторювань групувальної ознаки;  
 в) сума кількості повторювань групувальної ознаки даної групи і попередніх;  
 г) його графічне зображення.  
 Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. Варіаційним рядом розподілу є:

- а) розподіл комерційних банків за розміром статусного капіталу;

б) розподіл кредиторів банку за розміром заборгованості.

Відповіді: 1) а; 2) а, б; 3) б; 4) –.

8. У ряду розподілу фірм за кількістю зайнятих варіантом є:

а) кількість зайнятих; б) кількість фірм.

У ряду розподілу робітників-наладчиків за кількістю верстатів, що ними обслуговуються, частотою є:

в) кількість наладчиків; г) кількість верстатів.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

9. Щільність розподілу використовують для:

а) побудови полігону дискретних рядів розподілу;

б) побудови графіків рядів розподілу з нерівними інтервалами;

в) аналізі рядів розподілу з нерівними інтервалами;

г) визначенні числа одиниць у середині інтервалу.

Відповідь: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, г.

10. Кумулятивні частоти використовують при побудові:

а) полігону; б) гістограми; в) огіви, г) кумуляти.

Відповідь: 1) а, б; 2) в, г; 3) а, б, г; 4) Всі перелічені.

#### **Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники**

**1. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.**

**2. Основні види відносних величин.**

**3. Суть і умови використання середніх величин. Види середніх величин.**

**4. Середня арифметична проста і зважена.**

**5. Середня гармонічна та умови її застосування.**

##### **1. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру**

У процесі статистичного спостереження одержують дані про значення тих чи інших ознак, що характеризують кожну одиницю досліджуваної сукупності. Для характеристики сукупності у цілому або окремих її частин дані про окремі одиниці сукупності систематизують з метою одержання узагальнюючих показників, в яких відображуються результати дослідження суспільних явищ.

Узагальнюючі показники можуть бути абсолютними, відносними і середніми величинами. Кожен вид показника має певне значення і посідає визначене місце у процесі пізнання реальної дійсності.

Абсолютні статистичні величини безпосередньо пов'язані з фізичними властивостями та соціально-економічною суттю явищ, які вивчають.

*Абсолютні статистичні величини* – це кількісні показники, які характеризують розміри (рівні, обсяги) суспільних явищ у певних умовах місця і часу. Отримують їх методами статистичного спостереження і зведення вихідної інформації. Розміри суспільних явищ можуть бути виражені у вигляді кількості одиниць, або у вигляді величини ознаки.

Абсолютні величини завжди є іменованими числами. Іменовані числа являють собою вимірники ознак. Розрізняють три види вимірників – натуральні, вартісні і трудові.

*Натуральними* називаються такі одиниці виміру, які відповідають природним (фізичним) властивостям даного предмета і виражаються в мірах довжини, площі, обсягу або кількістю одиниць (штук), кількістю фактів чи подій. Так, одиницею виміру чисельності населення є одна людина, збір зерна вимірюється в тонах, центнерах, випуск тканин – у погонних або квадратних метрах, видобуток газу – в кубічних метрах, виробництво телевізорів – у штуках. Іноді використовують комбіновані одиниці виміру, що являють собою добуток величин різної розмірності. Саме так вимірюється виробництво електроенергії в кіловат-годинах, вантажообіг транспорту – в тонно-кілометрах тощо.

У разі потреби зведення воедино декількох різновидів однієї споживної вартості використовують *умовно-натуральні* одиниці виміру. При цьому вживають спеціальні перерахункові коефіцієнти, що виражають співвідношення між натуральними одиницями виміру різних продуктів за будь-якою ознакою. За допомогою коефіцієнта всі продукти перелічуються як один продукт, прийнятий за умовний. Наприклад, у паливно-енергетичному комплексі використовують такий показник, як умовне паливо. Аналогічно визначають обсяг кормів у кормових одиницях, добрив – у поживній речовині. Розглянемо розрахунок обсягу виробництва в умовних натуральних одиницях на такому прикладі: якщо вагонобудівний завод виготовив 200 чотиривісних вагонів і 600 двовісних, то загальну кількість вагонів треба перерахувати у двовісні ( $200 \times 2 + 600 = 1000$ ), оскільки один чотиривісний вагон дорівнює за своєю місткістю двом двовісним.

Однак умовно-натуральні одиниці мають обмежене застосування, оскільки дають можливість підсумовувати лише однорідну продукцію. Для різнойменної продукції загальний обсяг виробництва (реалізації) визначають у вартісному (грошовому) вираженні. *Вартісні (грошові) вимірники* використовуються не лише на рівні окремого суб'єкта господарювання, а й на рівні галузей чи економіки в цілому. Одиницею вимірювання може бути національна валюта, валютні еквіваленти на зразок еку, валюта інших держав. Облік у вартісних (грошових) одиницях застосовують для обчислення сукупного суспільного продукту, валового внутрішнього продукту, валового національного продукту, національного доходу тощо.

Для визначення обсягу трудових ресурсів чи витрат праці на виробництво

продукції, а також для оцінки трудомісткості продукції використовуються *трудові вимірники* (людино-година, людино-день).

Абсолютні статистичні величини поділяються на індивідуальні і підсумкові (сумарні). *Індивідуальні абсолютні величини* характеризують величину ознаки окремих одиниць сукупності. Їх одержують або шляхом прямого підрахунку кількості одиниць спостереження, або в результаті підсумовування значень ознаки окремих одиниць сукупності. У ряді випадків підсумкові (сумарні) абсолютні величини одержують не в результаті зведення даних статистичного спостереження, а шляхом спеціальних розрахунків за певними правилами та певною методикою.

## 2. Основні види відносних величин

Для того, щоб повною мірою проаналізувати досліджувані соціально-економічні явища і процеси, виявити взаємозв'язки і закономірності, зробити правильні висновки, недостатньо лише абсолютних величин. Окремо абсолютні величини не дають належної уяви про досліджувані явища і процеси. В аналізі статистичної інформації поруч з абсолютними величинами важливе місце посідають відносні величини.

*Відносними статистичними величинами* називають показники, які виражають кількісні співвідношення між явищами суспільного життя. Будь-який відносний показник одержують в результаті співставлення двох величин. Результатом порівняння є відносна величина, яка характеризує міру кількісного співвідношення різнойменних чи однойменних показників. Відносна величина показує у скільки разів одна величина більша або менша за іншу, або яку частину займає одна величина по відношенню до іншої, або скільки одиниць однієї сукупності приходить на одиницю іншої сукупності.

Кожна відносна величина являє собою частку від ділення двох величин:

$$\text{Відносна величина} = \frac{\text{Порівняльна величина}}{\text{База порівняння}} \quad (4.1)$$

Отже, при обчисленні відносних величин слід мати на увазі, що чисельник – це показник, який вивчається. Та величина, з якою проводиться порівняння називається основою або базою порівняння.

Одиниці виміру відносних величин залежать від того, до якого значення прирівнюється база порівняння (табл. 4.1).

У тому разі, коли значення основи (бази) порівняння приймають за одиницю, то відносна величина (наслідок порівняння) є *коефіцієнтом*, який показує, у скільки разів досліджуване значення більше або менше від бази порівняння. Розрахунок відносних величин у вигляді коефіцієнтів застосовують, якщо порівнювана величина є більшою від тієї, з якою її порівнюють.

Таблиця 4.1 – **Одиниці виміру відносних величин**

<i>База порівняння</i>		<i>Одиниці виміру</i>
Одноіменна величина, яка приймається за	1	коефіцієнти
	100	проценти, %
	1000	промиле, ‰
	10000	продециміле, ‰
	100000	просантиміле, ‰
Різноїменна величина		іменовані числа

Якщо значення бази (основи) порівняння приймається за 100%, то результат порівняння (відносну величину) виражають у *відсотках* (%). Відсоткове вираження відносних величин є найпоширенішим у практиці економічної роботи.

Коли базу порівняння приймають за 1000, то результат порівняння виражають у проміле (‰). Наприклад, у проміле виражаються показники природного і механічного руху населення, показники народжуваності і смертності населення. У деяких випадках при обчисленні відносних величин базу порівняння приймають за 10000 одиниць (*продециміле*, ‰), за 100000 (*просантиміле*, ‰). Так, часто на 10 000 чоловік населення розраховують кількість лікарів, лікарняних ліжок, підприємств громадського харчування тощо.

Крім того, в статистиці широко використовують іменовані відносні величини, які одержують в результаті порівняння різноїменних величин. Наприклад, показник густоти населення одержують в результаті порівняння чисельності населення, яке проживає на даній території, з площею цієї території. При порівнянні різноїменних абсолютних величин одержують відносні величини, виражені іменованими числами (сполучення вимірників величини, яка порівнюється і базисної величини, наприклад, км/год, чол/км<sup>2</sup>, кг/чол тощо). Іменовані відносні величини характеризують, скільки одиниць однієї сукупності приходить на одиницю іншої сукупності.

Види відносних величин залежно від їх пізнавального значення наведені на рис. 4.1.

*Відносна величина планового завдання (прогнозування)* характеризує передбачуваний розмір збільшення або зменшення розмірів явища за планом (прогнозом) у наступному періоді порівняно з базисним (одним із попередніх періодів, прийнятих за базу порівняння):

$$ВВПЗ = \frac{\text{плановий рівень показника звітного періоду}}{\text{фактичний рівень показника минулого періоду}} \quad (4.2)$$

Наприклад, обсяг поставок продукції на підприємстві у III кварталі звітного року дорівнював 500 млн. грн., а на IV квартал обсяг поставок



Рисунок 4.1 – Види відносних величин

прогнозується в обсязі 510 млн. грн. (договірні зобов'язання). Звідси відносна величина прогнозування буде дорівнювати 102%  $(510 : 500 \times 100)$ , тобто на IV квартал передбачається збільшення обсягу поставок продукції порівняно з III кварталом на 2%.

*Відносна величина виконання плану* (договірних зобов'язань, державного замовлення) характеризує рівень виконання прогнозних (планових) розрахунків:

$$BBBK = \frac{\text{фактичний рівень показника}}{\text{плановий (прогнозований) рівень показника}} \quad (4.3)$$

Наприклад, державне замовлення на підготовку кадрів у 2014 році для навчального закладу було встановлено на рівні 150 чол., фактично випуск спеціалістів у навчальному закладі у 2014 році становив 143 чол. Відносна величина виконання державного замовлення буде дорівнювати 95,3 %  $(143 : 150 \times 100)$ . Таким чином, недовиконання плану державного замовлення на підготовку кадрів становить 4,7%.

*Відносною величиною динаміки* називаються показник, який виражає ступінь зміни розмірів явища у часі. Вона характеризує напрям і швидкість зміни явищ у часі, темпи їх розвитку. Відносну величину динаміки визначають за формулою:



$$ВВД = \frac{\text{фактичний рівень показника звітнього періоду}}{\text{фактичний рівень показника минулого періоду}}. \quad (4.4)$$

Наприклад, обсяг товарообороту магазину у I півріччі звітнього року склав 300 млн. грн., а в II півріччі – 410 млн. грн. Відносна величина динаміки в цьому випадку обчислюється таким чином:  $410 : 300 \times 100 = 136,7\%$ , тобто розмір товарообороту II півріччя складає 136,7 % рівня I півріччя, отже обсяг товарообороту збільшився на 36,7 відсотків. Для обчислення відносної величини динаміки потрібно мати дані щонайменше за два періоди або моменти часу. Якщо вивчається динаміка явища більше ніж за два періоди, то відносну величину можна обчислювати двояко: знаходити співвідношення кожного наступного періоду до попереднього (змінна база порівняння) або до одного будь-якого періоду, взятого за базу порівняння (стала база порівняння). Якщо відносні величини динаміки зі змінною базою порівняння характеризують швидкість зміни показника від одного періоду до іншого, то відносні величини динаміки з постійною базою порівняння характеризують поступове віддалення цього показника від періоду, який взято за базу порівняння.

Відносні величини планового завдання, виконання плану та динаміки пов'язані між собою таким чином:

$$\text{Відносна величина виконання плану} = \frac{\text{Відносна величина динаміки}}{\text{Відносна величина планового завдання}}. \quad (4.5)$$

*Відносна величина структури* характеризує склад досліджуваної сукупності у відносному виразі:

$$ВВС = \frac{\text{частина}}{\text{ціле}}. \quad (4.6)$$

Відносна величина структури визначається як відношення абсолютної величини кожного із елементів сукупності до абсолютної величини всієї сукупності і може бути відображена у вигляді частки або у відсотках. Сума відносних величин структури по всій сукупності дорівнює одиниці або 100 %.

*Відносна величина координації* застосовується для характеристики співвідношення між окремими частинами статистичної сукупності і показує у скільки разів порівнювана частина більша або менша частини, що прийнята за базу порівняння.

$$ВБК = \frac{\text{одна частина}}{\text{друга частина}}. \quad (4.7)$$

Наприклад, за наведеними вище даними можемо знайти співвідношення між міським і сільським населенням України у поточному році:  $33,5 : 15,8 = 2,1$ . Це означає, що чисельність міського населення у 2,1 рази більша за чисельність сільського населення, тобто на одного мешканця села припадає більше, ніж два міських жителя.

*Відносну величину порівняння* обчислюють як співвідношення однойменних показників, що характеризують різні об'єкти (підприємства, галузі) або території (міста, регіони, країни) і мають однакову часову визначеність. Наприклад, загальний обсяг інвестицій в Україну станом на 1 січня поточного року становив: з Російської Федерації – 314,3 млн. дол. США, з США – 635,8 млн. дол. США. Порівнявши ці показники, одержимо:  $635,8 : 314,3 = 2,02$ , тобто обсяг інвестицій в Україну з США перевищує обсяг інвестицій із РФ у 2 рази.

*Відносна величина інтенсивності* характеризує ступінь поширення чи розвитку явища в певному середовищі. Вона обчислюється як співвідношення двох різнойменних величин: абсолютної величини досліджуваного явища і абсолютної величини, що характеризує обсяг середовища, в якому відбувається розвиток або розповсюдження явища.

$$BVI = \frac{\text{обсяг явища}}{\text{обсяг середовища}} \quad (4.8)$$

На відміну від інших відносних величин, відносна величина інтенсивності виражається іменованими величинами, в яких поєднуються одиниці виміру чисельника і знаменника. Прикладами відносних величин інтенсивності можуть бути такі показники: густота населення, виробництво продукції на душу населення, випуск продукції у розрахунку на одиницю основних засобів (фондовіддача).

Відносна величина інтенсивності показують, скільки одиниць однієї сукупності припадає на одиницю іншої сукупності. Наприклад, за даними статистичного щорічника України у звітному році валовий внутрішній продукт у фактичних цінах становив 1454931 млн. грн., середня чисельність наявного населення – 45,4 млн. чол., територія – 603,7 тис. км<sup>2</sup>. За цими даними можна обчислити такі відносні показники інтенсивності:

- 1) ВВП у розрахунку на душу населення  $1454931 : 45,4 = 32046,9$  грн/чол.;
- 2) щільність населення  $45,4 : 603,7 = 75$  чол./км<sup>2</sup>.

Ефективність використання статистичних показників залежить від специфіки і умов розвитку суспільних явищ і процесів, а також від комплексного застосування абсолютних і відносних величин у статистичному дослідженні

### **3. Суть і умови використання середніх величин. Види середніх величин.**

Досліджувані статистикою суспільні явища, як правило, мають масовий характер, а розміри тієї чи іншої ознаки окремих одиниць статистичної сукупності – різне кількісне значення, тобто їм властива мінливість. Мінливість ознак статистичної сукупності залежить від конкретних умов і чинників, які впливають на ту чи іншу ознаку. Варіація ознак і є тією причиною, яка зумовлює необхідність вдаватися до розрахунку середніх величин.

Метод середніх величин – це один із найпоширеніших статистичних прийомів узагальнення.

*Середня величина* – це узагальнююча характеристика сукупності однотипних одиниць за певною кількісною ознакою. Вона характеризує типовий рівень варіюючої ознаки і відображає те спільне, характерне, що об'єднує всю масу елементів, тобто статистичну сукупність. За допомогою середньої величини відбувається згладжування відмінностей величини ознаки, які виникають з тих чи інших причин в окремих одиниць спостереження. Наприклад, середній виробіток робітника залежить від багатьох чинників: кваліфікації, стажу роботи, віку, організації виробничого процесу тощо. Середній виробіток відображує загальну властивість всієї сукупності.

Середня величина – величина абстрактна, тому що характеризує значення ознаки абстрактної одиниці і може не збігатися з жодним з індивідуальних значень ознаки. Абстрагуючись від індивідуальних особливостей окремих елементів, можна виявити те загальне, типове, що притаманне всій сукупності в конкретних умовах місця і часу.

Проте слід пам'ятати, що середня відображає типовий рівень ознаки лише в тому випадку, коли статистична сукупність, за якою вона обчислюється, якісно однорідна. Це одна з основних умов наукового застосування середніх у статистиці. Саме тому застосування методу середніх в статистиці пов'язують з методом групування. Крім того, типовий рівень ознаки, що вивчається, проявляє себе лише у випадку узагальнення масових фактів. У разі узагальнення масових фактів випадкові відхилення індивідуальних величин від загальної тенденції взаємно погашаються в середній величині. Ця вимога стосовно обчислення середніх величин пов'язує метод середніх із законом великих чисел. Умови визначення середніх величин наведені на рис. 4.2.

Обчислення середніх величин є складовою частиною багатьох статистичних методів: групувань, рядів динаміки, індексних розрахунків, показників варіації, вибіркового методу та ін. За допомогою середніх величин проводять порівняльний аналіз у часі і просторі, вивчають тенденції та закономірності розвитку явищ, їх інтенсивність та характер коливань, досліджують зв'язки і залежності між явищами.

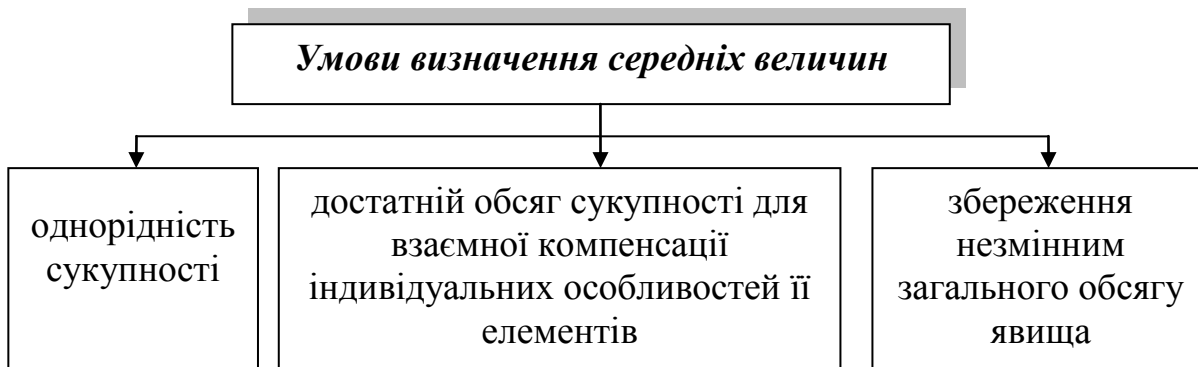


Рисунок. 4.2 – Умови визнання середніх величин як типових характеристик сукупності

Середні величини в статистиці належать до класу степеневих середніх, які описує формула:

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}} \quad (4.9)$$

де  $x$  – рівень ознаки, варіанти;  
 $n$  – число варіантів;  
 $m$  – показник степеня середньої.

Зміна степеня середньої величини визначає вид середніх величин (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Формули степеневих середніх

Степінь	Вид середньої	Формула
0	Геометрична	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$
1	Арифметична	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$
2	Квадратична	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$
-1	Гармонічна	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$

При вивченні закономірностей розподілу застосовують середню арифметичну, варіації – середню квадратичну, інтенсивності розвитку – середню геометричну. Різні види середніх, обчислені для одних і тих же даних, мають різну величину. Співвідношення між ними має такий вигляд і називається правилом мажорантності:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} \leq \bar{x}_{\text{геом}} \leq \bar{x}_{\text{ар}} \leq \bar{x}_{\text{кв}} \quad (4.10)$$

Залежно від характеру вихідної інформації середня будь-якого виду може бути простою чи зваженою. Середня величина позначається  $\bar{x}$  (риска над символом означає осереднення індивідуальних значень) і має таку саму одиницю вимірювання, як і індивідуальна ознака.

Питання про те, який вид середньої слід використати в кожному окремому випадку, вирішується шляхом конкретного аналізу досліджуваної сукупності і визначається матеріальним змістом досліджуваного явища.

#### 4. Середня арифметична проста і зважена

Одним із найпоширеніших видів середніх величин є *середня арифметична*. Її застосовують в тих випадках, коли обсяг варіаційної ознаки для всієї сукупності формується як сума значень ознаки окремих одиниць досліджуваної сукупності.

Середня арифметична може бути простою і зваженою. Розглянемо розрахунок середньої арифметичної простої на наступному прикладі.

Припустимо, що треба обчислити середній рівень кваліфікації робітників підприємства, тарифний розряд яких складає: 6, 3, 4, 3, 5, 2, 4, 5, 4, 4. Названі числа – це індивідуальні значення ознаки або варіанти. Для обчислення середнього тарифного розряду треба суму всіх значень ознаки (суму розрядів), тобто обсяг ознаки, розділити на кількість одиниць сукупності (кількість робітників):

$$\bar{x} = \frac{6 + 3 + 4 + 3 + 5 + 2 + 4 + 5 + 4 + 4}{10} = 4 \text{ розряд.}$$

Позначивши варіанти  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , цей розрахунок можна записати так:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \quad (4.11)$$

Наведена формула має назву *середньої арифметичної простої* і застосовується тоді, коли розрахунок здійснюють на основі первинних, не згрупованих даних. Проте в практиці аналітичної роботи нерідко виникає

потреба розрахувати середні величини на основі згрупованих даних, передусім даних варіаційного ряду розподілу. Наприклад, наведені у попередньому прикладі дані про тарифні розряди робітників підприємства, можна об'єднати в групи і записати у вигляді варіаційного ряду розподілу (табл. 4.3).

Таблиця 4.3 – Ряд розподілу робітників за тарифними розрядами

Тарифний розряд робітників	2	3	4	5	6	Разом
Кількість робітників	1	2	4	2	1	10

У наведеному ряді розподілу варіанти – це розряди. Кожна з варіант має відповідну частоту, тобто кількість робітників. При обчисленні середньої за даними варіаційного ряду розподілу для визначення загального обсягу ознаки слід кожен з варіант помножити на частоту і отримані результати додати. Таке множення варіантів на їхні частоти в статистиці називають зважуванням, а обчислена в такий спосіб середня – *середньою арифметичною зваженою*.

Обчислення середньої арифметичної зваженої в наведеному прикладі матиме такий вигляд:

$$\bar{x} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 2 + 6 \times 1}{1 + 2 + 4 + 2 + 1} = \frac{40}{10} = 4 \text{ розряд.}$$

Якщо частоту (вагу) позначити  $f$ , то формула середньої арифметичної зваженої матиме такий вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f}. \quad (4.12)$$

Таким чином, для обчислення середньої арифметичної зваженої виконуються такі послідовні операції: знаходження добутків варіантів та їх частот, додавання одержаних добутків, ділення суми добутків на суму частот.

Частоти варіантів можуть бути не тільки абсолютними величинами, а й відносними у вигляді часток або відсотків.

Середня арифметична зважена застосовується у тих випадках, коли варіанти мають різні частоти. Використання незваженої середньої у таких випадках неприпустимо, тому що це неминуче призводить до викривлення статистичних показників.

Часто середні величини обчислюють за даними не тільки дискретних, а й інтервальних рядів розподілу, коли варіанти ознаки подають у вигляді інтервалу (від ... до), як наприклад, у табл. 4.4.

Таблиця 4.4 – Розподіл робітників за виробітком продукції

Групи робітників за кількістю виготовленої продукції за зміну, шт.	Кількість робітників, $f$	Центр інтервалу, $x_i$	$xf$
До 5	10	4	40
5-7	30	6	180
7-10	40	8,5	340
10- 15	15	12,5	187,5
Більше 15	5	17,5	87,5
Разом	100		835

В таких випадках для обчислення середньої величини спочатку потрібно перетворити інтервальний ряд на дискретний, для чого треба визначити середнє значення інтервалу кожної групи (центр інтервалу).

Середнє значення інтервалу дорівнює півсумі його верхньої та нижньої меж.

Якщо в рядах розподілу є відкриті інтервали, так як у наведеному прикладі, то в таких рядах величина інтервалу першої групи умовно дорівнює величині інтервалу наступної групи, а величина інтервалу останньої групи – величині інтервалу попередньої групи. У нашому прикладі центр інтервалу буде дорівнювати:

$$x_1 = (3 + 5) : 2 = 4$$

$$x_2 = (5 + 7) : 2 = 6$$

$$x_3 = (7 + 10) : 2 = 8,5$$

$$x_4 = (10 + 15) : 2 = 12,5$$

$$x_5 = (15 + 20) : 2 = 17,5$$

Виконавши ці розрахунки, визначаємо середній змінний виробіток деталей за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{835}{100} = 8 \text{ шт.}$$

Отже, середній змінний виробіток деталей становить 8 шт.

Середня арифметична має певні *властивості*, які розкривають її суть.

1. Якщо частоти (ваги) збільшити чи зменшити в одне й те ж число ( $k$ ) раз, то величина середньої не зміниться:

$$x = \frac{\sum x_i \frac{f_i}{k}}{\sum \frac{f_i}{k}} = \frac{\frac{1}{k} \sum x_i f_i}{\frac{1}{k} \sum f_i} \quad (4.13)$$

Згідно з цією властивістю замість абсолютних ваг – частот  $f_i$  – можна використати відносні ваги у вигляді часток  $d_i = \frac{f_i}{\sum_1^m f_i}$  або процентів  $100d_i$ :

$$\bar{x} = \sum_1^m x_i d_i, \quad (4.14)$$

або у процентах,

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^m x_i d_i}{100}. \quad (4.15)$$

2. При збільшенні або зменшенні кожної варіанти в  $k$  разів середня зміниться в стільки ж разів:

$$\frac{\sum \frac{x_i}{k} f_i}{\sum f_i} = \frac{1}{k} \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\bar{x}}{k}. \quad (4.16)$$

3. При збільшенні або зменшенні кожної варіанти на сталу величину  $A$ , середня зміниться на цю ж величину:

$$\frac{\sum (x_i - A) f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} - A = \bar{x} - A. \quad (4.17)$$

4. Сума відхилень значень ознаки (варіант) від середньої арифметичної дорівнює нулю:

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0, \quad (4.18)$$

тобто в середній взаємно компенсуються додатні та від'ємні відхилення окремих варіант.

5. Сума квадратів відхилень варіант від середньої менша за будь-яку іншу величину:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \min. \quad (4.19)$$

Властивості середньої арифметичної дозволяють здійснити її розрахунок способом умовних моментів або способом відліку від умовного нуля:



$$\bar{x} = \frac{\sum \left( \frac{x - A}{k} \right) f}{\sum f} k + A = m_1 k + A, \quad (4.20)$$

де  $k$  – постійна величина, за яку приймається величина інтервалу;

$A$  – постійна величина, за яку приймається середина центрального інтервалу, або інтервалу, який має найбільшу частоту;

$m_1$  – умовний момент першого порядку

Спосіб умовних моментів може бути використаний в інтервальних рядах розподілу з рівними інтервалами.

### 5. Середня гармонічна та умови її застосування.

При розрахунку середньої з обернених показників використовують середню гармонічну. *Середня гармонічна* – це величина, обернена середній арифметичній з обернених значень ознаки. Буває простою і зваженою.

Припустимо, що придбано товару у двох продавців на одну й ту саму суму – на 10 грн., але за різною ціною: по 30 грн. за 1 кг у першого продавця і по 20 грн. – у другого. Як визначити середню ціну покупки? Середня арифметична  $(30 + 20) : 2 = 25$  грн. за 1 кг нереальна, оскільки за такою ціною на 20 грн. можна придбати  $20 : 25 = 0,8$  кг товару. Насправді придбано товару у першого продавця  $(10 : 30) = 0,33$  кг, у другого –  $(10 : 20) = 0,50$  кг, тобто разом  $0,33 + 0,50 = 0,83$  кг, а середня ціна становить  $20 : 0,83 = 24$  грн.

Описаний порядок розрахунку називають *середньою гармонічною простою*. У нашому прикладі:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum_1 \frac{1}{x}} = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{20}} = 24 \text{ грн.}$$

Середня гармонічна зважена використовують тоді, коли відсутні частоти ( $f$ ), але відомі добутки ознаки ( $x$ ) на ваги ( $f$ ), тобто показник загального обсягу ознаки  $\omega$  ( $\omega = xf$ ). Середня гармонічна зважена має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}}. \quad (4.21)$$

Розглянемо приклад розрахунку середньої гармонічної (табл. 4.5)

Таблиця 4.5 – Дані про реалізації товарів за звітний місяць

Назва товару	Ціна, грн	Вартість реалізованих товарів, грн
А	22,0	5500
Б	23,0	6900
В	22,5	7200

Вибір виду середньої має ґрунтуватись на логічній формулі показника:

$$\text{Середня ціна одиниці товару} = \frac{\text{Загальна вартість реалізованих товарів}}{\text{загальна кількість реалізованих товарів}}$$

Вартість реалізованих товарів – це добуток ціни одиниці товару (варіанти) на кількість реалізованих товарів (частоту),  $\omega = xf$ . Отже, обчислювати середню ціну одиниці товару треба за формулою середньої гармонічної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}} = \frac{5500 + 6900 + 7200}{\frac{5500}{22,0} + \frac{6900}{23,0} + \frac{7200}{22,5}} = \frac{19600}{250 + 300 + 320} = 22,5 \text{ грн.}$$

Формула середньої – це лише математична модель логічної формули показника. Важливий методологічний принцип вибору виду середньої полягає в тому, аби розрахунок забезпечив логіко-змістовну суть показника. Цей принцип є основним критерієм оцінки правильності рішень.

Отже, якщо крім значень ознаки відомі значення знаменника логічної формули (частоти), то середню розраховують за формулою арифметичної. А коли знаменник невідомий, використовується формула середньої гармонічної. Це правило, хоча й формальне за характером, забезпечує обґрунтований вибір, який узгоджується з логічною формулою.



### Питання для самоконтролю

1. Що таке абсолютні статистичні величини і яке їхнє значення в статистиці?
2. Які види абсолютних величин можна виділити за способом їх вираження?
3. В яких одиницях можна виражати абсолютні величини?
4. Що називають відносною величиною?
5. В якій формі можна виражати відносні величини?

6. Чому порівнюваність абсолютних показників є базою для обчислення відносних величин?
7. Які види відносних величин Ви знаєте?
8. Як обчислюють відносні величини планового завдання?
9. Що характеризують відносні величини динаміки і яка послідовність їх обчислення?
10. Яка залежність між відносними величинам динаміки і планового завдання?
11. Що виражають відносні величини структури та координації?
12. Для характеристики яких явищ використовують відносні величини інтенсивності і порівняння в просторі?
13. Що таке середня величина?
14. Яке місце належить середнім величинам серед статистичних методів?
15. Які розрізняють види середніх величин?
16. Які умови застосування середніх величин?
17. Коли використовують середню арифметичну?
18. Які розрізняють види середньої арифметичної?
19. Які умови використання середньої гармонійної?
20. Які властивості притаманні середній арифметичній?
21. У чому полягає суть розрахунку середньої арифметичної способом умовних моментів?
22. Які розрізняють види середньої гармонійної?
23. Назвіть інші види середніх величин.



### ***Розв'язання типових задач***

***Приклад 1.*** Маємо дані про реалізацію товарів:

<i>Вихідні дані</i>			<i>Розрахункові дані</i>		
<i>Показник</i>	<i>Обсяг реалізації, млн. грн.</i>		<i>Структура реалізації, %</i>		<i>Темп зростання, %</i>
	<i>минулий рік</i>	<i>звітний рік</i>	<i>минулий рік</i>	<i>звітний рік</i>	
1. Реалізація непродовольчих товарів	1248,2	1139,6	61,53	50,51	91,3
2. Реалізація продовольчих товарів	780,4	1116,4	38,47	49,49	143,1
Разом	2028,6	2256,0	100,00	100,00	111,2

Відомо, що середньорічна чисельність населення становила, млн. чол.:  
у минулому році – 1,3;  
у звітному році – 1,2.

За наведеними даними визначити відносні величини, які характеризують:

- 1) структуру реалізації товарів;
- 2) співвідношення між обсягами реалізації окремих видів товарів;
- 3) динаміку обсягу реалізації в цілому та окремо за видами товарів;
- 4) обсяг товарообороту на душу населення.

Зробити висновки.

*Розв'язання:*

1) Структуру реалізації товарів розрахуємо за формулою 4.6.

Питома вага реалізації непродовольчих товарів становить:

– у минулому році  $1248,2 : 2028,6 \times 100 = 61,53 \%$ ;

– у звітному році  $1139,6 : 2256,0 \times 100 = 50,51 \%$ .

Питома вага реалізації продовольчих товарів становить:

– у минулому році  $780,4 : 2028,6 \times 100 = 38,47 \%$ ,

або  $100,0 - 61,53 = 38,47 \%$ ;

– у звітному році  $1116,4 : 2256,0 \times 100 = 49,49 \%$ ,

або  $100,0 - 50,51 = 49,49 \%$ .

Отже, у звітному році реалізація непродовольчих товарів становить 50,51% від загального обсягу товарообороту, що на 11,02 пунктів структури (50,51 - 61,53) менше, ніж у минулому році. Питома вага реалізації продовольчих товарів відповідно зросла на 11,02 пунктів структури (49,49 – 38,47) і склала у звітному році 49,49 %.

2) Співвідношення між обсягами реалізації окремих видів товарів визначимо за формулою 4.7, тобто на підставі відносної величини координатії.

Відносна величина координатії становить:

– у минулому році  $1248,2 : 780,4 = 1,6$ ;

– у звітному році  $1139,6 : 1116,4 = 1,02$ .

Розрахунки свідчать, що у минулому році обсяг реалізації непродовольчих товарів у 1,6 рази перевищував обсяг реалізації продовольчих товарів. У звітному році це співвідношення дещо зменшилось і склало 1,02 рази, тобто на кожну гривню реалізації продовольчих товарів припадає 1,02 грн. реалізації непродовольчих товарів.

3) Динаміку реалізації товарів проаналізуємо за допомогою відносної величини динаміки (темпу зростання), яка визначається за формулою 4.4.

Темп зростання становить:

– за обсягом реалізації непродовольчих товарів

$1139,6 : 1248,2 \times 100 = 91,3 \%$ .

– за обсягом реалізації продовольчих товарів

$1116,4 : 780,4 \times 100 = 143,1 \%$ .

– за загальним обсягом реалізації

$2256,0 : 2028,6 \times 100 = 111,2 \%$ .

Отже, обсяг реалізації непродовольчих товарів звітнього року становить 91,3% рівня минулого року, тобто він зменшився на 0,7 % (91,3 – 100,0). У звітному році обсяг реалізації продовольчих товарів становить 143,1% рівня

минулого року, тобто він збільшився на 43,1 % (143,1 – 100,0). В результаті таких змін загальний обсяг реалізації товарів збільшився на 11,2 % (111,2 – 100) або в 1,112 рази (111,2 : 100).

4) Обсяг товарообороту на душу населення визначається за формулою відносної величини інтенсивності (формула 4.8).

$$\frac{\text{Обсяг товарообороту на душу населення}}{\text{Обсяг товарообороту}} = \frac{\text{Обсяг товарообороту}}{\text{Середня чисельність населення}}$$

Так, у минулому році на душу населення припадало 1560,5 грн. реалізації всіх товарів (2028,6 : 1,3 = 1560,5), а у звітному році значно більше – 2713,3 грн. (3256,0 : 1,2 = 2713,3). Отже, за рік обсяг товарообороту на душу населення збільшився в 1,74 рази (2713,3 : 1560,5 = 1,74).

**Приклад 2.** За даними ряду розподілу металообробного устаткування за віком визначити середню величину способом умовних моментів.

*Розв'язання:*

Розрахунок середнього віку устаткування способом умовних моментів здійснюється за формулою 4.18.

Послідовність розрахунків відображена в таблиці.

Вихідні дані		Розрахункові дані			
Вікова група, років	Кількість одиниць устаткування, $f$	Центр інтервалу $x$	$x - A$	$\frac{x - A}{k}$	$\frac{x - A}{k} f$
До 4	10	2	-8	-2	-20
4 – 8	25	6	-4	-1	-25
8 – 12	45	10	0	0	0
12 і більше	20	14	4	1	20
Разом	100	$\bar{x}$	$\Sigma$	$\Sigma$	-25

Постійною величиною  $A$ , на яку слід зменшити всі варіанти, є центр інтервалу, який дорівнює 10 рокам, адже саме цей інтервал має найбільшу частоту.

Постійною величиною  $k$ , на яку слід поділити всі варіанти, є інтервал групування, який дорівнює 4 рокам.

Виконавши ці розрахунки, визначаємо середній вік устаткування за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left( \frac{x - A}{k} \right) f}{\sum f} k + A = \frac{-25}{100} 4 + 10 = 9 \text{ років.}$$

Отже, середній вік устаткування становить 9 років.



## Навчальні завдання

1. Виробництво трикотажних костюмів на малому підприємстві становило (тис. шт.):

Костюми	I півріччя	II півріччя	
		за планом	фактично
Дорослі	30	35,5	40
Дитячі	10	10,5	15
Всього	40	46,0	55,0

Визначити всі можливі види відносних величин.

2. Є наступні дані про населення області за два періоди:

Показники	Минулий рік	Звітний рік
Усе населення, тис. чол.	240	245
у т.ч. жінки	130	132

Територія області 80 тис. км<sup>2</sup>.

Визначити усі можливі відносні величини. Зробити висновки.

3. Є річні дані по трьох їдальнях (тис. грн.):

Їдальня	Товарооборот	
	за планом	фактично
1	300	309
2	400	420
3	500	550

Визначити відсоток виконання плану товарообороту по кожній їдальні та в середньому по трьох їдальнях разом. Зробити висновки.

4. Є наступні умовні дані по місту на початок року:

1. Число підприємств роздрібної торгівлі, од-ць	1230
2. Число підприємств харчування, од-ць	584
3. Кількість населення, млн. чол.	1,06
4. Територія, тис. км <sup>2</sup>	60,3

Визначити:

1) щільність торгової мережі та підприємств харчування на 100 км<sup>2</sup>;

2) кількість населення з розрахунку на одне торгове підприємство і одне підприємство харчування;

3) кількість торгових підприємств і підприємств харчування з розрахунку на тисячу населення.

Назвати види розрахованих величин. Зробити висновки.

5. По 22 сім'ях житлового будинку маємо дані про число членів у кожній сім'ї:

3 2 5 4 6 5 3 2 4 3 4  
2 3 2 5 2 3 4 2 5 7 6

Скласти дискретний варіаційний ряд, оформити його графічно і визначити середній розмір сім'ї, характерний для сукупності, що вивчається.

6. Встановити середню заробітну плату у I-ому та II-му кварталах і побудувати графіки розподілу робітників. Оцінити зміни в структурі працюючих за оплатою праці:

Групи за розміром заробітної плати, грн	Чисельність робітників, чол.	
	I-й квартал	II-й квартал
До 2000	10	10
2000-4000	20	10
4000-6000	50	30
6000 і більше	20	50
<i>Всього</i>	100	100

7. Як виконано план за обсягом товарообороту трьома магазинами за місяць?

Магазин	План товарообороту, тис. грн.	Ступінь виконання плану товарообороту, %
1	100	120
2	200	100
3	400	80

8. Маємо такий розподіл осіб, які вступили до шлюбу, за віком:

Вік, повних років	До 19	19-21	21-23	23-25	25 і більше	Всього
Число осіб	10	36	70	64	20	200

Визначити середній вік осіб, що вступили до шлюбу.

9. Маємо такі дані про роботу товарних бірж:

Біржа	I квартал		II квартал	
	Розмір однієї угоди, тис. грн	Складено угод, од.	Розмір однієї угоди, тис. грн	Складено угод на суму, тис. грн
1	51,0	30	72,1	5600,0
2	55,6	35	70,6	5500,0
3	58,3	60	55,4	5000,0

Визначити:

- 1) середній розмір однієї угоди в I-му та II-му кварталах;
- 2) динаміку середнього показника.

10. Визначити середній стаж робітників звичайним способом та способом умовних моментів, використовуючи такі дані:

Стаж, років	До 4	4-8	8-12	12-16	16 і більше	Разом
Число робітників, % до підсумку	12,0	18,5	30,4	26,0	13,1	100,0



### Контролюючі тести

1. Показники, які характеризують обсяги, розміри соціально-економічних явищ, є величинами:

- а) абсолютними; б) відносними.

Вони виражаються одиницями вимірювання:

- в) натуральними, трудовими, вартісними; г) коефіцієнтами, процентами.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

2. Співвідношенням різнойменних показників розраховуються відносні величини:

- а) інтенсивності; б) територіального порівняння.

Співвідношенням однойменних показників розраховуються відносні величини: в) інтенсивності; г) динаміки.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

3. Вкажіть відносні величини інтенсивності:

- а) кількість чоловіків на 1000 жінок становить 895;
- б) кількість народжених на 1000 жителів – 13,5.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

4. Вкажіть відносні величини динаміки:



- а) інвестиції у нафтовидобувну промисловість за рік зросли на 40%;  
б) видобуток нафти за той самий період збільшився на 210 млн. т.  
Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

5. Вкажіть відносні величини структури:

- а) бюджетні видатки на охорону здоров'я становлять 10%;  
б) в експорті продукції акціонерного товариства 48% припадає на Китай, 29% – на Росію.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

6. Для обчислення відносної величини динаміки, необхідно:

- а) відносну величину прогнозу помножити на відносну величину координації;  
б) відносну величину прогнозу поділити на відносну величину виконання прогнозу;  
в) відносну величину виконання прогнозу поділити на відносну величину прогнозу;  
г) відносну величину прогнозу помножити на відносну величину виконання прогнозу.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. Значення відносної величини динаміки показує:

- а) як обсяг явища планують змінити у звітному періоді порівняно із базовим;  
б) рівень перевиконання (недовиконання) прогнозу в звітному періоді;  
в) обсяг явища у звітному періоді порівняно з базовим;  
г) як показник відрізняється від нормативного (еталонного) рівня.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

8. Середня величина є узагальнюючою характеристикою варіюючої ознаки:

- а) лише в якісно-однорідній сукупності; б) у будь-якій сукупності.

Значення середньої залежить:

- в) від індивідуальних значень ознаки; г) від індивідуальних значень ознаки і їх вагомості.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

9. Якщо кожному з варіантів дискретного ряду розподілу збільшити на 10 одиниць, то середня арифметична:

Відповідь:

- 1) не зміниться; 2) збільшиться на 10 одиниць;  
3) зменшиться на 10 одиниць; 4) Ваш варіант відповіді.

10. Середня гармонійна – це величина:

- а) обернена до середньої арифметичної;
  - б) обернена до середньої хронологічної;
  - в) змінної ознаки, навколо якої групуються варіанти ряду розподілу;
  - г) обернена до середньої арифметичної з обернених величин.
- Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

11. Якщо всі частоти (ваги) ряду розподілу зменшити в 10 разів, у результаті величина середньої арифметичної цього ряду:

Відповідь:

- 1) зменшиться в 10 разів;
- 2) не зміниться;
- 3) збільшиться в 10 разів;
- 4) Ваш варіант відповіді.

12. Сума квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної є:

Відповідь:

- 1) рівною нулю;
- 2) меншою, ніж будь-яке число;
- 3) меншою, ніж від будь-якого іншого числа;
- 4) рівною  $n \bar{x}$ .

13. Конкурс на вступних іспитах до вищого навчального закладу змінювався відносно попереднього року, %: у 2010 р. – 79%; 2011 р. – 82%; 2012 р. – 87%; 2013 р. – 96%.

Середньорічний коефіцієнт зміни конкурсу можна розрахувати за формулою середньої:

- 1) арифметичної;
- 2) гармонічної;
- 3) геометричної;
- 4) хронологічної.

14. Кількість рекламних повідомлень, що друкувалися у бізнесовій газеті протягом кварталу, була такою: в липні – 186; в серпні – 200; у вересні – 235.

Середньомісячна кількість рекламних повідомлень за квартал може бути визначена за формулою:

- 1) арифметичної простої;
- 2) арифметичної зваженої;
- 3) гармонічної простої;
- 4) гармонічної зваженої.

## ТЕМА 5. Аналіз рядів розподілу

1. Основні характеристики центру розподілу.
2. Поняття варіації та її основні показники.
3. Методи обчислення дисперсій.
4. Види дисперсій.

### 1. Основні характеристики центру розподілу

Центром тяжіння будь-якої статистичної сукупності є типовий рівень ознаки, узагальнююча характеристика всього розмаїття її індивідуальних значень. Такою характеристикою є середня величина.

За даними ряду розподілу середня обчислюється як арифметична зважена.

Окрім типового рівня важливе значення мають структурні середні, до яких належать мода та медіана.

*Мода* ( $M_o$ ) – це та варіанта, яка найчастіше повторюється в даній сукупності. Моду широко використовують у комерційній діяльності і в соціологічних дослідженнях, коли вивчають ринковий попит, реєструють рівень цін, встановлюють рейтинг популярності осіб чи товарів тощо.

У *дискретному* ряді розподілу мода – це варіанта, якій відповідає найбільша частота.

Наприклад, розглянемо дані щодо розподілу за розмірами продажу чоловічих костюмів (табл. 5.1).

Таблиця 5.1 – Продаж чоловічих костюмів

Розмір костюма	44	46	48	50	52	54	56	Разом
Кількість проданих костюмів	2	8	20	91	44	19	5	189

За цими даними найбільшим попитом у покупців користуються чоловічі костюми 50-го розміру, тобто  $M_o = 50$ , оскільки ця варіанта має найбільшу частоту – 91 покупець придбав костюми цього розміру.

В *інтервальному* ряді розподілу за величиною найбільшої частоти визначається модальний інтервал, в межах якого розташована модальна величина. Розрахунок моди здійснюється за формулою:

$$M_o = x_{M_o} + h_{M_o} \frac{(f_{M_o} - f_{M_o-1})}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} \quad (5.1)$$

де  $x_{M_o}$  – мінімальне значення ознаки у модальному інтервалі;  
 $h_{M_o}$  – величина модального інтервалу;

$f_{M_o}$  – частота модального інтервалу;  
 $f_{M_o-1}$  – частота інтервалу, що передує модальному;  
 $f_{M_o+1}$  – частота інтервалу наступного за модальним.

Наприклад, розглянемо результати вибіркового обстеження робітників підприємства за стажем роботи (табл. 5.2).

Таблиця 5.2 – Розподіл робітників цеху за стажем роботи

Стаж роботи, років	Чисельність робітників	Кумулятивні частоти
До 3	40	40
3 – 6	125	(40+125) 165
6 – 9	230	(165+230) 395
9 – 12	225	(395+225) 620
12 – 15	144	(620+144) 764
15 і більше	36	(764+36) 800
Разом	800	

Модальний інтервал становить від 6 до 9 років, оскільки відповідна йому частота є максимальною  $f_{M_o} = 230$ .

Підставивши дані, обчислимо моду:

$$M_o = 6 + 3 \frac{(230 - 125)}{(230 - 125) + (230 - 225)} = 9 \text{ років.}$$

Це означає, що такий стаж є найбільш поширеним, типовим для робітників цеху.

Характеристикою центру розподілу також вважається медіана.

Медіаною ( $M_e$ ) в статистиці називають варіанту, що ділить ранжируваний ряд на дві рівні за чисельністю частини. Одна частина одиниць ряду має значення варіюючої ознаки менше ніж медіана, а друга – більше.

Медіану у дискретному ряді розподілу визначають за номером медіани, який визначається за формулою:

$$N_{M_e} = \frac{\sum f}{2}. \quad (5.2)$$

Номер медіани слід порівняти з кумулятивними частотами.

За даними табл. 5.1 кількість покупців костюмів становить 189 чоловік, тобто є непарним числом, тоді номер медіани становить  $(189 + 1) : 2 = 95$ . Отже, варіанта за номером 95 ділить упорядкований ряд на дві однакові частини.

Яке ж значення варіанти знаходиться під номером 95? Для того, щоб знайти відповідь на це питання, слід нагромадити частоти, розпочинаючи з

мінімального значення варіанти. У статистиці це називається акумуляцією частот. Нагромаджена сума частот першої, другої та третьої варіанти становить  $2 + 8 + 20 = 30$ , а в прикладі медіанним є 95-а варіанта, тобто та, яка знаходиться у наступній групі, де частота становить 91, а нагромаджені частоти перевищують номер медіани  $30 + 91 = 121$ , отже медіаною є 50-й розмір ( $Me = 50$ ).

Для обчислення медіани в інтервальному ряді розподілу спочатку визначають медіанний інтервал. Він відповідає такому, кумулятивна частота якого дорівнює чи перевищує номер медіани.

Розрахунок медіани в інтервальному ряді розподілу здійснюється за формулою:

$$Me = x_{Me} + h_{Me} \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (5.3)$$

де  $x_{Me}$  – мінімальне значення ознаки в медіанному інтервалі;  
 $h_{Me}$  – величина медіанного інтервалу;  
 $\sum f$  – сума частот;  
 $S_{Me-1}$  – сума нагромаджених частот до медіанного інтервалу;  
 $f_{Me}$  – частота медіанного інтервалу.

За даними табл. 5.2 номер медіани дорівнює:  $(800+1) : 2 = 400,5$ . Отже, медіана знаходиться в інтервалі від 9 до 12 років. Підставивши у формулу 5.3, обчислимо медіану:

$$Me = 9 + 3 \frac{\frac{800}{2} - 395}{225} = 9 \text{ років.}$$

Отже, у половини робітників підприємства стаж роботи більше 9 років, а у половини – менше 9 років.

Медіана, як і мода, не залежить від крайніх значень ознаки; сума модулів відхилень варіант від медіани мінімальна, тобто вона має властивість лінійного мінімуму:

$$\sum_1^m |x_i - Me| f_i = \min. \quad (5.4)$$

Цю властивість медіани можна використати при проектуванні розміщення зупинок міського транспорту, заготівельних пунктів тощо.

Мода і медіана – це особливий вид середніх величин. На відміну від абстрактної середньої арифметичної, ці характеристики завжди співпадають з

конкретними варіантами.

Окрім моди і медіани в аналізі закономірностей розподілу використовуються також кватилі та децилі.

*Кватилі* – це варіанти, які поділяють обсяг сукупності на чотири рівні частини. Розрахунки кватилей здійснюється за формулами:

– перший кватиль:

$$Q_1 = x_0 + h_{Q_1} \frac{0,25 \sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}; \quad (5.5)$$

– другий кватиль:

$$Q_2 = Me \quad (5.6)$$

– третій кватиль:

$$Q_3 = x_0 + h_{Q_3} \frac{0,75 \sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}, \quad (5.7)$$

$x_0$  – нижня межа кватильного інтервалу;

$h_{Q_1}, h_{Q_3}$  – величина кватильного інтервалу;

$S_{Q_1-1}, S_{Q_3-1}$  – відповідно кумулятивні частоти інтервалу, що передують кватильному.

$f_{Q_1}, f_{Q_3}$  – відповідно частоти інтервалу, в якому знаходиться 1-й і 3-й кватилі.

*Децилі* – це варіанти, які поділяють обсяг сукупності на десять рівних частин.

$$d_j = x_{dj} + h_{dj} \frac{\frac{j}{10} \sum f - S_{dj-1}}{f_{dj}}, \quad (5.8)$$

$j$  – номер дециля (від 1 до 9);

$x_{dj}$  – нижня межа децильного інтервалу;

$h_{dj}$  – величина децильного інтервалу;

$S_{dj-1}$  – кумулятивна частота інтервалу, що передують децильному;

$f_{dj}$  – частота інтервалу, в якому знаходиться  $j$ -й дециль.

Ці характеристики визначаються на основі кумулятивних частот (часток) за аналогією з медіаною, яка є другим квантилем або п'ятим децилем.

## 2. *Поняття варіації та її основні показники*

В одних сукупностях індивідуальні значення ознаки щільно групуються навколо центру розподілу, в інших – значно відхиляються. Чим менші відхилення, тим однорідніша сукупність, а отже, тим більш надійні і типові середні характеристики розподілу.

Коливання окремих значень ознаки характеризують показники варіації. Термін "варіація" походить від латинського *variatio* – зміна, коливання, відмінність. *Варіацією* в статистиці називають кількісні зміни величини досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності, які зумовлені впливом дії різних чинників.

Неважко уявити дві сукупності, в яких середні величини варіюючої ознаки однакові, проте наближення індивідуальних значень у кожній сукупності до середньої є різним. Ось чому для характеристики сукупності велике практичне значення має вивчення відхилень досліджуваної ознаки окремих одиниць сукупності від середньої величини. Треба брати до уваги не лише крайні відхилення, а й сукупність відхилень усіх варіантів. Від розміру і розподілу цих відхилень залежить типовість і надійність середніх величин.

Для вимірювання та оцінки варіації використовуються абсолютні й відносні характеристики. До абсолютних належать: розмах варіації, середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, дисперсії. Відносні характеристики представлені низкою коефіцієнтів: варіації, локалізації, концентрації. Всі перелічені показники є іменованими величинами, крім коефіцієнтів варіації, які обчислюються у відсотках.

У системі показників варіації найпростішим є показник розмаху варіації (амплітуди коливань). *Розмах варіації* характеризує межі, в яких змінюються значення ознаки, і обчислюється як різниця між максимальним і мінімальним значенням ознаки.

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (5.9)$$

В інтервальному ряді розподілу розмах варіації визначають як різницю між верхньою межею останнього інтервалу і нижньою межею першого або як різницю між середніми значеннями цих інтервалів.

У практиці статистико-економічного аналізу широко використовують характеристики варіації, що ґрунтуються на відхиленнях індивідуальних значень ознаки від середньої величини  $x - \bar{x}$ . Оскільки  $\sum x - \bar{x} = 0$ , то при розрахунку такого роду характеристик використовують або модулі, або квадрати відхилень. У результаті маємо такі характеристики варіації: середнє

лінійне ( $\bar{l}$ ) і середнє квадратичне відхилення ( $\sigma$ ) та дисперсію ( $\sigma^2$ ).

Методика обчислення цих показників залежить від характеру вихідних даних (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 - Обчислення узагальнюючих показників варіації

Назва показників	Формули розрахунку	
	для незгрупованих даних	для згрупованих даних
1. Середнє лінійне відхилення	$\bar{l} = \frac{\sum  x - \bar{x} }{n}$	$\bar{l} = \frac{\sum  x - \bar{x} f}{\sum f}$
2. Дисперсія (середній квадрат відхилень)	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$
3. Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$

Середнє квадратичне відхилення є мірилом надійності середньої. Чим менше середнє квадратичне відхилення, тим об'єктивніше середня арифметична відображує всю сукупність.

Усі розглянуті показники варіації – розмах варіації, середнє лінійне відхилення та середнє квадратичне відхилення – завжди виражають у одиницях вихідних даних ряду та середньої величини. Всі вони є абсолютним виміром варіації. А це означає, що безпосередньо порівнювати абсолютні показники варіації у варіаційних рядах різних явищ не можна. Для того, щоб забезпечити їх порівняння, потрібно обчислити показники, які характеризують варіацію, виражену в стандартних величинах, наприклад, у відсотках. Відношення абсолютних характеристик варіації до середньої величини називаються коефіцієнтами варіації. Існують наступні коефіцієнти варіації:

1) лінійний коефіцієнт варіації

$$V_l = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} 100. \quad (5.10)$$

Лінійний коефіцієнт варіації характеризує відносне середнє абсолютне відхилення індивідуальних значень ознаки від середнього значення у цілому за сукупністю.

2) квадратичний коефіцієнт варіації



$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100. \quad (5.11)$$

Квадратичний коефіцієнт варіації характеризує відносне середнє відхилення індивідуальних значень ознаки від середнього значення ознаки у цілому за сукупністю.

### 3) коефіцієнт осциляції

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} 100. \quad (5.12)$$

Коефіцієнт осциляції відображує відносне коливання крайніх значень ознаки навколо середньої.

Для характеристики і порівняння варіації різних сукупностей і різних явищ найчастіше використовують квадратичний коефіцієнт варіації. Цей показник вживається для оцінки однорідності сукупності, тобто надійності і типовості середньої величини. Розрізняють такі значення відносних коливань:

$V < 10\%$	– незначне коливання
$10\% \leq V \leq 30\%$	– середнє коливання
$V > 30\%$	– велике коливання

Вважають, що сукупність є однорідною, а середня – типовою, коли квадратичний коефіцієнт варіації не перевищує 33%.

Обчислення показників варіації за незгрупованими даними розглянемо на прикладі (табл. 5.4):

**Таблиця 5.4 – Розрахунок показників варіації продуктивності праці робітників**

Порядковий номер робітника	Обсяг виготовленої за зміну продукції, шт	Відхилення	
		$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
1	2	8	64
2	3	7	49
3	12	2	4
4	15	5	25
5	18	8	64
Разом	50	30	216

1. Середній виробіток продукції розрахуємо за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{50}{5} = 10 \text{ штук.}$$

2. Розмах варіації визначаємо за формулою 5.9:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 18 - 2 = 16 \text{ штук.}$$

2. Середнє лінійне відхилення обчислюємо за формулою:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad (5.13)$$

За даними табл. 5.4 середнє лінійне відхилення складе:

$$\bar{l} = \frac{30}{5} = 6 \text{ штук;}$$

Таким чином, індивідуальні значення виробітку продукції окремих робітників відхиляються від середнього виробітку у цілому по підприємству на 6 штук.

2. Середній квадрат відхилень (дисперсію) обчислюємо за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \quad (5.14)$$

За даними табл. 5.4 дисперсія складе:

$$\sigma^2 = \frac{216}{5} = 41,2.$$

3. Середнє квадратичне відхилення обчислюємо за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (5.15)$$

Отже, середнє квадратичне відхилення складе:

$$\sigma = \sqrt{41,2} = 6,8 \text{ штук.}$$

За результатами розрахунків можна зробити висновок, що виробіток продукції окремих робітників відхиляються від середнього виробітку у цілому по підприємству на 6,8 штук.

4. Квадратичний коефіцієнт варіації обчислимо обчислюємо за формулою 5.11:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{6,8}{10} 100 = 68\%.$$

(%)

Квадратичний коефіцієнт варіації дорівнює 68%, що свідчить про досить значні коливання індивідуальних значень змінного виробітку робітників відносно середнього виробітку в цілому по підприємству, тобто сукупність робітників підприємства за рівнем продуктивності праці якісно неоднорідна, і відповідно, типовість середньої величини виробітку невелика.

Таким чином, можна зробити наступні висновки:

1. Середня величина (середня арифметична) має важливе пізнавальне значення, однак вона не завжди об'єктивно і не завжди із однаковим ступенем достовірності відображує внутрішній стан статистичної сукупності. При однаковому значенні середньої статистичні сукупності можуть бути досить нерівноцінні за рівнем коливань (варіації).

2. Чим менше відхилення, тим типовіша середня, тим більш однорідна сукупність.

3. Універсальним показником варіації є коефіцієнт варіації, цінність якого полягає в тому, що ним можна користуватись для характеристики і порівняння варіації різних сукупностей і різних явищ.

Усі розрахунки показників варіації, розглянуті вище, були здійснені для ознак, притаманних усім одиницям досліджуваних сукупностей у різному кількісному вираженні (виріток працівника, товарооборот магазину, стаж роботи, розмір кредитів банків тощо). Крім згаданих ознак статистика вивчає і такі, що властиві лише частині одиниць сукупності, а інша частина їх не має (альтернативні ознаки).

Дисперсія альтернативної ознаки обчислюється як добуток часток:

$$\sigma^2 = p \times q = p \times (1 - p), \quad (5.16)$$

де  $p$  – частка елементів сукупності, яким властива ознака;

$q$  – частка решти елементів.

Максимальне значення дисперсії складає 0,25, коли  $p = q = 0,5$ , а саме, коли одиниці сукупності порівну розподілені між двома значеннями.

Дисперсія альтернативної ознаки широко використовується при проектуванні вибіркового обстеження, обробці даних соціологічних опитувань, статистичному контролю якості продукції тощо.

### ***3. Методи обчислення дисперсій***

Дисперсія, або середній квадрат відхилення посідає особливе місце у статистичному аналізі соціально-економічних явищ. Вона є невіддільним і важливим елементом інших статистичних методів, зокрема дисперсійного аналізу.

Для ознак метричної шкали дисперсія – це середній квадрат відхилень

індивідуальних значень ознаки від середньої. Залежно від даних вона може бути:

– простою 
$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \quad (5.17)$$

– зваженою 
$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \quad (5.18)$$

Більш зручно проводити розрахунки дисперсії за формулою різниці квадратів:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2, \quad (5.19)$$

де  $\overline{x^2}$  – середній квадрат значень варіюючої ознаки;  
 $\bar{x}^2$  – квадрат середньої величини.

Перетворена формула дисперсії (5.18) має наступний вигляд:

– для незгрупованих даних (проста)

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left( \frac{\sum x}{n} \right)^2; \quad (5.20)$$

– для згрупованих даних (зважена)

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left( \frac{\sum x f}{\sum f} \right)^2. \quad (5.21)$$

Дисперсія має певні математичні властивості. Сформулюємо найважливіші з них:

1. Дисперсія постійної величини ( $A$ ) рівна нулю:  $\sigma^2(A) = 0$ .
2. Дисперсія не міняється, якщо всі варіанти збільшити або зменшити на одне й те ж число:  $\sigma^2(x+A) = \sigma^2(x)$ .
3. Якщо всі варіанти помножити (розділити) на число  $k$ , дисперсія збільшиться (зменшиться) в  $k^2$  раз.
4. Якщо вагу збільшити або зменшити в одне й те ж число раз, то дисперсія не зміниться.
5. Дисперсія щодо середньої арифметичної менше ніж середній квадрат відхилення від будь-якого числа  $x_0$  на величину  $(x_0 - \bar{x})^2$ . Ця властивість носить

назву властивості мінімальності дисперсії від середньої.

Властивості дисперсії дозволяють здійснити її розрахунок способом умовних моментів:

$$\sigma^2 = k^2 \left[ \frac{\sum \left( \frac{x-A}{k} \right)^2 f}{\sum f} - \left( \frac{\sum \left( \frac{x-A}{k} \right) f}{\sum f} \right)^2 \right], \quad (5.22)$$

де  $k$  – постійна величина, за яку приймається величина інтервалу;

$A$  – постійна величина, за яку приймається середина центрального інтервалу, або інтервалу, який має найбільшу частоту.

Перетворивши наведену формулу, дисперсію можна визначити через умовні моменти 1-го і 2-го порядків:

$$\sigma^2 = k^2 (m_2 - m_1^2), \quad (5.23)$$

де  $m_1$  – умовний момент першого порядку:

$$m_1 = \frac{\sum \left( \frac{x-A}{k} \right) f}{\sum f}; \quad (5.24)$$

$m_2$  – умовний момент другого порядку:

$$m_2 = \frac{\sum \left( \frac{x-A}{k} \right)^2 f}{\sum f}. \quad (5.25)$$

#### **4. Види дисперсій**

Варіація ознаки формується під впливом різних чинників, до складу яких входять як систематично діючі чинники, так і випадкові. У зв'язку з цим загальну варіацію можна розкласти на складові:

$$\text{Загальна варіація} = \text{систематична варіація} + \text{випадкова варіація}.$$

Загальна варіація – це сумарна варіація результативної ознаки, зумовлена всіма причинами, як систематично діючими, так і випадковими.

Систематична варіація – це частина загальної варіації результативної

ознаки, яку можна пояснити і яка викликана систематичною дією факторних ознак. Наприклад, на продуктивність праці важливий систематичний вплив здійснює трудова дисципліна робітника, забезпеченість матеріально-виробничими ресурсами.

Випадкова варіація – це варіація, яку неможливо пояснити, тобто частина загальної варіації результативної ознаки, викликана дією випадкових чинників. У нашому прикладі моральний та фізичний стан робітника може істотно змінити його продуктивність праці.

Загальна варіація вимірюється за допомогою сумарної дисперсії:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (5.26)$$

Загальна варіація розкладається на складові при розподілі сукупності на групи за факторною ознакою (однією або декількома).

Варіація, зумовлена чинником, який покладено в основу групування, називається міжгруповою варіацією.

Міжгрупова варіація є систематичною варіацією і характеризує вплив на результативну ознаку систематичних чинників.

Її розміри визначають за допомогою міжгрупової дисперсії за формулою:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}) f_i}{\sum f_i} \quad (5.27)$$

де  $\delta^2$  – міжгрупова дисперсія;

$\bar{x}_i$  – середня кожної окремої групи;

$\bar{x}$  – загальна середня всієї сукупності;

$f_i$  – число одиниць  $i$ -ї групи.

Випадкову варіацію, тобто ту частину загальної варіації ознаки, яка зумовлена впливом інших чинників, крім груповального, характеризує внутрішньогрупова дисперсія.

Внутрішньогрупова дисперсія є середньою величиною з групових дисперсій. Якщо групові дисперсії ( $\sigma_i^2$ ) можна обчислити за формулою:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 f}{\sum f} \quad (5.28)$$

то внутрішньогрупову дисперсію ( $\overline{\sigma^2}$ ) знаходять за формулою:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i} \quad (5.29)$$

Отже, при групуванні за однією факторною ознакою можна обчислити три види дисперсії – загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову, які пов'язані між собою рівністю:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2 \quad (5.30)$$

Цю рівність називають правилом складання (розкладання) дисперсій. Користуючись нею, можна завжди за двома дисперсіями обчислити третю. Крім цього, можна встановити питому вагу систематичної або випадкової варіації в загальній варіації і оцінити ступінь впливу чинника чи випадкової компоненти на варіацію ознаки, яка вивчається, тобто виміряти тісноту взаємозв'язків.



### *Питання для самоконтролю*

1. Які показники характеризують центр розподілу?
2. Що таке мода і медіана?
3. Як визначають моду в дискретному та інтервальному рядах?
4. Назвіть особливості визначення медіани в дискретному та інтервальному рядах.
5. Що таке квартилі та децилі?
6. Що розуміють під варіацією ознаки?
7. Як вимірюють варіацію ознаки?
8. Які показники використовують для вимірювання варіації? Назвіть їх.
9. Чим зумовлена необхідність використання цілої системи показників для вимірювання варіації ознаки?
10. Яке місце в цій системі належить показникам дисперсії, середнього квадратичного відхилення та коефіцієнту варіації?
11. Які методи розрахунку дисперсії Ви знаєте?
12. Як розрахувати дисперсію спрощеним методом?
13. У чому полягає суть розрахунку дисперсії способом умовних моментів?
14. Які властивості дисперсії Ви знаєте?
15. Як визначити дисперсію альтернативної ознаки?
16. Які розрізняють види дисперсії?
17. Назвіть сутність кожного виду дисперсії та послідовність їх визначення.
18. Чим відрізняються внутрішньогрупова та міжгрупова дисперсії від загальної дисперсії?

19. У чому полягає суть правила додавання дисперсій?

20. Назвіть сферу застосування правила додавання дисперсій.



### Розв'язання типових задач

**Приклад 1.** За наведеними даними розрахувати дисперсію та середнє квадратичне відхилення стажу роботи робітників підприємства. Розрахунок дисперсії здійснити різними способами.

Вихідні дані		Розрахункові показники				
Стаж роботи, років	Кількість робітників $f$	$x_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f$	$x^2 f$	$\left(\frac{x - A}{k}\right) f$	$\left(\frac{x - A}{k}\right)^2 f$
1	2	3	5	7	9	10
До 5	18	2,5	882	112,5	-18	18
5-10	46	7,5	184	2587,5	0	0
10-15	20	12,5	180	3125	20	20
15-20	10	17,5	640	3062,5	20	40
20 і більше	6	22,5	1014	3037,5	18	54
Разом	100	X	2900	11925	40	132

*Розв'язання:*

1. Середній стаж роботи робітників підприємства розрахуємо за середньою арифметичною зваженою:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2,5 \times 18 + 7,5 \times 46 + 12,5 \times 20 + 17,5 \times 10 + 22,5 \times 6}{100} = 9,5 \text{ років.}$$

2. Дисперсію визначимо трьома способами:

– звичайним способом

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{2900}{100} = 29,0;$$

– спрощеним способом



$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left( \frac{\sum xf}{\sum f} \right)^2 = \frac{11925}{100} - 9,5^2 = 29,0$$

– способом умовних моментів

$$\sigma^2 = k^2 (m_2 - m_1^2) = 5^2 \left( \frac{132}{100} - \left( \frac{40}{100} \right)^2 \right) = 29,0$$

Таким чином, дисперсія стажу роботи робітників підприємства становить 29,0.

3. Середнє квадратичне відхилення обчислюємо за формулою 5.15:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{29,0} = 5,39 \text{ років.}$$

За результатами розрахунків можна зробити висновок, що стаж роботи окремих робітників відхиляються від середнього стажу роботи у цілому по підприємству на 5,39 років.

**Приклад 2.** Відомі показники продуктивності праці та кваліфікації 20 робітників підприємства, які виготовляють однорідні деталі.

Табельний № робітника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
Розряд	4	4	4	5	5	6	6	4	4	6	6	5	5	5	5	6	6	6	6	6
Виготовлено за 1 год. одним робітником, шт.	2	4	3	5	7	10	8	2	4	8	10	6	7	5	6	10	8	10	8	10

Провівши групування робітників за кваліфікацією, обчислити:

- 1) групові дисперсії;
- 2) внутрішньогрупову дисперсію;
- 3) загальну дисперсію.

*Розв'язання:*

Проведемо групування вихідних даних і результати його оформимо наступним чином:

Результати групування			Розрахункові дані		
Групи робітників за розрядом	Виготовлено шт. за 1 годину. одним робітником, шт.	Число робітників $f$	$xf$	$(x - \bar{x}_i)^2 f$	$(x - \bar{x})^2 f$
1	2	3	4	5	6
4 розряд	2	2	4	2	40,5
	3	1	3	0	12,25
	4	2	8	2	12,5
	Усього	5	15	4	65,25
1	2	3	4	5	6
5 розряд	5	2	10	2	4,5
	6	3	18	0	0,75
	7	2	14	2	0,5
	Усього	7	42	4	5,75
6 розряд	8	4	32	4	9,0
	10	4	40	4	49,0
	Усього	8	72	8	58,0
Разом		20	129	-	129,0

1) Для обчислення групових дисперсій обчислимо середню продуктивність праці у кожній групі за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x}_1 = \frac{15}{5} = 3 \text{ (шт.)}; \quad \bar{x}_2 = \frac{42}{7} = 6 \text{ (шт.)}; \quad \bar{x}_3 = \frac{72}{8} = 9 \text{ (шт.)}.$$

Для обчислення дисперсії у групах використаємо формулу:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 f}{\sum f};$$

$$\sigma_1^2 = \frac{4}{5} = 0,8; \quad \sigma_2^2 = \frac{4}{7} = 0,57; \quad \sigma_3^2 = \frac{8}{8} = 1.$$

2) Внутрішньогрупову дисперсію знайдемо як середню з групових дисперсій:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{0,8 \times 5 + 0,57 \times 7 + 1 \times 8}{20} = 0,799 \approx 0,8.$$

3) Для розрахунку міжгрупової дисперсії спочатку знайдемо загальну середню як середню арифметичну зважену з групових середніх:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3 \times 5 + 6 \times 7 + 9 \times 8}{20} = 6,45 \approx 6,5 \text{ шт.}$$

Міжгрупова дисперсія дорівнює:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(3 - 6,5)^2 \times 5 + (6 - 6,5)^2 \times 7 + (9 - 6,5)^2 \times 8}{20} = 5,65.$$

4) Загальну дисперсію визначимо за правилом додавання дисперсій :

$$\sigma^2 = \sigma_i^2 + \delta^2 = 0,8 + 5,65 = 6,45$$

Перевіримо отриманий результат, обчисливши загальну дисперсію звичайним способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{129}{20} = 6,45.$$

Розраховані види дисперсій можуть бути використані для оцінки впливу кваліфікації робітників на їх продуктивність праці.



### Навчальні завдання

1. Розподіл робітників за рівнем заробітної плати наступний:

Заробітна плата, грн.	до 1500	1500-3500	3500-5500	5500 і вище	Разом
Кількість робітників, чол.	3	5	7	5	20

Використовуючи показники варіації, охарактеризувати відхилення індивідуальних розмірів заробітної плати від типового рівня, оцінити якісну однорідність вихідної статистичної сукупності. Який ряд розподілу наведено в задачі?

2. За даними розподілу робітників за тарифними розрядом визначити середній тарифний розряд, структурні середні, показники варіації:

Тарифний розряд	1	2	3	4	5	6	Разом
Кількість робітників, чол.	5	10	15	10	7	3	50

3. За оцінками фахівців митної служби до 5 % товарів перетинають митний кордон нелегально. Визначити дисперсію частки легальне ввезених товарів.

4. Залежність успішності студентів від якості викладання характеризуються такими даними:

<i>Оцінка якості викладання дисципліни</i>	<i>Кількість студентів, чол.</i>	<i>Середній бал успішності</i>
Висока	10	4,5
Середня	25	4,1
Низька	15	3,5
Всього	50	4,0

Розрахувати міжгрупову та середню з групових дисперсій, якщо загальна дисперсія середнього бала дорівнює 0,16. Зробити висновки.

5. Маємо дані одноразового спостереження про витрати часу працюючих жінок на домашнє господарство в залежності від типу помешкання:

<i>Тип будинку</i>	<i>Чисельність працюючих жінок, тис. чол.</i>	<i>Середні витрати часу в розрахунку на одну працюючу жінку, год</i>	<i>Групова дисперсія витрат часу</i>
Квартирного типу	50	6,2	0,0016
Індивідуальний	40	7,0	0,0040

Визначити міжгрупову, середню з групових та загальну дисперсії, показати їхній взаємозв'язок. Зробити висновки.



### ***Контролюючі тести***

1. Закономірність розподілу як результат дії основних, спільних для всіх елементів сукупності причин та умов проявляється:

- а) у кожному окремому елементі сукупності;
- б) у масовій сукупності в середньому.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

2. Мода в ряду розподілу – це:

- а) найпоширеніше значення ознаки; б) найбільша частота.

Значення моди:

в) залежить від крайніх значень ознаки; г) не залежить.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

3. Медіана в ряду розподілу – це:

а) найпоширеніше значення ознаки; б) значення ознаки, яке ділить ряд навпіл.

Значення медіани збігається із значенням середньої:

в) у симетричному розподілі; г) в асиметричному розподілі.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

4. Ряд розподілу може мати дві моди: а) так; б) ні.

Ряд розподілу може мати дві медіани: в) так; г) ні.

Відповідь: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

5. Варіація – це:

а) розмаїтість значень певної ознаки в статистичній сукупності;

б) відмінності значень різних ознак у окремого елементу сукупності.

Чи можна виміряти варіацію за даними ряду розподілу?

в) так; г) ні.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

6. Для виміру варіації в ряді незгрупованих даних використовують:

а) різницю між найбільшим і найменшим значенням ознаки;

б) середнє відхилення значень ознаки від показника центру розподілу;

в) середнє квадратів відхилень значень ознаки від показника центру розподілу.

Відповідь: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в; 4) Всі перелічені.

7. Абсолютну величину коливання ознаки навколо середньої величини показує:

а) коефіцієнт варіації;

б) середнє квадратичне відхилення;

в) коефіцієнт осциляції;

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) –.

8. Якщо всі значення ознаки збільшити на певну величину, то дисперсія:

а) збільшиться на таку саму величину;

б) зменшиться на таку саму величину;

в) не зміниться;

г) передбачити зміну дисперсії неможливо.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

9. Якщо кожен з частот дискретного ряду розподілу збільшити в 10 разів, то дисперсія:

- а) не зміниться;
  - б) збільшиться в 10 разів;
  - в) збільшиться в 100 разів;
  - г) зменшиться в 10 разів.
- Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

10. Міжгрупова дисперсія показує:

- а) варіацію, зумовлену групувальною ознакою;
- б) варіацію, зумовлену ознаками, не покладеними в основу групування;
- в) варіацію однієї ознаки в різних сукупностях;
- г) варіацію різних ознак в одній сукупності.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

## **Тема 6. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів**

- 1. Характеристики форм розподілів.**
- 2. Оцінка концентрації та диференціації розподілів.**
- 3. Оцінка подібності двох розподілів.**
- 4. Криві розподілу.**

### **1. Характеристики форми розподілу**

Статистична сукупність формується під впливом причин та умов, з одного боку – типових, спільних для всіх елементів сукупності, а з іншого – випадкових, індивідуальних. Ці чинники взаємопов'язані, а їх загальна взаємодія визначає як індивідуальні значення ознак, так і розподіл останніх у межах сукупності. Характерні риси та особливості структури статистичної сукупності відбиваються в рядах розподілу.

Ряд розподілу складається з двох елементів: варіант – значень ознаки  $x_i$  та частот  $f_i$ . Саме у співвідношенні варіант і частот виявляється закономірність розподілу.

Аналіз закономірностей розподілу передбачає оцінку ступеня однорідності сукупності, асиметрії та ексцесу розподілу.

Однорідними вважаються такі сукупності, елементи яких мають спільні властивості (рис) і належать до одного типу, класу. При цьому однорідність означає не повну тотожність рис і властивостей елементів, а лише наявність у них загального в істотному, головному.

В однорідних сукупностях розподіли одновершинні (одномодальні). Багатовершинність свідчить про неоднорідний склад сукупності, про різнотіповість окремих складових (рис. 6.1). У такому випадку необхідно перегрупувати дані, виділити однорідні групи. Критерієм однорідності сукупності вважається квадратичний коефіцієнт варіації, який завдяки властивостям у симетричному розподілі становить 33%.

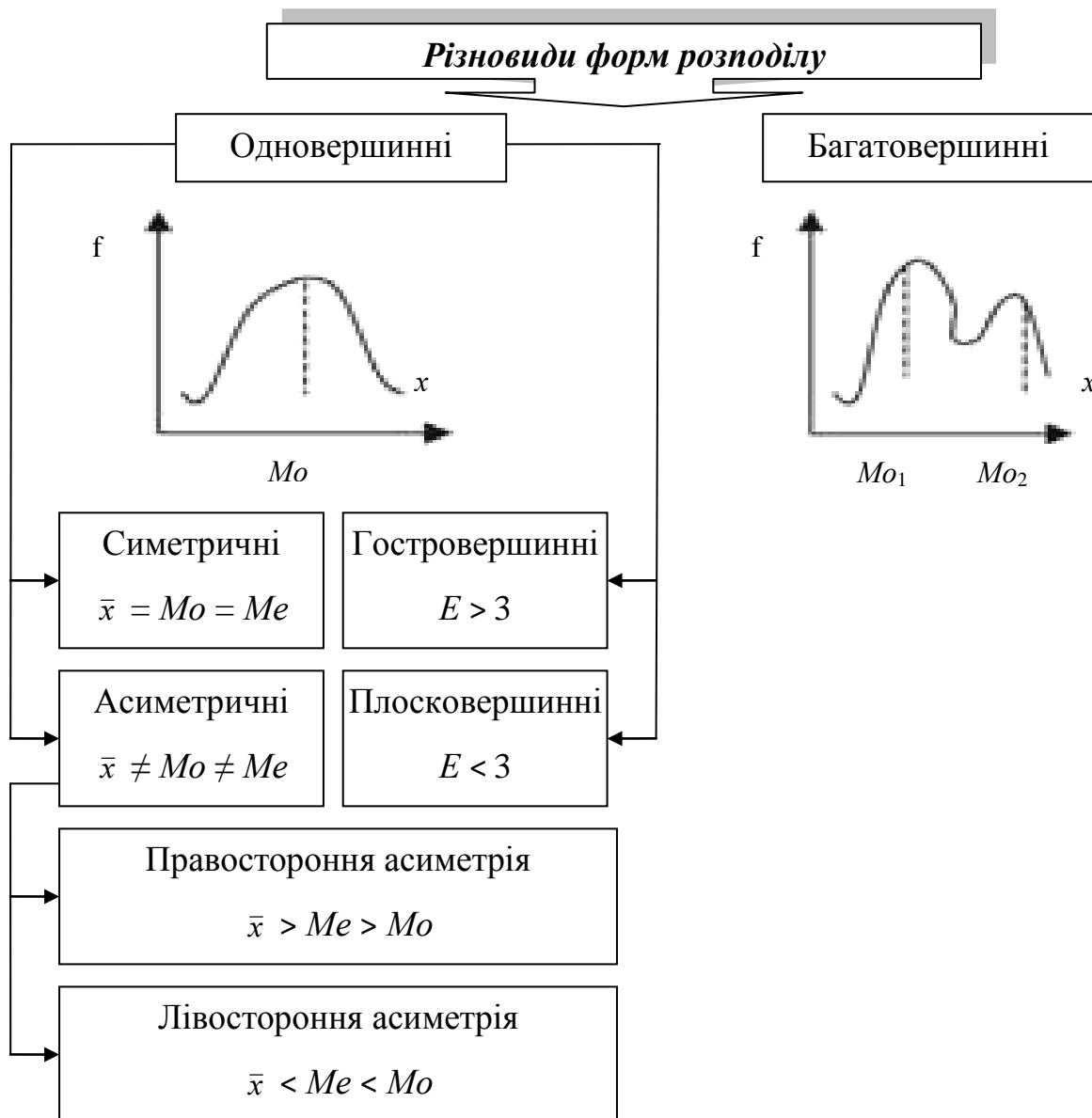
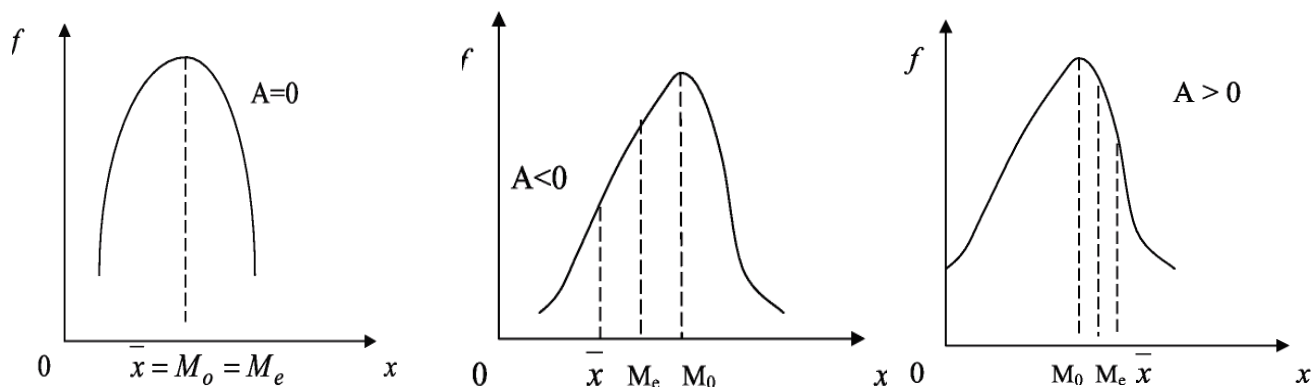


Рисунок 6.1 – Різновиди форм розподілу

Серед одновершинних розподілів є симетричні і асиметричні (скошені), гостро- і плоско вершинні.

У симетричному розподілі рівновіддалені від центру значення ознаки мають однакові частоти, а в асиметричному – вершина розподілу зміщена. Напрямок асиметрії протилежний напрямку зміщення вершини. Якщо вершина зміщена вліво, то це правостороння асиметрія, і навпаки (рис. 6.2).

Найпростішою мірою асиметрії є відхилення між середньою арифметичною і модою чи медіаною. В симетричному розподілі характеристики центру мають однакові значення:  $\bar{x} = M_e = M_0$ , в асиметричному між ними існують певні розбіжності. При правосторонній асиметрії:  $\bar{x} > M_e > M_0$ ; при лівосторонній:  $\bar{x} < M_e < M_0$ .



а) симетричний розподіл

б) лівостороння асиметрія

в) правостороння асиметрія

Рисунок 6.2 – Різновиди асиметрії (скошеності) розподілу

Асиметрія як відносна статистична характеристика визначається стандартизованим відхиленням, яке характеризує напрям і міру скошеності розподілу.

Стандартизоване відхилення або коефіцієнт асиметрії Пуассона розраховується за формулами:

$$A_1 = \frac{\bar{x} - Me}{\sigma} \quad (6.1)$$

або

$$A_2 = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} \quad (6.2)$$

Очевидно, що у симетричному розподілі  $A = 0$ , при правосторонній асиметрії  $A > 0$ , при лівосторонній  $A < 0$ .

Для того, щоб характеристика скошеності не залежала від масштабу вимірювання ознаки, для порівняння ступеня асиметрії різних розподілів використовується стандартизований момент 3-го порядку, який визначається за формулою:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad (6.3)$$

де  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення;

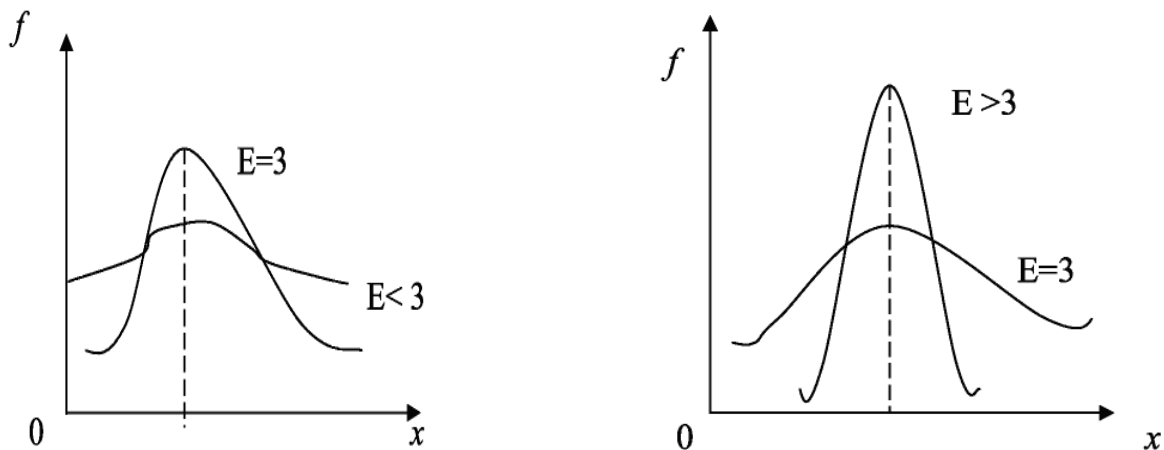
$\mu_3$  – центральний момент 3-го порядку, який дорівнює:



$$\mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} \quad (6.4)$$

У симетричному розподілі  $A_s = 0$ . При правосторонній асиметрії коефіцієнт  $A_s > 0$ , при лівосторонній  $A_s < 0$ . Звідси правостороння асиметрія називається додатною, а лівостороння – від'ємною. Вважається, що при  $A_s < 0,25$  асиметрія низька, якщо  $A_s$  не перевищує 0,5 – середня, при  $A_s > 0,5$  – висока.

У симетричних та помірно асиметричних розподілах вимірюється *ексцес розподілу*, тобто крутизна кривої розподілу – її загостреність або положистість у порівнянні з нормальною кривою (рис. 6.3).



а) плосковершинний ексцес

б) гостровершинний ексцес

Рисунок 6.3– **Різновиди ексцесу (крутизни) розподілу**

Для вимірювання ексцесу використовується стандартизований момент 4-го порядку або *коефіцієнт ексцесу*:

$$E_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4}, \quad (6.5)$$

де  $\mu_4$  – центральний момент 4-го порядку, який визначається за формулою:

$$\mu_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f}. \quad (6.6)$$

У симетричному, близькому до нормального розподілі  $E_k = 3$ . Очевидно,

при гостровершинному розподілі  $E_k > 3$ , при плосковершинному  $E_k < 3$ .

Отже, асиметрія та ексцес – дві пов’язані з варіацією властивості форми розподілу. Комплексне їх оцінювання виконується на базі центральних моментів розподілу. Алгебраїчно центральний момент розподілу – це середня арифметична  $k$ -го ступеня відхилення індивідуальних значень ознаки від середньої:

$$\mu_k = \frac{\sum (x - \bar{x})^k \cdot f}{\sum f}. \quad (6.7)$$

Очевидно, що момент 2-го порядку є дисперсією, яка характеризує варіацію. Моменти 3-го і 4-го порядків характеризують відповідно асиметрію та ексцес.

Для розрахунку коефіцієнтів асиметрії та ексцесу використаємо дані табл. 6.1.

Таблиця 6.1. – Розрахунок коефіцієнтів асиметрії та ексцесу

Вихідні дані		Розрахункові дані				
Урожайність озимої пшениці, ц/га	Структура посівної площі, %	$x$	$xf$	$(x - \bar{x})^2 f$	$(x - \bar{x})^3 f$	$(x - \bar{x})^4 f$
1	2	3	4	7	8	9
40-42	4	41	164	130,88	-748,64	4282,39
42-44	7	43	301	96,88	-360,36	1340,82
44-46	28	45	1260	82,88	-142,52	245,32
46-48	35	47	1645	2,80	0,70	0,22
48-50	16	49	784	83,20	189,76	432,64
50-52	6	51	306	109,92	470,46	2013,73
52-54	4	53	212	157,76	990,72	6222,05
Разом	100	X	4672	664,32	400,12	14537,17

Використовуючи сумарні величини, визначимо:

1. Середню урожайність озимої пшениці за формулою 4.12:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{4672}{100} = 46,7 \text{ ц/га.}$$

2. Середнє квадратичне відхилення за формулою 5.15:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{664,32}{100}} = 2,577 \text{ ц/га.}$$

3. Центральний момент 3-го порядку за формулою 6.4:

$$\mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = \frac{400,12}{100} = 4,001.$$

4. Коефіцієнт асиметрії за формулою 6.3:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = 4,001 : 2,577^3 = 0,234.$$

5. Центральний момент 4-го порядку за формулою 6.6:

$$\mu_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{14537,17}{100} = 145,357.$$

6. Коефіцієнт ексцесу за формулою 6.5:

$$E_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = 145,357 : 2,577^4 = 3,296.$$

Отже, розподіл посівних площ за урожайністю озимої пшениці характеризується незначною правосторонньою асиметрією, про що свідчить значення коефіцієнту  $A_s > 0$ . Коефіцієнт ексцесу більший за 3 ( $E_k = 3,296$ ), що свідчить про гостровершинність розподілу, тобто нагромадженні членів ряду у центрі розподілу (рис. 6.4).

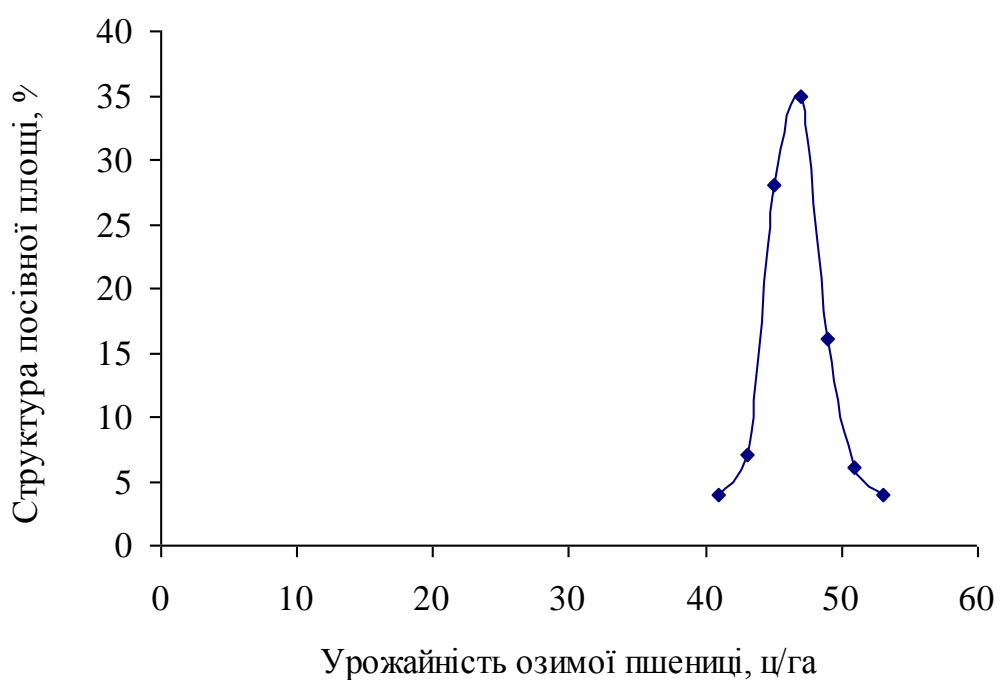


Рисунок 6.4 – Розподіл посівних площ за урожайністю озимої пшениці

## 2. Оцінка диференціації та концентрації розподілів

Дуже важливими у статистичному аналізі є характеристика диференціації, нерівномірності розподілу певної ознаки між окремими складовими сукупності, а також оцінка концентрації значень ознаки в окремих її частинах (наприклад, розподіл майна чи доходів між окремими групами населення, кількості зайнятих між окремими галузями промисловості).

Оцінка диференціації розподілу ґрунтуються на структурних показниках розподілу, зокрема на квантилях та децилях.

Коефіцієнт квантильної диференціації показує кратність співвідношення третього ( $Q_3$ ) та першого квантилів ( $Q_1$ ):

$$K_Q = \frac{Q_3}{Q_1}. \quad (6.8)$$

Формули розрахунку квантилів розглянуті у темі 5.

Коефіцієнт децильної диференціації показує кратність співвідношення дев'ятого ( $d_9$ ) та першого децилів ( $d_1$ ):

$$K_d = \frac{d_9}{d_1}. \quad (6.9)$$

Порядок розрахунку показників диференціації розглянемо за даними табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Розподіл банків за розміром капіталу

Групи банків за розміром капіталу, млн. грн.	Кількість банків, $f$	Закриті інтервали, млн. грн.	Центр інтервалу, $x$ млн. грн.	$xf$	Накопичені частоти, $S$
1	2	3	4	5	6
До 180	100	120-180	150	15000	100
180-240	25	180-240	210	5250	125
240-300	15	240-300	270	4050	140
300-360	10	300-360	330	3300	150
360-420	40	360-420	390	15600	190
420-480	10	420-480	450	4500	200
Разом	200	X	X	47700	X

1) За формулою середньої арифметичної зваженої визначаємо середній розмір капіталу, що припадає на один банк:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{47700}{200} = 238,5 \text{ млн. грн.}$$

У середньому на один банк приходиться 238,5 млн. грн. капіталу.

2) Для розрахунку коефіцієнтів кuartильної і децильної диференціації необхідно розрахувати перший і третій кuartилі, а також перший і дев'ятий децилі відповідно.

Інтервал, у якому знаходиться перший кuartиль є [120-180], тому що йому відповідає перша накопичена частота, що перевищує  $\frac{1}{4} \sum f$ , тобто  $100 > 50$ ; а інтервал, у якому знаходиться третій кuartиль, буде [300-360], тому що йому відповідає перша накопичена частота, що перевищує  $\frac{3}{4} \sum f$ . Тоді відповідні кuartилі дорівнюють:

$$Q_1 = x_0 + h_{Q_1} \frac{0,25 \sum f - S_{Q_{1-1}}}{f_{Q_1}} = 120 + 60 \frac{0,25 \times 200 - 0}{100} = 150 \text{ млн. грн.};$$

$$Q_3 = x_0 + h_{Q_3} \frac{0,75 \sum f - S_{Q_{3-1}}}{f_{Q_3}} = 300 + 60 \frac{0,75 \times 200 - 140}{10} =$$

=360 млн. грн.

Розмір капіталу, що не перевищує 150 млн. грн., мають 25% дрібних банків, а капітал, що не перевищує 360 млн. грн., не менш 75% усіх банків.

Тоді коефіцієнт кuartильної диференціації дорівнює:

$$K_Q = \frac{Q_3}{Q_1} = \frac{360}{150} = 2,4.$$

Це означає, що мінімальний розмір капіталу у 25% найбільших банків в 2,4 рази перевищує максимальне значення банківського капіталу для 25% найдрібніших за обсягом капіталу. Отже, для обстежених 200 банків характерною є не дуже висока диференціація ресурсів.

Інтервали децилей визначаються аналогічно. Так, інтервал, у якому перебуває перший дециль є [120-180], а інтервал, у якому перебуває дев'ятий дециль [360-420]. Тоді відповідні децилі дорівнюють:

$$d_1 = x_{d1} + h_{d1} \frac{\frac{1}{10} \sum f - S_{d1-1}}{f_{d1}} = 120 + 60 \frac{\frac{200}{10} - 0}{100} = 132 \text{ млн. грн.};$$

$$d_9 = x_{d9} + h_{d9} \frac{\frac{9}{10} \sum f - S_{d9-1}}{f_{d9}} = 360 + 60 \frac{\frac{9 \times 200}{10} - 150}{40} = 405 \text{ млн. грн.}$$

У 10% найдрібніших за обсягом капіталу банків максимальний розмір банківського капіталу становить 132 млн. грн., а серед 10 % найбільших банків мінімальний його розмір складає 405 млн. грн. Або інакше: для 90% (без 10% самих великих) банків 405 млн. грн. є максимальною величиною банківського капіталу, що зосереджена у одному банку. Тоді коефіцієнт децильної диференціації дорівнює:

$$K_d = \frac{d_9}{d_1} = \frac{405}{132} = 3,1.$$

Отже, мінімальний розмір капіталу у 10% найбільших банків перевищує максимальний банківський капітал для 10% найдрібніших банків у 3,1 рази. Отже ступінь диференціації банківського капіталу не дуже високий.

До показників диференціації близькими за значенням є *показники концентрації*:

- коефіцієнт концентрації Джині;
- коефіцієнт Лоренца;
- коефіцієнт Герфіндаля та ін.

Ці показники концентрації одержують шляхом зіставлення двох простих структурних рядів розподілу, один з яких виражає розподіл одиниць сукупності (наприклад, населення), а другий – обсяг належної цим одиницям ознаки (наприклад, грошового доходу).

При рівномірному розподілі частки розподілу елементів сукупності  $d_i$  дорівнюють часткам з обсягом ознаки  $D_i$ . Суттєві відхилення  $D_i - d_i$ , вказують на певну концентрацію елементів сукупності.

Як міра концентрації використовується півсума модулів відхилень:

$$K_L = \frac{1}{2} \sum |d_i - D_i|, \quad (6.10)$$

$d_i$  – частка розподілу за кількістю елементів сукупності;

$D_i$  – частка розподілу за обсягом значень ознаки.

Число  $K_L$  має назву *коефіцієнта концентрації Лоренца*, який є узагальнюючою мірою відхилення розподілу від рівномірного.

При рівномірному розподілі  $K_L = 0$ , при повній концентрації  $K_L = 1$ . Звідси випливає, що коефіцієнт концентрації змінюється у межах від 0 до 1. Чим більше значення коефіцієнта концентрації, тим вищим є ступінь концентрації.

Коефіцієнт концентрації Джині (індекс Джині) визначається за формулою:

$$K_G = 1 - 2 \sum_1^m d_i \text{cum} D_i + \sum_1^m d_i D_i, \quad (6.11)$$

де  $\text{cum} D_i$  – кумулятивна частка розподілу за обсягом значень ознаки.

Коефіцієнти концентрації широко використовуються в регіональному аналізі для оцінки рівномірності територіального розподілу виробничих потужностей, фінансових ресурсів тощо.

Розрахунок коефіцієнтів концентрації розглянемо за даними табл. 6.3.

Таблиця 6.3 – Дані для розрахунку коефіцієнтів концентрації

Капітал банку, млн. грн.		Кількість банків, одиниць			Загальна сума капіталу, млн. грн.			$d_i - D_i$	$d_i \times \text{cum} D_i$ коеф.	$d_i \times D_i$ коеф.
інтервальний розподіл	дискретний розподіл, $x$	за групами, $f$	частість, коеф, $d_i$	накопичена час- тість, $\text{cum} d_i$	млн. грн.,	у % до підсумку, $D_i$	накопичений % до підсумку, $\text{cum} D_i$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
До 180	150	100	0,500	0,500	15000	0,314	0,314	0,186	0,1575	0,1572
180-240	210	25	0,125	0,625	5250	0,110	0,425	0,015	0,0531	0,0138
240-300	270	15	0,075	0,700	4050	0,085	0,509	0,010	0,0382	0,0064
300-360	330	10	0,050	0,750	3300	0,069	0,579	0,017	0,0289	0,0035
360-420	390	40	0,200	0,950	15600	0,327	0,906	0,127	0,1811	0,0654
420-480	450	10	0,050	1,000	4500	0,094	1,000	0,044	0,0500	0,0047
Разом	-	200	1,0	-	47700	1,0	-	0,401	0,5086	0,2509

Дані табл. 6.3. свідчать, що майже 1/3 (31,5%) від загальної суми капіталу банків припадає на банки, які становлять 50,0% загальної кількості.

Коефіцієнта концентрації Лоренца дорівнює:

$$K_L = \frac{1}{2} \sum |d_i - D_i| = \frac{0,401}{2} = 0,2.$$

Отриманий коефіцієнт свідчить про невисокий ступінь концентрації банківського капіталу.

Зроблений висновок підтверджує і величина коефіцієнту Джині:

$$K_G = 1 - 2 \sum_1^m d_i cumD_i + \sum_1^m d_i D_i = 1 - 2 \times 0,5086 + 0,2509 = 0,2681.$$

Аналіз концентрації або нерівномірності розподілу банків за обсягом капіталу зображується у виді кривої Лоренца (рис. 6.5). Під час її побудови на вісь абсцис треба нанести дані графі 5, а на вісь ординат – дані гр. 8. Діагональ прямокутника свідчить про рівномірний розподіл банків. Пунктирна лінія відбиває відхилення фактичного розподілу від рівномірного. Чим нижче „провисає” пунктирна лінія відносно діагоналі, тим більше відхилення фактичного розподілу від рівномірного.

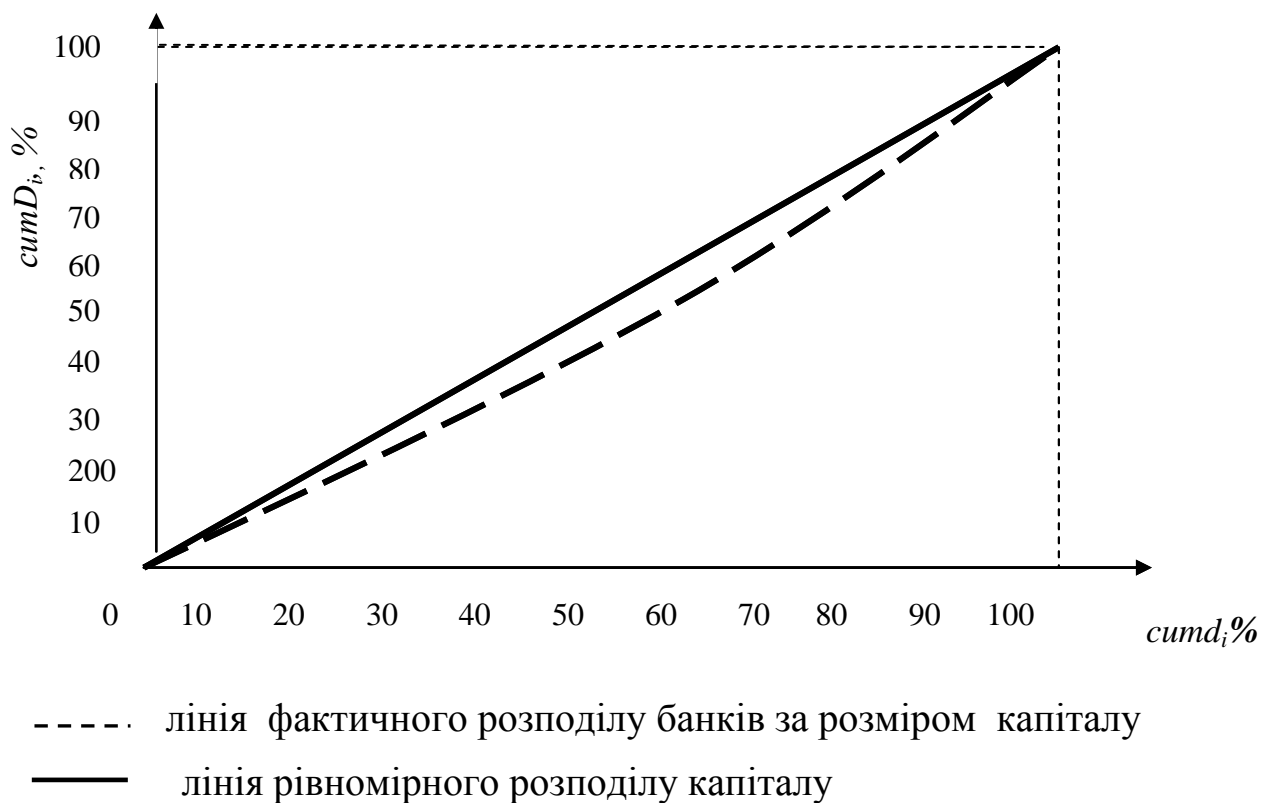


Рисунок 6.5 – Крива Лоренца розподілу банків за обсягом капіталу

Крива розподілу банків за обсягом капіталу показує незначне відхилення фактичного розподілу від рівномірного (діагональ прямокутника).

Оцінка нерівномірності розподілу також передбачає розрахунок коефіцієнту локалізації, який оцінює локалізацію значень ознаки в окремих складових сукупності і визначається співвідношенням часток:



$$L_i = \frac{D_i}{d_i} \quad (6.12)$$

Коефіцієнт локалізації розраховується для кожної  $i$ -ї складової сукупності. За умови рівномірного розподілу всі значення  $L_i = 1$ . У випадку локалізації значень ознаки в  $i$ -й складовій  $L_i > 1$ , і навпаки.

Коефіцієнти концентрації та локалізації є ефективним засобом вимірювання диференціації сукупності за даними інтервальних рядів розподілу з нерівними інтервалами та за даними атрибутивних рядів.

### 3. Оцінка подібності двох розподілів

Порівняння двох структур різних сукупностей, що поділені на однакову кількість груп  $m$ , здійснюється за допомогою коефіцієнту подібності (схожості) структур:

$$P = 1 - \frac{1}{2} \sum_1^m |d_i - d_K|, \quad (6.13)$$

де  $d_i$  – частка ознак однієї сукупності у групі;  
 $d_K$  – частка ознак другої сукупності у такій самій групі.

Якщо структури однакові, то  $P = 1$ ; якщо абсолютно протилежні, то  $P = 0$ . Чим більше схожі структури, тим більше значення  $P$ .

Коефіцієнт подібності (схожості) структур також може бути використаний для оцінки подібності структур однієї сукупності за двома ознаками.

Структура будь-якої статистичної сукупності динамічна. Для оцінки інтенсивності структурних зрушень використовуються наступні показники варіації:

– середнє лінійне відхилення часток

$$\bar{l}_d = \frac{\sum_1^m |d_{i1} - d_{i0}|}{m}, \quad (6.14)$$

де  $d_{i(0)}$  – частка розподілу елементів сукупності відповідно звітного (базисного) періоду;  
 $m$  – кількість складових сукупності.

– середнє квадратичне відхилення часток

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d_{i1} - d_{i0})^2}{m}}. \quad (6.15)$$

Порядок розрахунку показників інтенсивності структурних зрушень розглянемо за даними табл. 6.4.

Таблиця 6.4 – **Перевезення вантажів окремими видами наземного транспорту**

Вихідні дані			Розрахункові дані			
Вид наземного транспорту	Обсяг перевезень, млн. т		Структура перевезень		$ d_{i1} - d_{i0} $	$(d_{i1} - d_{i0})^2$
	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік		
Залізничний	335	450	0,200	0,249	0,0491	0,002408
Автомобільний	1081	1121	0,646	0,621	0,0251	0,000630
Трубопровідний	239	213	0,143	0,118	0,0249	0,000618
Інший	18	21	0,011	0,012	0,0009	0,000001
Разом	1673	1805	1	1	0,0999	0,0037

На підставі вихідних даних розрахуємо структуру перевезень за формулою 4.6.

Проміжні розрахунки наведемо в табл. 6.4.

Середнє лінійне відхилення часток складе:

$$\bar{l}_d = \frac{\sum_1^m |d_{i1} - d_{i0}|}{m} = \frac{0,0999}{4} = 0,025.$$

Середнє квадратичне відхилення часток дорівнює:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d_{i1} - d_{i0})^2}{m}} = \frac{0,0037}{4} = 0,0302.$$

Отже, відносно низькі значення отриманих лінійного та квадратичного коефіцієнтів структурних зрушень свідчать про незначні зміни структури вантажних перевезень за окремими видами транспорту.

#### 4. Криві розподілу

Аналіз варіаційних рядів передбачає виявлення закономірності розподілу, побудову теоретичної форми розподілу. Графічне зображення емпіричного варіаційного ряду приймає вигляд плавної кривої, яка зветься кривою розподілу.

Серед безлічі кривих розподілу найпоширенішою виявилась нормальна крива. Вона застосовується як стандарт, з яким порівнюють інші розподіли, а також відіграє значну роль при вирішенні завдань вибіркового, кореляційно-регресійного, факторного та інших статистичних методів.

Нормальний розподіл близький до інших одновершинних розподілів. Його часто використовують як перше наближення при моделюванні. Деякі розподіли, які не є нормальними, приводять до такого вигляду перетворенням змінної « $x$ » на « $lgx$ ». Логарифмічною нормальною кривою можна описати низку асиметричних розподілів, передусім з правосторонньою асиметрією.

Частоти, які відповідають теоретичній кривій, називають теоретичними. Для нормального розподілу їх визначають за формулою:

$$f' = \frac{nh}{\sigma} \varphi_{(t)}, \quad (6.16)$$

$f'$  – теоретичні частоти;

$n$  – обсяг сукупності;

$h$  – величина інтервалу;

$\sigma$  – середнє квадратичне відхилення;

$\varphi_{(t)}$  – ордината кривої нормального розподілу, яка виражається рівнянням:

$$\varphi_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (6.17)$$

де  $t$  - нормоване відхилення,  $t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ ;

$\pi$  – величина відношення довжини кола до діаметру,  $\pi = 3,1415$ ;

$e$  – основа натуральних логарифмів,  $e \approx 2,7182$ .

Значення  $\varphi_{(t)}$  табульовані, тобто знаходяться за спеціальною таблицею (Додаток А).

Порядок розрахунку теоретичних частот кривої нормального розподілу розглянемо за даними табл. 6.5.

Таблиця 6.5 – Розподіл призовників району за зростом

Вихідні дані		Розрахункові дані					
Зріст, см	Кількість чоловік	Центр інтервалу	$xf$	$(x - \bar{x})^2 f$	$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi_{(t)}$	$f'$
155-160	8	157,5	1260,0	2918,48	2,34	0,0258	5
160-165	17	162,5	2762,5	3379,77	1,73	0,0893	16
165-170	42	167,5	7035,0	3478,02	1,11	0,2155	40
170-175	54	172,5	9315,0	907,74	0,50	0,3521	65
175-180	73	177,5	12957,5	59,13	0,11	0,3965	73
180-185	57	182,5	10402,5	1984,17	0,72	0,3079	57
185-190	38	187,5	7125,0	4514,78	1,33	0,1647	30
190-195	11	192,5	2117,5	2780,91	1,95	0,0596	11
Разом	300	X	52975,0	20023	X	X	297

Розрахунок теоретичних частот кривої нормального розподілу здійснюємо у наступні послідовності:

1) за формулою середньої арифметичної зваженої визначаємо середній зріст призовника:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{52975,0}{300} = 176,6 \text{ см.}$$

2) розраховуємо середнє квадратичне відхилення за формулою 5.15:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{20023}{300}} = 8,169 \text{ см.}$$

3) визначаємо нормоване відхилення  $t$ . При розрахунку всім значенням різниць  $x - \bar{x}$  приписується «+».

4) за даними таблиці розподілу функції  $\varphi_{(t)}$  (Додаток А) знаходимо значення функції для відповідних значень  $t$ .

5) визначаємо теоретичні частоти за формулою 6.16.

Порівняємо на графіку емпіричні і теоретичні частоти, які розраховані за даними табл. 6.5. Близькість цих частот очевидна, але об'єктивна оцінка їх відповідності може бути отримана тільки за допомогою критеріїв узгодження.

Критерій узгодження виступає у вигляді деякої величини, яка оцінює досліджуване явище з певною ймовірністю.

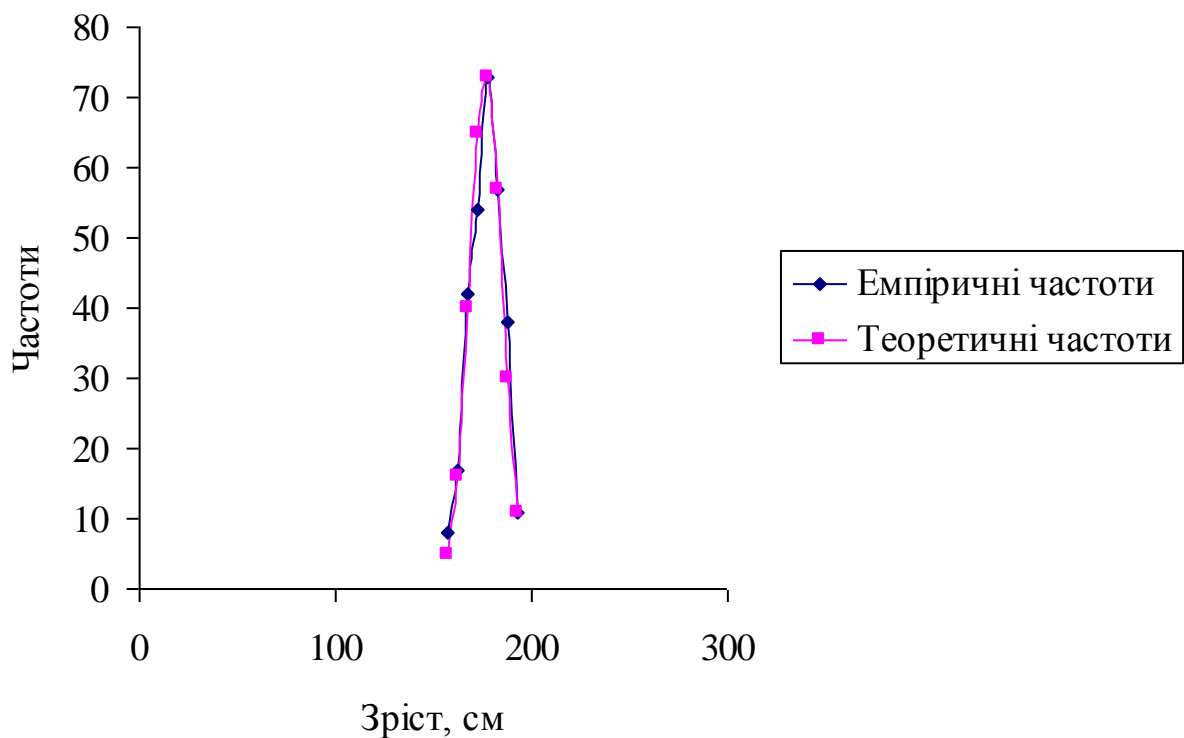


Рисунок 6.6 – Розподіл призовників за зростом

Статистика використовує критерії узгодження К. Пірсона ( $\chi^2$ ), А.Н. Колмогорова ( $\lambda$ ), П.С. Ястремського ( $L$ ), В.І. Романовського ( $Kp$ ), Фішера ( $F$ ), і ін.

Одними із основних і найбільш розповсюджених показників є критерій Пірсона « $\chi^2$ » і Колмогорова « $\lambda$ ».

Критерій Пірсона  $\chi^2$  запропонував англійський статистик К. Пірсон:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - f')^2}{f'} \quad (6.18)$$

де  $f$  і  $f'$  – відповідно фактичні і теоретичні частоти.

За спеціальними таблицями визначається критичне значення  $\chi^2$  для обраного рівня значущості  $\alpha$  і в залежності від числа ступенів вільності  $k$  (Додаток Б).

Рівень значущості  $\alpha$  – імовірність помилкового відхилення висунутої гіпотези. В статистичних дослідженнях в залежності від важливості і відповідальності вирішуваних завдань користується наступними трьома рівнями значущості:

- 1)  $\alpha = 0,10$ , тоді  $P = 0,90$ ;
- 2)  $\alpha = 0,05$ , тоді  $P = 0,95$ ;
- 3)  $\alpha = 0,01$ , тоді  $P = 0,99$ .

Число ступенів вільності визначається за формулою:  $k = m - r$ , де  $m$  –

число груп;  $r$  – число зв'язків.

Під числом зв'язків розуміють число показників емпіричного ряду, які використані для розрахунку теоретичних частот  $(\bar{x}, \sigma, n)$ . Так, у випадку вирівнювання за кривою нормального розподілу маємо 3 зв'язки, за кривою Пуассона – 2 зв'язки.

Для оцінки суттєвості фактичне значення  $\chi^2_{\text{ф}}$  порівнюється з табличним  $\chi^2_{\text{табл}}$ . При повній відповідності теоретичного і емпіричного розподілів  $\chi^2 = 0$ , інакше  $\chi^2 > 0$ .

Якщо фактичне  $\chi^2$  менше табличного ( $\chi^2_{\text{ф}} < \chi^2_{\text{табл}}$ ), то це означає, що при прийнятому рівні значущості розходження між фактичними і теоретичними частотами вважаються випадковими, гіпотеза про закон розподілу приймається.

Використовуючи критерій узгодженості  $\chi^2$ , необхідно дотримуватись наступних умов:

1 ) обсяг досліджуваної сукупності повинен бути достатньо великим ( $n > 50$ ), при цьому частота або чисельність кожної групи повинна бути не менше 5. Якщо ця умова порушується, то необхідно попередньо об'єднати малочисельні групи;

2 ) емпіричний розподіл повинен складатися з даних, які отримані в результаті випадкового відбору, тобто вони повинні бути незалежними.

Якщо в емпіричному ряду розподіл заданий частотами  $d$ , то  $\chi^2$  слід розраховувати за формулою:

$$\chi^2 = n \sum \frac{(d - d')^2}{d'}, \quad (6.19)$$

де  $d$  і  $d'$  – відповідно фактичні і теоретичні частоти.

*Критерій Колмогорова*  $\lambda$  заснований на визначенні максимальної розбіжності між накопиченими частотами або частотами емпіричних і теоретичних розподілів:

$$\lambda = \frac{D_{\max}}{\sqrt{n}}, \quad (6.20)$$

$D_{\max}$  – максимальна різниця між накопиченими частотами ( $S - S'$ ) емпіричного і теоретичного рядів розподілів;

або

$$\lambda = d_{\max} \sqrt{n} \quad (6.21)$$

де  $d_{\max}$  – максимальна різниця між накопиченими частотами ( $p - p'$ ) емпіричного і теоретичного рядів розподілів.

Розрахувавши значення  $\lambda$ , по таблиці  $P(\lambda)$  (Додаток В) визначають імовірність, з якою можна стверджувати, що відхилення емпіричних частот від теоретичних випадкові. Імовірність  $P(\lambda)$  може змінюватися від 0 до 1. При  $P(\lambda) = 1$  спостерігається повний збіг частот, при  $P(\lambda) = 0$  – повна розбіжність. Якщо  $\lambda$  приймає значення до 0,3, то  $P(\lambda) = 1$ .

Основна умова для використання критерію Колмогорова – досить велике число спостережень.

Критерій Романовського  $Kp$  заснований на використанні критерію Пірсона  $\chi^2$  тобто вже знайдених значень  $\chi^2$ , і числа ступенів вільності  $k$ :

$$Kp = \frac{|\chi^2 - k|}{\sqrt{2k}}. \quad (6.22)$$

Він досить зручний при відсутності таблиць для  $\chi^2$ .

Якщо  $Kp < 3$ , то розбіжності між теоретичним і емпіричним розподілом випадкові, якщо ж  $Kp > 3$ , то не випадкові і, відповідно, теоретичний розподіл не може служити моделлю для досліджуваного емпіричного розподілу.

Використовуючи дані табл. 6.5, перевіримо правильність висунутої гіпотези про розподіл призовників району за законом нормального розподілу. Величини, необхідні для розрахунку критеріїв узгодженості, наведено в табл. 6.6.

Таблиця 6.6 – Розрахункові дані для визначення критеріїв узгодженості Персона  $\chi^2$  і Колмогорова  $\lambda$

Вихідні дані			Розрахункові дані			
Зріст, см	Частоти ряду розподілу		$\frac{(f - f')^2}{f'}$	Кумулятивні частоти		$ S - S' $
	$f$	$f'$		фактичні $S$	теоретичні $S'$	
155-160	8	5	1,80	8	5	3
160-165	17	16	0,06	25	21	4
165-170	42	40	0,10	67	61	6
170-175	54	65	1,86	121	126	5
175-180	73	73	0	194	199	5
180-185	57	57	0	251	256	5
185-190	38	30	2,13	289	286	3
190-195	11	11	0	300	297	3
Разом	300	297	5,96			

1) критерій Пірсона дорівнює:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - f')^2}{f'} = 5,96.$$

За умови, що рівень значущості  $\alpha = 0,05$  визначимо число ступенів вільності  $k$ . У даному розподілі 8 груп і число зв'язків ( параметрів) дорівнює 3, отже ,  $k = 8 - 3 = 5$ . По таблиці Додатка Б знайдемо  $\chi^2$ : при  $\alpha = 0,05$  і  $k = 5$  критерій Пірсона  $\chi^2 = 11,07$ .

Таким чином,  $\chi^2_{\text{ф}} < \chi^2_{\text{табл}}$ , з імовірністю 0,95 можна стверджувати , що в основі емпіричного розподілу призовників за зростом лежить закон нормального розподілу, тобто висунута гіпотеза не відкидається , а розбіжності пояснюються випадковими чинниками.

2) Перевіримо висунуту гіпотезу, використовуючи критерій Романовського:

$$Kp = \frac{|\chi^2 - k|}{\sqrt{2k}} = \frac{|5,96 - 5|}{\sqrt{2 \times 5}} = 0,3.$$

Оскільки  $Kp < 3$ , то гіпотеза не відкидається.

Критерій Романовського також підтверджує, що розбіжності між емпіричними і теоретичними частотами несуттєві.

3) Розглянемо також застосування критерію Колмогорова А. Як видно з табл. 6.6, максимальна різниця між кумулятивними частотами дорівнює 6. Отже, критерій Колмогорова дорівнює:

$$\lambda = \frac{D \max}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{300}} = 0,35.$$

По таблиці Додатка В знаходимо значення ймовірності при  $\lambda = 0,35$ :  $P(\lambda) = 0,9997$ . Це означає , що з імовірністю, близькою до одиниці, можна стверджувати , що гіпотеза про нормальний розподіл не відкидається, а розбіжності емпіричного і теоретичного розподілів носять випадковий характер.

Підтвердивши правильність висунутої гіпотези за допомогою відомих критеріїв узгодженості, можна використовувати результати розподілу для практичної діяльності.



### **Питання для самоконтролю**

1. Які форми розподілу найчастіше трапляються в статистиці?
2. Які розподіли називають симетричними, асиметричними?



3. Якими показниками характеризують форми розподілу?
4. Якими способами можна оцінити асиметрію розподілу?
5. Як розраховується та що характеризує коефіцієнт асиметрії?
6. Що таке ексцес?
7. Якими способами можна оцінити ексцес розподілу?
8. Який показник є мірою концентрації і як він обчислюється?
9. Як оцінити локалізацію розподілу?
10. Як визначити подібність або схожість розподілів?
11. За допомогою яких показників можна оцінити інтенсивність структурних зрушень?
12. Яким чином визначаються теоретичні частоти?
13. Які критерії узгодження Ви знаєте?
14. Поясніть призначення і порядок розрахунку критерію Пірсона ( $\chi^2$ ).
15. Поясніть призначення і порядок розрахунку критерію Колмогорова ( $\lambda$ ).
16. Поясніть призначення і порядок розрахунку критерію Романовського ( $Kp$ ).



### *Розв'язання типових задач*

**Приклад 1.** За наведеними даними розрахувати стандартизовані відхилення середньої і медіани, середньої та моди.

<i>Стаж роботи, років</i>	<i>Кількість робітників, <math>f</math></i>	<i>Кумулятивні частоти, <math>S</math></i>	<i>Центр інтервалу, <math>x_i</math></i>	<i><math>xf</math></i>	<i><math>x^2f</math></i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
До 5	17	17	4	68	272
5-7	39	56	6	234	1404
7-9	51	107	8	408	3264
9-11	42	149	10	420	4200
11-13	29	178	12	348	4176
13-15	15	193	14	210	2940
15 і більше	7	200	16	112	1792
Разом	200	X	X	1800	18048

*Розв'язання:*

За даними таблиці обчислюємо:

1. Середній стаж роботи

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1800}{200} = 9 \text{ років.}$$

2. Медіана стажу роботи

$$Me = x_0 + h \frac{1/2 \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 7 + 2 \frac{\frac{200}{2} - 56}{51} = 8,7 \text{ років.}$$

3. Мода стажу роботи

$$Mo = x_0 + h \frac{(f_{Mo} - f_{Mo-1})}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})} = 7 + 2 \frac{51 - 39}{(51 - 39) + (51 - 42)} =$$

8,1 р.

4. Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{18048}{200} - 9^2} = \sqrt{90,24 - 81} = \sqrt{9,4} = 3,04 \text{ років.}$$

5. Стандартизовані відхилення

$$A_1 = \frac{\bar{x} - Me}{\sigma}, \quad \text{та} \quad A_2 = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma},$$

$$A_1 = \frac{9 - 8,7}{3,04} = 0,099 \quad A_2 = \frac{9 - 8,1}{3,04} = 0,296.$$

Обчислені показники свідчать про помірну правосторонню асиметрію розподілу.



### Навчальні завдання

1. Використовуючи характеристики центру розподілу, зробити висновки відносно наявності, напрямку і ступеня асиметрії розподілу робітників за стажем роботи:

Стаж роботи, років	До 5	5-10	10-15	15-20	20 і більше	Разом
Кількість робітників, % до підсумку	33,0	29,0	24,0	9,0	5,0	100

2. За даним задачі 1 розрахувати коефіцієнти ексцесу та асиметрії. Зробити висновки.

3. За наведеними даними оцініть ступінь концентрації землі у фермерських господарствах за кожний рік, зробіть висновки:

Земельна площа, га	% до підсумку			
	2000 рік		2013 рік	
	Кількість господарств	Земельна площа	Кількість господарств	Земельна площа
До 10	8,3	0,3	6,5	0,1
10-50	29,2	4,5	21,9	1,9
50-200	38,0	26,5	37,3	16,3
200-500	20,2	23,8	25,2	20,2
500-1000	2,7	20,6	5,4	22,3
1000 і більше	1,6	24,3	3,7	39,2
Разом	100	100	100	100

4. Розподіл спеціалістів за галузями економіки у різних регіонах характеризується наступними даними, %:

Галузь економіки	Регіони		
	A	B	C
Матеріальне виробництво	25	28	21
Освіта	31	26	32
Охорона здоров'я	18	22	21
Інші сфери	26	24	26
Разом	100	100	100

Оцініть ступінь подібності структур зайнятості спеціалістів. Як базу порівняння використайте регіон А.

5. Маємо дані про структуру валового споживання енергоресурсів у регіоні:

Вид енергоресурсів	У % до підсумку	
	Минулий рік	Базисний рік
Тверде паливо	28	42
Атомна та гідроенергетика	24	18
Природний газ	46	36
Інші види	2	4
Разом	100	100

Визначити лінійний та квадратичний коефіцієнти структурних зрушень.  
Зробити висновки.



### *Контролюючі тести*

1. Співвідношення  $x < Me < Mo$  притаманне розподілам:

- а) симетричним;
- б) з правосторонньою асиметрією;
- в) з лівосторонньою асиметрією;
- г) з двома і більше вершинами.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

2. Екссес розраховують для розподілів:

- а) симетричних;
- б) асиметричних;
- в) нормальних;
- г) гостровершинних.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

3. Розподіли, для яких коефіцієнт ексцесу менше нуля:

- а) гостровершинні;
- б) плосковершинні;
- в) асиметричні;
- г) нормальні.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

4. Коефіцієнт асиметрії – це характеристика:

- а) структури варіаційного ряду;
- б) розміру варіації;
- г) динаміки варіаційного ряду;
- в) форми варіації.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

5. Якщо коефіцієнт асиметрії дорівнює 0,732, а коефіцієнт ексцесу становить 0,456, це означає, що розподіл:

- а) нормальний;
- б) гостровершинний;
- в) плосковершинний;
- г) має правосторонню асиметрію;
- д) має лівосторонню асиметрію;

Відповідь: 1) а; 2) б, г; 3) в, г; 4) г, д.

6. Якщо середнє значення варіюючої ознаки у сукупності дорівнює 50, мода 40, медіана 55, можна зробити висновок, що розподіл:

- а) гостровершинний;
- б) плосковершинний;
- в) має правосторонню асиметрію;

г) має лівосторонню асиметрію;  
Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. Відношення центрального моменту другого порядку розподілу до дисперсії цього розподілу дорівнює:

- а) 1;
- б) дисперсії цього розподілу;
- в) середній цього розподілу;
- г) нулю.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

8. Центральний момент четвертого порядку використовують при вивченні:

- а) асиметрії розподілу;
- б) варіації ознаки;
- в) ексцесу розподілу;
- г) ступеню нормальності розподілу.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

9. При рівномірному розподілі коефіцієнт концентрації:

- а) дорівнює 0;
- б) дорівнює 1;
- в) має від'ємне значення;
- г) більше 1.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

10. Структуру різних сукупностей, що поділені на однакову кількість груп  $m$ , слід вважати однаковою за умови, якщо коефіцієнт подібності (схожості) структур:

- а) дорівнює 0;
- б) дорівнює 1;
- в) має від'ємне значення;
- г) більше 1.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

11. Критерій Пірсона не може бути розрахований на основі:

- а) емпіричних даних;
- б) теоретичних частот;
- в) кумулятивних частот;
- г) частостей.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

## ТЕМА 7. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків

1. *Види взаємозв'язків між явищами.*
2. *Суть і значення дисперсійного аналізу.*
3. *Основи кореляційно-регресійного аналізу.*
4. *Непараметричні методи виявлення та вимірювання зв'язків.*

### 1. *Види взаємозв'язків між явищами*

Усі явища су спільного життя існують не ізольовано, а у нерозривному взаємозв'язку. Виявлення взаємозв'язків між явищами дає змогу пізнати їхню суть і розвиток.

Завдання статистики у вивченні зв'язків між явищами полягає у тому, щоб виявити наявність зв'язку, визначити його характер і напрям, кількісно виміряти силу зв'язку.

Для повної характеристики взаємозв'язків між певними ознаками спочатку слід класифікувати всі можливі взаємозв'язки між факторною та результативною ознаками.

За статистичною природою усі зв'язки можна поділити на два види: функціональні та стохастичні (нефункціональні). Перший вид ще називають повним зв'язком.

*Функціональний* – це такий зв'язок, при якому кожному конкретному значенню факторної ознаки  $x$  відповідає певне значення результативної ознаки  $y$ .

Функціональний зв'язок можна алгебраїчно виразити функцією (формулою), яка встановлює повну відповідність між факторною та результативною ознаками, тобто причиною і наслідком.

Особливістю функціонального зв'язку є те, що він зберігає повністю свою силу для кожної одиниці сукупності і в усіх спостереженнях. Цю особливість називають стійкою тісністю. Така залежність притаманна фізичним, хімічним явищам тощо. В суспільних процесах це найчастіше зв'язок складових елементів розрахункових формул відповідних показників, наприклад залежність продуктивності праці від обсягу товарообороту і чисельності робітників підприємства.

*Стохастичний* – це зв'язок, при якому кожному значенню факторної ознаки  $x$  відповідають декілька різних значень результативної ознаки  $y$ . Його ще називають статистичним зв'язком.

Такий зв'язок не можна виразити певною функцією. Вивчення стохастичних зв'язків у природі є досить складним завданням. Тому в статистичних дослідженнях, як правило, вивчають кореляційні зв'язки, які є підвидом стохастичних.

*Кореляція* (від англ. співвідношення, відповідність) – це взаємозв'язок між ознаками, що полягає в зміні середнього значення однієї з них залежно від

зміни іншої.

При кореляційному зв'язку конкретному значенню факторної ознаки  $x$  відповідає певне середнє значення результативної ознаки  $y$ . За допомогою формули цей зв'язок можна описати неявною функцією  $y = f(x)$ .

Кореляційний зв'язок виявляється при великій кількості випробувань і лише через середні величини. Тому його класифікують, як неповний зв'язок. Між ознаками суспільних явищ переважають саме кореляційні зв'язки. Наприклад, на продуктивність праці робітника впливає його кваліфікація, але не тільки. Умови праці, трудова дисципліна, технічне оснащення робочого місця, оплата праці є важливими важелями продуктивності праці.

Як бачимо з прикладу, на результативну ознаку (продуктивність праці) у кореляційному зв'язку може мати вплив багато факторних ознак, серед яких є і кваліфікація. Водночас кваліфікація є факторною ознакою і для інших ознак, зокрема заробітної платні.

Розрізняють дві форми кореляційних зв'язків: прямолінійний та криволінійний.

При прямолінійному зв'язку рівній зміні факторної ознаки відповідає рівна зміна результативної. Якщо зі збільшенням факторної ознаки зростає і результативна, то зв'язок буде прямим, а якщо зі зростанням факторної ознаки результативна зменшується, то прямолінійний зв'язок буде зворотнім.

Прямолінійний зв'язок виражають рівнянням прямої:

$$\bar{y}_x = a + bx, \quad (7.1)$$

де  $\bar{y}_x$  – середнє значення результативної ознаки;  
 $x$  – значення факторної ознаки;  
 $a, b$  – параметри прямої.

При криволінійному зв'язку рівній зміні факторної ознаки відповідає нерівна зміна результативної.

Криволінійні зв'язки бувають різні. Вони можуть бути виражені рівняннями:

параболи  $\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$  (7.2)

гіперболи  $\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$  (7.3)

степеневі функції  $\bar{y}_x = a_0 + x^{a_1}$  (7.4)

Можна вивчати залежність результативної ознаки від однієї факторної ознаки (проста кореляція) або від їх сукупності (множинна кореляція). За

щільністю зв'язки бувають сильними і слабкими.

Усі методи вимірювання взаємозв'язків між ознаками можна класифікувати так: метод зведення паралельних рядів; балансовий метод; графічний метод; метод аналітичних групувань; дисперсійний аналіз, кореляційно-регресійний метод.

*Метод зведення паралельних рядів* полягає у тому, що записують паралельно два ряди даних: однієї ознаки чи явища та другої ознаки, зв'язок якої з першою передбачається. Потім обчислюють варіацію ознак в обох рядах і за отриманими даними роблять висновок про наявність та тісноту зв'язку між даними ознаками.

*Балансовий метод* встановлює взаємозв'язок між показниками (даними) за допомогою балансової таблиці.

*Графічний метод* часто використовується у поєднанні з іншими методами. Суть його полягає у тому, що всі статистичні значення ознак наносяться на координатну площину. На осі абсцис ( $OX$ ) відкладаються значення факторної ознаки, а на осі ординат ( $OY$ ) – значення результативної ознаки. Точки на площині утворюють поле кореляції і мають певне значення факторної та результативної ознак. Хаотичне розміщення точок на площині свідчить про відсутність зв'язку. Чим сильніший зв'язок між факторною та результативною ознаками, тим тісніше групуються точки навколо певної лінії, яку можна назвати лінією кореляційного зв'язку.

*Метод аналітичних групувань* полягає у тому, що спочатку обирають факторну ознаку і результативну, потім проводять групування за факторною ознакою та обчислення середніх у кожній групі за результативною ознакою. Зіставленням характеру зміни факторної та результативної ознак можна дійти висновку про наявність зв'язку, його напрям та тісноту.

Дисперсійний аналіз та кореляційно-регресійний метод докладно будуть розглянуті у наступних питаннях теми.

## **2. Суть і значення дисперсійного аналізу**

*Дисперсійний аналіз* – це метод статистичної оцінки залежності результативної ознаки від одного або кількох чинників.

Дисперсійний аналіз можна подати у вигляді п'яти послідовно виконуваних етапів:

- 1) визначення і розкладання варіації;
- 2) визначення числа ступенів свободи варіації;
- 3) обчислення дисперсій та їх співвідношень;
- 4) аналіз дисперсій та їх співвідношень;
- 5) оцінка вірогідності різниці між середніми і формулювання висновків з перевірки нульової гіпотези.

Найбільш трудомісткою частиною дисперсійного аналізу є перший етап – визначення і розкладання варіації за джерелами її утворення. Порядок



розкладання загального обсягу варіації докладно розглядався в темі 5.

Для кількісної оцінки зв'язку між явищами на базі матеріалів аналітичного групування обчислюють кореляційне відношення та індекс кореляції.

Кореляційне відношення показує питому вагу міжгрупової дисперсії у загальній дисперсії, тобто визначає, ступінь варіації ознаки від впливом чинника, покладеного в основу групування. Його обчислюють за формулою:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} \quad (7.5)$$

де  $\delta^2$  – міжгрупова дисперсія;  
 $\sigma^2$  – загальна дисперсія.

Кореляційне відношення змінюється від 0 до 1. Якщо  $\eta^2=0$ , міжгрупова дисперсія дорівнює нулю. Це можливо лише за умови, коли всі групові середні однакові і кореляційний зв'язок між ознаками відсутній.

Якщо  $\eta^2=1$ , міжгрупова дисперсія дорівнює загальній, а внутрішньогруповою дисперсія – нулю. У цьому випадку кожному значенню факторної ознаки відповідає єдине значення результативної, тобто зв'язок між ознаками функціональний.

Чим  $\eta^2$  ближче до 1, тим зв'язок між ознаками тісніший.

Перевірка істотності відхилень групових середніх здійснюється за допомогою критеріїв математичної статистики. Вона ґрунтується на порівнянні фактичного значення  $\eta^2$  з так званим критичним. Останнє є тим максимально можливим значенням кореляційного відношення, яке може виникнути випадково при відсутності кореляційного зв'язку. Якщо фактичне значення  $\eta^2$  більше від критичного, то зв'язок між результативною і факторною ознаками вважається істотним. Якщо фактичне значення  $\eta^2$  менше критичного, то наявність кореляційного зв'язку між ознаками не доказана і зв'язок вважається неістотним.

Критичне значення вибирають таким чином, щоб імовірність отримання значення  $\eta^2$  більшого від критичного (за умови відсутності зв'язку між ознаками) була достатньо мала. Таку імовірність називають рівнем істотності  $\alpha$ .

Найчастіше в статистико-економічних дослідженнях застосовують такі рівні істотності, як  $\alpha = 0,05$  і  $\alpha = 0,01$ . Макет таблиці критичних значень  $\eta^2$  для рівня істотності  $\alpha = 0,05$  подано у додатку Г.

Розподіл  $\eta^2$  в цих таблицях залежить від числа ступенів вільності міжгрупової  $k_1$  і середньої з групових  $k_2$  дисперсій. В аналітичному групуванні вони обчислюються так:

$$k_1 = m - 1 \quad (7.6)$$

$$k_2 = n - m \quad (7.7)$$

де  $n$  – кількість елементів досліджуваної сукупності;

$m$  – число груп.

Для перевірки істотності зв'язку використовують також функціонально зв'язану з  $\eta^2$  характеристику *F-критерію* (критерій Фішера), який обчислюють за формулами:

$$F = \frac{\delta^2 k_2}{\sigma_i^2 k_1}, \quad (7.8)$$

або

$$F = \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \cdot \frac{k_2}{k_1} \quad (7.9)$$

Існують таблиці критичних значень *F-критерію* (додаток Д). Перевірку істотності зв'язку за його допомогою здійснюють аналогічно описаній вище для кореляційного відношення.

Корінь квадратний з кореляційного відношення називається *індексом кореляції*:

$$\eta = \sqrt{\eta^2}. \quad (7.10)$$

Як і  $\eta^2$ , індекс кореляції змінюється в межах від 0 до 1 і характеризує тісноту зв'язку.

### 3. Основи кореляційно-регресійного аналізу

Кореляційно-регресійний аналіз є логічним продовженням дисперсійного аналізу і поглиблено досліджує та дає кількісну оцінку характеру і механізму взаємодії факторних і результативних ознак.

Кореляційно-регресійний аналіз об'єднує:

- кореляційний аналізі, який полягає у дослідженні тісноти зв'язку між результативною і факторною (факторними) ознаками;
- регресійний аналізі, який вирішує питання побудови, розв'язання і оцінки рівнянь регресії.

Засновниками теорії кореляції є англійські статистики Ф. Гальтон (1822-1911 рр.) і К. Пірсон (1857-1936 рр.).

Термін кореляція походить від англійського слова correlation – співвідношення, відповідність (взаємозв'язок, взаємозалежність) між ознаками, що виявляється при масовому спостереженні зміни середньої величини однієї

ознаки залежно від значення іншої. Ознаки, що пов'язані між собою кореляційним зв'язком, називають *корельованими*.

Схематично кореляційно-регресійний аналіз можна поділити на п'ять етапів:

- 1) постановка завдання, встановлення наявності зв'язку між досліджуваними ознаками;
- 2) відбір найістотніших чинників для аналізу;
- 3) визначення характеру зв'язку, його напрямку і форми, вибір математичного рівняння для вираження існуючих зв'язків;
- 4) розрахунок числових характеристик кореляційного зв'язку (визначення параметрів рівняння і показників тісноти зв'язку);
- 5) статистична оцінка вибірових показників зв'язку.

Науково обґрунтоване застосування кореляційно-регресійного методу потребує перед усім глибокого розуміння суті взаємозв'язків соціально-економічних явищ. Сам метод не встановлює наявності і причини виникнення зв'язків між досліджуваними явищами, його призначення полягає в їх кількісному вимірюванні. На першому етапі кореляційно-регресійного аналізу здійснюється загальне ознайомлення з досліджуваним об'єктом і явищами, уточнюються мета і завдання дослідження, встановлюється теоретична можливість причинно-наслідкового зв'язку між ознаками.

Відбір чинників для включення їх в кореляційно-регресійну модель повинен базуватися передусім на теоретичних основах і практичному досвіді аналізу досліджуваного соціально-економічного явища. Велику допомогу в розв'язанні цього завдання можуть надати такі статистичні прийоми і методи, як зіставлення паралельних рядів, побудова таблиць розподілу чисельностей за двома ознаками (кореляційних таблиць), побудова статистичних групувань як за результативною ознакою з аналізом взаємопов'язаних з нею чинників, так і за факторною ознакою (або комбінацією факторних ознак) з аналізом їх впливу на результативну ознаку.

Одною з головних проблем побудови регресійної моделі є визначення форми зв'язку і на цій основі встановлення типу аналітичної функції, що відображає механізм зв'язку результативної ознаки з факторною (факторними). Під формою кореляційного зв'язку розуміють тип аналітичного рівняння, що виражає залежність між досліджуваними ознаками.

Вибір того або іншого рівняння для дослідження зв'язків між ознаками є найбільш важким і відповідальним завданням, від якого залежать результати аналізу. Всі подальші найретельніші розрахунки можуть бути обезцінені, якщо форма зв'язку вибрана невірно. Важливість цього етапу полягає в тому, що правильно встановлена форма зв'язку дає змогу підібрати і побудувати найбільш адекватну модель і на основі її розв'язання одержати статистично вірогідні і надійні характеристики.

Встановлення форми зв'язку між ознаками в більшості випадків обґрунтовується теорією або практичним досвідом попередніх досліджень. Якщо форма зв'язку невідома, то при парній кореляції математичне рівняння

може бути встановлено за допомогою складання кореляційних таблиць, побудови статистичних групувань, перегляду різних функцій на ЕОМ і вибір такого рівняння, яке дає найменшу суму квадратів відхилень фактичних даних від вирівняних (теоретичних) значень та ін.

Залежно від вихідних даних теоретичною лінією регресії можуть бути різні типи кривих або пряма лінія. Так, якщо зміна результативної ознаки під впливом чинника характеризується постійними приростами, то це вказує на лінійний характер зв'язку, якщо ж зміни результативної ознаки під впливом чинника характеризується постійними коефіцієнтами зростання, то є підстава припустити криволінійний зв'язок.

Особливе місце в обґрунтуванні форми зв'язку при проведенні кореляційно-регресійного аналізу належить графікам, побудованим у системі прямокутних координат на основі емпіричних даних. Графічне зображення фактичних даних дає наочне уявлення про наявність і форму зв'язку між досліджуваними ознаками.

Згідно з правилами математики при побудові графіка на осі абсцис відкладають значення факторної ознаки, а на осі ординат – значення результативної ознаки. Відклавши на перетині відповідних значень двох ознак точки, одержимо точковий графік, який називають кореляційним полем (рис. 7.1). За характером розміщення точок на кореляційному полі роблять висновок про напрям і форму зв'язку. Достатньо поглянути на графік, щоб прийти до висновку про наявність і форму зв'язку між ознаками. Якщо точки концентруються навколо уявної осі напрямленої зліва, знизу, направо, вгору, то зв'язок прямий, якщо ж навпаки зліва, зверху, направо, вниз – зв'язок обернений (рис. 7.2). Якщо точки розкидані по всьому полю, то це свідчить про те, що зв'язок між ознаками відсутній або дуже слабкий. Характер розміщення точок на кореляційному полі вказує також і на наявність прямолінійного або криволінійного зв'язку між досліджуваними ознаками.

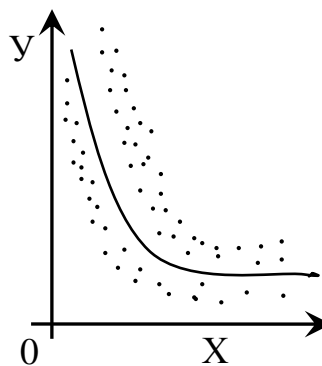
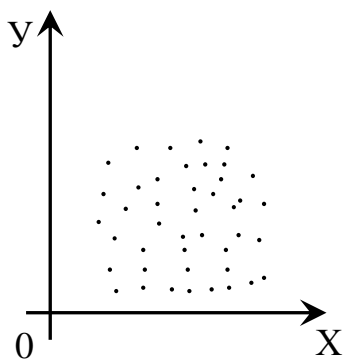


Рисунок 7.1 – **Поле кореляції**    Рисунок 7.2 – **Лінія кореляційного зв'язку**

За допомогою графіка добирають відповідне математичне рівняння для кількісної оцінки зв'язку між результативною і факторною ознаками. Рівняння, що відображає зв'язок між ознаками, називають *рівнянням регресії*. Якщо

рівняння регресії зв'язує лише дві ознаки, то воно називається рівнянням парної регресії. Якщо рівняння зв'язку відображає залежність результативної ознаки від двох і більше факторних ознак, воно називається рівнянням множинної регресії. Криві, побудовані на основі рівнянь регресії, називають кривими регресії або *лініями регресії*.

Розрізняють емпіричну і теоретичну лінії регресії. Якщо на кореляційному полі з'єднати точки відрізками прямої лінії, то одержимо ламану лінію з деякою тенденцією, яка називається *емпіричною лінією регресії*. *Теоретичною лінією регресії* називається та лінія, навколо якої концентруються точки кореляційного поля і яка вказує основний напрям, основну тенденцію зв'язку. Теоретична лінія регресії повинна відображати зміну середніх величин результативної ознаки в міру зміни величин факторної ознаки за умови повного взаємопогашення всіх інших – випадкових по відношенню до чинника – причин. Отже, ця лінія має бути проведена так, щоб сума відхилень точок кореляційного поля від відповідних точок теоретичної лінії дорівнювала нулю, а сума квадратів відхилень була б мінімальною величиною. Пошук, побудова, аналіз і практичне застосування теоретичної лінії регресії називають *регресійним аналізом*.

За емпіричною лінією регресії не завжди вдається встановити форму зв'язку і добрати рівняння регресії. В таких випадках будують і розв'язують різні рівняння регресії. Потім оцінюють їх адекватність і добирають таке рівняння, яке забезпечує найкращу апроксимацію (наближення) фактичних даних до теоретичних і достатню статистичну вірогідність і надійність.

Розглянемо докладніше *прямолінійне рівняння зв'язку*:

$$\bar{y}_x = a + bx, \quad (7.11)$$

де  $\bar{y}_x$  – теоретичні значення результативної ознаки;

$a$  – вільний член рівняння регресії, який не має самостійного значення, є початком відліку і служить у рівнянні для зрівноважування лівої та правої частин;

$b$  – параметр, який зветься коефіцієнтом регресії. Від нього залежить напрям зв'язку.

Параметри рівняння регресії можна визначити різними методами: найменших квадратів, точковим, графічним. Найбільш поширеним є метод найменших квадратів, розроблений К. Гауссом. Суть його полягає у відшукуванні таких параметрів рівняння зв'язку, за яких залишкова варіація (сума квадратів відхилень) змінної від її значень, обчислених за рівнянням, буде мінімальною  $\sum (y - \bar{y})^2 = \min$ .

Для визначення параметрів рівняння будують систему нормальних рівнянь. Кількість рівнянь, що становлять систему, повинна відповідати кількості параметрів рівняння регресії, які треба визначити.

Для рівняння (7.11) система нормальних рівнянь матиме вигляд:

$$\begin{cases} na + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum xy \end{cases} \quad (7.12)$$

Розв'язавши систему (7.12), можна знайти значення параметрів  $a$  та  $b$ . Але ці параметри можна обчислити за допомогою готових формул, що випливають з методу найменших квадратів:

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2} \quad (7.13)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (7.14)$$

*Коефіцієнт регресії  $b$*  показує, на скільки одиниць збільшиться результативна ознака при збільшенні факторної ознаки на одиницю. Він є кутовим коефіцієнтом кореляційного зв'язку, тобто тангенсом кута, утвореного прямою і віссю абсцис.

Коефіцієнт регресії відбиває міру впливу відповідного чинника на результативну ознаку.

Якщо  $b > 1$  – зв'язок результативної ознаки з факторною є прямим;  $b < 1$  – зв'язок зворотний.

Коефіцієнт регресії у невеликих за обсягом сукупностях схильний до випадкових коливань. Тому здійснюється перевірка його істотності за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента:

$$t_b = \frac{b}{\mu_b}, \quad (7.15)$$

де  $\mu_b$  – середня похибка коефіцієнта регресії, яка визначається за формулою:

$$\mu_b = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{(x - \bar{x})^2}}, \quad (7.16)$$

де  $\sigma_{e_x}^2$  – залишкова дисперсія, яка розраховується за формулою:

$$\sigma_{e_x}^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_x)^2}{n}. \quad (7.17)$$

Якщо фактичне значення  $t$ -критерію Стьюдента перевищує критичне

значення, яке знаходиться за таблицею  $t$ -критерію (додаток Є), то вважається, що відповідний параметр статистично значимий і має суттєвий вплив на результативний показник.

Ступінь і вагомість впливу чинника на варіацію результативної ознаки вимірюють також коефіцієнтом еластичності та  $\beta$ -коефіцієнтом ("бета"-коефіцієнтом).

*Коефіцієнт еластичності (E)* показує, на скільки відсотків змінюється в середньому результативна ознака при зміні факторної на 1%. Він обчислюється за формулою:

$$E = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}. \quad (7.18)$$

*$\beta$ -коефіцієнт* – це стандартизований коефіцієнт регресії, тобто коефіцієнт регресії, який виражено у стандартизованому масштабі й обчислюється за формулою:

$$\beta = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \quad (7.19)$$

На практиці часто  $\beta$ -коефіцієнт використовують як ваговий коефіцієнт при оцінці питомої ваги впливу різних чинників на результативну ознаку (наприклад, для оцінки ризику при купівлі акцій, облігацій).

Визначення тісноти зв'язку в кореляційно-регресійному аналізі, як і в дисперсійному аналізі, ґрунтується на правилі складання дисперсій. На відміну від дисперсійного аналізу, де оцінками лінії регресії є групові середні результативної ознаки, в кореляційно-регресійному аналізі – теоретичні значення останньої ( $\bar{y}_x$ ).

Дисперсію теоретичних значень називають факторною і обчислюють за формулами:

$$\sigma_{\bar{y}_x}^2 = \frac{\sum (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{n}. \quad (7.20)$$

або

$$\sigma_{\bar{y}_x}^2 = \frac{1}{n} (b_0 \sum y + b_1 \sum xy) - \bar{y}^2. \quad (7.21)$$

Факторна дисперсія характеризує варіацію результативної ознаки  $y$ , пов'язану з варіацією факторної ознаки  $x$ .

Замість середньої з групових дисперсій обчислюють залишкову дисперсію, яка характеризує варіацію результативної ознаки  $y$ , не пов'язану з

варіацією факторної ознаки  $x$ .

Мірою тісноти зв'язку в кореляційно-регресійному аналізі є *коефіцієнт детермінації*  $R^2$ , аналогічний кореляційному відношенню:

$$R^2 = \frac{\sigma_{\bar{y}_i}^2}{\sigma^2}. \quad (7.22)$$

Цей коефіцієнт характеризує ту частину варіації результативної ознаки  $y$ , яка відповідає лінійному рівнянню регресії.

Коефіцієнт детермінації  $R^2$ , як і кореляційне відношення, приймає значення від 0 до 1. При  $R^2 = 0$  теоретична дисперсія дорівнює нулю, всі теоретичні значення  $\bar{y}_x$  збігаються з середнім значенням  $y$ . Лінійний кореляційний зв'язок між  $x$  і  $y$  відсутній.

Корінь квадратний з коефіцієнта детермінації називається *індексом кореляції*.

Для вимірювання тісноти прямолінійних зв'язків використовують *лінійний коефіцієнт кореляції*:

$$r = \frac{\sum xy - \sum x \sum y}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (7.23)$$

де  $\sigma_x$  – середнє квадратичне відхилення факторної ознаки;

$\sigma_y$  – середнє квадратичне відхилення результативної ознаки.

Лінійний коефіцієнт кореляції знаходиться в межах від -1 до +1. Якщо  $r$  близьке до 1, то зв'язок між ознаками тісний, якщо  $r$  наближається до 0, то зв'язок малий, якщо  $-1 \leq r < 0$ , то зв'язок між ознаками має зворотний напрям.

Перевірку істотності зв'язку в кореляційно-регресійному аналізі здійснюють за допомогою тих самих критеріїв і за тими процедурами, що і в аналітичному групуванні. Ступені вільності залежать від числа параметрів рівняння регресії ( $m$ ).

Надійність індексу (коефіцієнту) кореляції перевіряють за критерієм Стюдента:

$$t_r = \frac{r}{\mu_r}, \quad (7.24)$$

де  $\mu_r$  – середня похибка індексу (коефіцієнту) кореляції, яка визначається за формулою:



$$\mu_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}. \quad (7.25)$$

Якщо критерій Стюдента  $t_r \geq 3$ , показник кореляційного відношення вважають вірогідним (тобто зв'язок між досліджуваними явищами є доведеним). Якщо ж критерій  $t_r < 3$ , то висновки про вірогідність зв'язку між досліджуваними явищами сумнівні.

Результати кореляційного-регресійного аналізу мають практичне застосування і науково обґрунтовані результати за умови виконання певних вимог до об'єкта дослідження і якості вихідної статистичної інформації. Основні з цих *вимог* такі:

- якісна однорідність досліджуваної сукупності, що передбачає близькість формування результативних і факторних ознак. Необхідність виконання цієї умови впливає зі змісту параметрів рівняння зв'язку. З математичної статистики відомо, що параметри є середніми величинами. В якісно однорідній сукупності вони будуть типовими характеристиками, в якісно різнорідній – спотвореними, що перекожують характер зв'язку. Кількісна однорідність сукупності полягає у відсутності одиниць спостереження, які за своїми числовими характеристиками суттєво відрізняються від основної маси даних. Такі одиниці спостереження слід виключати із сукупності і вивчати окремо;

- досить велике число спостережень, оскільки зв'язки між ознаками виявляються тільки внаслідок дії закону великих чисел. Кількість одиниць спостереження повинна в 6-8 разів перевищувати кількість включених у модель чинників;

- випадковість і незалежність окремих одиниць сукупності одна від одної. Це означає, що значення ознак у одних одиниць сукупності не повинні залежати від значень у інших одиниць даної сукупності;

- стійкість і незалежність дії окремих чинників;

- сталість дисперсії результативної ознаки при зміні факторних ознак;

- нормальний розподіл ознак.

#### **4. Непараметричні методи виявлення та вимірювання зв'язків**

Для виявлення та вимірювання зв'язків між якісними ознаками часто використовують непараметричні методи, які називають *ранговими методами кореляції*. Найголовніша їх відмінність від параметричних методів полягає у тому, що непараметричні методи не вимагають ніяких попередніх уявлень про характер розміщення вихідних статистичних даних. Для обчислень використовують не самі значення ознак, а їх знаки, ранги, частоти.

Розглянемо чотири основних показники вимірювання зв'язків між

ознаками, які є основою рангових методів: коефіцієнт Фехнера – коефіцієнт збігу знаків; коефіцієнт асоціації; коефіцієнт контингенції; коефіцієнт Спірмана – ранговий коефіцієнт кореляції.

*Коефіцієнт Фехнера (i)* визначають як відношення різниці числа знаків лінійних відхилень факторної та результативної ознак, що збігаються, та числа знаків, що не збігаються, до загального числа відхилень ознак від середніх.

Наприклад, якщо лінійні відхилення ознак  $x$  та  $y$  мають такі знаки для різних значень:

$x_i$	$y_i$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$
$x_1$	$y_1$	+	-
$x_2$	$y_2$	+	+
$x_3$	$y_3$	+	+
$x_4$	$y_4$	-	-
$x_5$	$y_5$	+	-

тоді коефіцієнт Фехнера дорівнює:

$$i = \frac{3 - 2}{5} = 0,2$$

Значення коефіцієнта "i" змінюється від -1 до +1, і чим воно ближче до нуля, тим зв'язок між ознаками тісніший. Цей коефіцієнт може бути застосований до кількісних ознак.

*Коефіцієнти асоціації та контингенції* застосовують для вимірювання тісноти зв'язків якісних альтернативних ознак (протилежних за змістом).

Нехай  $a, b$  – альтернативні значення результативної ознаки. З цих значень можна скласти такий макет:

	Так	Ні	Разом
Так	$a$	$b$	$a+b$
Ні	$c$	$d$	$c+d$
Разом	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

*Коефіцієнт асоціації (A)* з даних цього макету дорівнює:

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad (7.26)$$

*Коефіцієнт контингенції (K)* обчислюють так:

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} \quad (7.27)$$

Зв'язок між ознаками підтверджується, якщо  $A \geq 0,5$ , або  $K \geq 0,3$ .

*Коефіцієнт Спірмана* називають ще ранговим коефіцієнтом кореляції. Ранг – це порядковий номер ознаки у зростаючому ряді розподілу. Коефіцієнт Спірмана обчислюють за формулою:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (7.28)$$

де  $R_x$  – ранг факторної ознаки  $x$ ;  
 $R_y$  – ранг результативної ознаки  $y$ ;  
 $n$  – кількість рангів;  
 $d_i = R_x - R_y$  – різниця рангів.

Кожному значенню ознак "x" та "y" ми надали певне місце у зростаючому ряді розподілу, тобто визначили ранг.

Ранговий коефіцієнт кореляції ( $\rho$ ), як і лінійний коефіцієнт кореляції ( $r$ ), може набувати значення від -1 до +1.

Якщо обидва стовпці рангів збігаються ( $R_x = R_y$ ), то  $d^2 = 0$ , тобто між ознаками "x" та "y" є прямий зв'язок і  $\rho = 1$ .

Якщо  $\rho = -1$ , то "x" та "y" мають зворотний зв'язок. Якщо  $\rho \approx 1$ , між ознаками досить сильний прямий зв'язок.

Рангові коефіцієнти мають перевагу – негроміздкі, потребують невеликих затрат часу на підготовчу роботу; а їх недоліком є те, що вони не є точними, оскільки в аналізі взаємозв'язків використовуються не значення ознак, а їх ранги.



### *Питання для самоконтролю*

1. В чому полягають основні завдання статистичного вимірювання взаємозв'язків між явищами?
2. Який зв'язок називають функціональним і як він проявляється?
3. Який зв'язок називають стохастичним і в чому полягає його суть?
4. За допомогою якого методу оцінюють параметри регресійної моделі?
5. Як розраховують кореляційне відношення і що воно відображає?
6. Як перевіряють істотність зв'язку в аналітичному групуванні?
7. Як використовують для перевірки істотності зв'язку критерій Фішера?
8. Які завдання вирішують за допомогою регресійної моделі?
9. Які функції найчастіше застосовують для побудови регресійних моделей?
10. Які показники використовують для вимірювання щільності зв'язку в регресійній моделі і як їх розраховують?
11. Як обчислюють лінійний коефіцієнт кореляції і в чому проявляється зв'язок з коефіцієнтом детермінації?

12. У чому полягає особливість перевірки істотності зв'язку в кореляційно-регресійному аналізі?
13. Як перевіряють лінійність зв'язку за критерієм Фішера?
14. Чим відрізняються параметричні та непараметричні методи вимірювання зв'язків?
15. Що показують коефіцієнт еластичності та  $\beta$ -коефіцієнт?
16. Що таке коефіцієнт Фехнера та коефіцієнт Спірмана?
17. В яких випадках застосовують коефіцієнт асоціації та контингенції?



### *Розв'язання типових задач*

**Приклад 1.** Маючи дані про товарооборот і прибуток підприємств, скласти рівняння регресії, визначити тісноту взаємозв'язку між ними, обчисливши лінійний коефіцієнт кореляції:

<i>Вихідні дані</i>			<i>Розрахункові дані</i>		
<i>№ під-приємства</i>	<i>Товарооборот (x), тис. грн</i>	<i>Прибуток (y), тис. грн</i>	$x^2$	$xy$	$y^2$
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
1	70	3	4900	210	9
2	110	4	12100	440	16
3	120	4	14400	480	16
4	160	6	25600	960	36
5	220	8	48400	1760	64
6	270	7	72900	1890	49
7	300	11	90000	3300	121
8	380	14	144400	5320	196
9	450	18	202500	8100	324
10	460	17	211600	7820	289
Усього	2540	92	826800	30280	1120

*Розв'язання:*

Розглянемо два способи обчислення параметрів рівняння регресії:

*I спосіб*

Складемо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} 10a + 2540b = 92; \\ 2540a + 826800b = 30280 \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, знаходимо:  $a = -0,4655$ ;  $b = 0,0381$ .

*II спосіб*

Коефіцієнт регресії знаходимо за формулою 7.13:

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{10 \times 30280 - 2540 \times 92}{10 \times 826800 - 2540^2} = 0,0381$$

Параметр рівняння  $a$  знаходимо за формулою 7.14:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = \frac{92}{10} - 0,0381 \times \frac{2540}{10} = -0,4655$$

Отже, рівняння регресії має вигляд:

$$\bar{y} = -0,4655 + 0,0381x.$$

Значення коефіцієнта регресії свідчить про те, що зі збільшенням обсягу товарообороту на 1 тис. грн. прибуток підприємства зростає на 0,0381 тис. грн.

Обчислимо лінійний коефіцієнт кореляції:

$$r = \frac{\frac{\sum xy - \sum x \sum y}{n}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\frac{30280 - 2540 \times 92}{10}}{\sqrt{\left(\frac{826800}{10} - \left(\frac{2540}{10}\right)^2\right) \left(\frac{1120}{10} - \left(\frac{92}{10}\right)^2\right)}} = 0,98.$$

Отже, лінійний коефіцієнт кореляції показує, що прибуток досить сильно залежить від обсягу товарообороту, оскільки  $r > 0,9$ .

**Приклад 2.** Дослідити, як відвідування студентами занять з предмета впливає на їх успішність з цього предмета.

*Розв'язання:*

Відвідування занять – факторна ознака, яка має альтернативне значення – невідвідування.

Успішність (здача екзамену) – результативна ознака, яка має і альтернативне значення – неуспішність (нездача екзамену).

Складаємо макет таблиці зі значеннями ознак:

Показники	Кількість студентів, які заняття		Усього
	відвідують	не відвідують	
Здали екзамен успішно	86	14	100
Не здали екзамен успішно	22	28	50
Усього	108	42	150

Коефіцієнт асоціації (A) визначається за формулою 7.26:

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{86 \times 28 - 14 \times 22}{86 \times 28 + 14 \times 22} \approx 0,77.$$

Коефіцієнт контингенції (К) обчислюють за формулою 7.27:

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} = \frac{86 \times 28 - 14 \times 22}{\sqrt{108 \times 42 \times 100 \times 50}} \approx 0,44.$$

Оскільки  $A = 0,77 > 0,5$  і  $K = 0,44 > 0,3$ , то між відвідуванням занять та успішністю студентів підтвердився зв'язок.



### Навчальні завдання

1. Визначити, яка з наведених нижче корельованих пар ознак є факторною, а яка – результативною:

- 1) потужність електростанцій, виробництво електроенергії;
- 2) споживчі ціни, купівельна спроможність грошової одиниці;
- 3) безробіття, рівень злочинності;
- 4) продуктивність праці робітника-верстатника, вік виробничого обладнання;
- 5) торгова площа магазинів, товарооборот;
- 6) витрати кормів, продуктивність корів;
- 7) оборот біржі, кількість брокерських місць;
- 8) сукупний дохід сім'ї, заощадження;

2. За даними звітності 10-ти агрогосподарств регіону встановлено залежність урожайності озимої пшениці від обсягу внесених мінеральних добрив (у межах біологічних норм):

Господарства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Внесено поживних речовин на 1 га, кг	17,3	20,9	19,6	20,1	19,8	17,0	22,5	20,0	18,0	21,8
Урожайність озимини, ц/га	27,1	37,2	27,9	35,5	24,0	25,2	38,9	30,0	28,1	32,0

За наведеними даними:

- 1) визначити функцію, якою можна описати зв'язок між обсягом внесених мінеральних добрив та рівнем урожайності озимини, побудуйте графік кореляційного поля;
- 2) обчислити параметри функції, поясніть їхній зміст;

3) перевірити істотність зв'язку між зазначеними ознаками з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

3. Маємо дані про розподіл домогосподарств міста за кількістю дітей та середньодушовими витратами:

Кількість дітей у сім'ї	Середньодушові витрати, грн.			Разом
	до 1800	1800-5400	5400 і більше	
Одна	10	50	60	120
Дві	16	28	6	50
Три	5	15	-	20
Чотири і більше	8	2	-	10
Разом	39	95	66	200

За наведеними даними:

- 1) скласти аналітичне групування;
- 2) визначити міжгрупову дисперсію;
- 3) за умови, що загальний розмір варіації становить 7300, визначити кореляційне відношення;
- 4) перевірити істотність зв'язку з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

4. Рада директорів компанії запланувала інвестувати прибуток компанії за пріоритетними напрямками, беручи до уваги очікувану прибутковість та ступінь ризику кожного проекту:

Напрямок інвестування	Ранги	
	очікувана прибутковість	ступінь ризику
А	1	2
В	5	4
С	3	1
Д	6	5
Е	2	9

За допомогою коефіцієнта рангової кореляції перевірити істотність зв'язку між розмірами очікуваного прибутку та ступенем ризику з імовірністю 0,95. Зробити висновки.



### Контролюючі тести

1. За напрямом зв'язку між явищами у статистиці поділяють на:
  - 1) помірні, інтенсивні;
  - 2) прямолінійні, криволінійні;

- 3) прями, обернені; 4) прямолінійні, оберненолінійні.  
Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

2. Функціональним є зв'язок, за якого:

- а) одному значенню факторної ознаки відповідає декілька значень результативної;  
б) одному значенню факторної ознаки відповідає одне значення результативної;  
в) при збільшенні (зменшенні) факторної ознаки результативна аналогічно збільшується (зменшується);  
г) статистичну залежність між ознаками можливо виразити аналітичним рівнянням кривої.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

3. Якщо зв'язок між факторною та результативною ознаками прямий, тоді:

- а) зі збільшенням факторної ознаки результативна збільшується;  
б) зі зменшенням факторної ознаки результативна зменшується;  
в) зі збільшенням факторної ознаки результативна зменшується;  
г) зі зменшенням факторної ознаки результативна збільшується.

Відповідь: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г, 4) а, г.

4. Коефіцієнт регресії  $a_1$  показує:

- а) на скільки в середньому зміниться значення результативної ознаки, якщо факторна змінюється на одиницю;  
б) на скільки відсотків зміниться значення результативної ознаки, якщо факторна змінюється на один відсоток;  
в) скільки відсотків варіації результативної ознаки пояснює варіація факторної;  
г) ступінь щільності і напрям зв'язку між двома чинниками.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

5. Кореляційне відношення це:

- 1) частка дисперсії у залишковій;  
2) частка міжгрупової дисперсії у загальній;  
3) частка залишкової дисперсії у загальній;  
4) сума міжгрупової та загальної дисперсії.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

6. Напрямок на інтенсивність зв'язку можна визначити за допомогою:

- а) емпіричного коефіцієнта детермінації;  
б) емпіричного кореляційного відношення;  
в) лінійного коефіцієнта кореляції.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) б, в.



7. Якщо  $\eta^2 = 0$ , то це означає, що:

- а) розбіжності між груповими середніми відсутні;
- б) значення варіант в межах груп однакові;
- в) зв'язок відсутній;
- г) зв'язок функціональний.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

8. Якщо коефіцієнт контингенції дорівнює  $-0,18$ , зв'язок між чинниками:

- а) існує; б) не існує; в) прямий; г) обернений.

Відповідь: 1) а; 2) а, г; 3) б, в; 4) б.

9. Якщо коефіцієнт асоціації дорівнює  $0,53$ , зв'язок між ознаками:

- а) існує; б) не існує; в) прямий; г) обернений.

Відповідь: 1) а; 2) а, г; 3) б, в; 4) б.

10. Якщо коефіцієнт взаємної спряженості дорівнює нулю, то умовні розподіли результативної ознаки: а) збігаються; б) не збігаються.

Факторна і результативна ознаки: в) залежні; г) незалежні.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

## **ТЕМА 8. Аналіз інтенсивності динаміки**

**1. *Поняття про ряди динаміки. Види рядів динаміки та правила їх побудови.***

**2. *Статистичні характеристики динамічних рядів та їх взаємозв'язок.***

**3. *Середні показники динаміки.***

**4. *Зіставність в рядах динаміки.***

### **1. *Поняття про ряди динаміки. Види рядів динаміки та правила їх побудови***

Суспільні явища безперервно змінюються. Протягом певного часу – місяць за місяцем, рік за роком змінюється чисельність населення, обсяг і структура суспільного виробництва, рівень продуктивності праці тощо. Процес розвитку суспільних явищ у часі називається *динамікою*.

Зміна явищ і процесів у часі відбувається під впливом різних соціальних, економічних, технічних та інших чинників. Вивчення динаміки дозволяє виявити і оцінити особливості розвитку явищ протягом часу під впливом різних чинників.

Основна мета статистичного вивчення динаміки полягає у виявленні закономірностей соціально-економічних явищ. Система статистичних методів

вивчення динаміки явищ дозволяє визначити як розвиваються суспільні явища, зростають чи зменшуються їх розміри, швидко чи повільно відбуваються ці зміни тощо.

*Динамічний ряд* – це статистичні показники, розташовані в хронологічній послідовності, які характеризують розвиток того чи іншого соціально-економічного явища у часі.

Для будь-якого динамічного ряду характерні перелік хронологічних дат (моментів) або інтервалів часу і конкретні значення відповідних статистичних показників. Окремі числові значення розмірів явищ називають *рівнями ряду*. Рівень ряду відображає стан явищ, досягнутий за будь-який період або на певний момент часу. Перший показник ряду називається початковим, а останній – кінцевим.

При вивченні динаміки важливі не лише числові значення рівнів, але і послідовність їх. Як правило, часові інтервали поміж рівнями однакові (доба, декада, календарний місяць, квартал, рік). Приймаючи будь-який інтервал за одиницю, послідовність рівнів можна записати так:  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  де "n" – число рівнів (довжина динамічного ряду).

За ознакою часу динамічні ряди поділяють на *моментні та періодичні (інтервальні)*.

Рівень *моментного ряду* фіксує стан явища, його розмір або величину на відповідний момент часу. Прикладом таких рядів можуть бути дані про залишки продукції на складі підприємства на початок кожного кварталу звітного року (табл. 8.1).

Таблиця 8.1 - Залишки продукції на складі підприємства

<i>Дата</i>	01.01	01.04	01.07	01.10	01.01
<i>Залишки продукції, шт.</i>	13500	14200	14960	14000	15300

Характерною особливістю моментного ряду динаміки є те, що кожний наступний рівень ряду частково або повністю містить в собі попередній і тому підсумування (додавання) послідовних рівнів ряду не дає реальних показників. За допомогою моментних рядів динаміки вивчають товарні запаси, стан кадрів на підприємстві, кількість обладнання, оборотні засоби, основні засоби та ін.

*Періодичні (інтервальні)* ряди динаміки характеризують величину явища за відповідні періоди часу (добу, декаду, місяць, квартал, рік, п'ятирічку).

Прикладом таких рядів можуть бути дані, які наведені в табл. 8.2.

Таблиця 8.2 – Динаміка середньомісячної заробітної плати у 2008-2013 рр.

<i>Рік</i>	2008	2009	2010	2011	2012	2013
<i>Середньомісячна заробітна плата, грн</i>	1806	1906	2239	2633	3026	3274

Характерними особливостями інтервального динамічного ряду є: залежність величини рівня від величини проміжку часу; показники періодичного (інтервального) ряду динаміки, як правило, можна додавати і ці показники мають реальний конкретний зміст; наприклад, в результаті додавання можна одержати новий ряд динаміки, кожний показник якого характеризує величину явища за збільшені періоди часу.

Залежно від статистичної природи показника-рівня розрізняють динамічні ряди *первинні і похідні*, ряди *абсолютних, середніх і відносних величин*. В табл. 8.1. наведено ряд динаміки, який складається із абсолютних величин, в табл. 8.2 – із середніх величин. Крім цього ряди динаміки поділяють на одно- і багатомірні.

*Одномірні* характеризують зміну одного показника (наприклад, видобуток газу), багатомірні – двох, трьох і більше показників. У свою чергу, багатомірні динамічні ряди поділяються на два види: паралельні та ряди взаємопов'язаних показників.

*Паралельні* відображають динаміку або одного і того самого показника щодо різних об'єктів (національний дохід по країнах, прибуток по підприємствах тощо), або різних показників одного і того ж об'єкта (видобуток вугілля, нафти і газу в регіоні).

*Ряди взаємопов'язаних показників* характеризують динаміку декількох показників, взаємопов'язаних між собою. Зв'язок між показниками багатомірного динамічного ряду може бути функціональним (адитивним чи мультиплікативним) або кореляційним.

Прикладом адитивно зв'язаних рядів є динаміка цілого і його складових частин (чисельності всього населення і у тому числі міського і сільського); мультиплікативно зв'язаних – динаміка посівної площі, урожайності і валового збору певної сільськогосподарської культури; кореляційно зв'язаних – динаміка фондоозброєності і продуктивності праці.

При побудові рядів динаміки необхідно забезпечити порівнянність рівнів ряду за територією, методикою розрахунку показників, періодом або моментом часу, об'єктом і одиницею спостереження, ступенем охоплення одиниць досліджуваної сукупності, одиницями вимірювання тощо.

Насамперед, всі рівні ряду динаміки повинні характеризувати одне і теж явище. Цього можна досягти лише тоді, коли протягом всього періоду, який охоплюється динамічним рядом, будуть незмінними зміст і межі об'єкта та одиниці спостереження. Наприклад, при характеристиці динаміки чисельності студентів ВНЗ по роках не можна в одні роки враховувати тільки чисельність студентів денної форми навчання, а в інші – чисельність студентів всіх видів навчання.

Кожен рівень динамічного ряду повинен бути визначений (розрахований) за однією методологією.

Важливою умовою порівнянності рядів динаміки є вираження їх рівнів в однакових одиницях вимірювання. З різницею одиниць вимірювання приходиться зустрічатися при обліку продукції в натуральному вираженні.

Приведення до порівняності різних видів продукції досягається вираженням її у вартісних або трудових вимірниках.

Необхідно забезпечити порівнянність рівнів інтервальних рядів динаміки щодо тривалості відрізків часу, а в моментних рядах щодо відношення до однієї й тієї ж дати року.

Потрібно також забезпечити територіальну порівнянність, тобто використовувати дані по території в одних і тих же межах.

Таким чином, всі вище названі обставини слід враховувати при підготовці інформації для аналізу змін явищ у часі.

## **2. Статистичні характеристики динамічних рядів та їх взаємозв'язок**

При вивченні закономірностей соціально-економічного розвитку статистика вирішує низку завдань:

- характеристика інтенсивності окремих змін у рівнях ряду від періоду до періоду або від дати до дати;
- визначення середніх показників динамічного ряду за той чи інший період;
- виявлення основних закономірностей динаміки досліджуваного явища на окремих етапах або за весь період, що вивчається;
- виявлення чинників, що зумовили зміни досліджуваного об'єкту у часі;
- прогноз розвитку явищ на майбутнє.

Для оцінки цих властивостей динаміки статистика використовує взаємопов'язані характеристики. Серед них абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту і абсолютне значення 1 % приросту.

Розрахунок характеристик динаміки ґрунтується на зіставленні рівнів ряду (рис. 8.1).

Базою для порівняння може бути або попередній рівень  $y_{i-1}$ , або початковий  $y_0$ . Показники динаміки, обчислені зіставленням із змінною базою порівняння, називаються *ланцюговими*, а з постійною базою порівняння – *базисними* (табл. 8.3).

*Абсолютний приріст* відображає абсолютну швидкість змінювання рівнів ряду за певний інтервал часу. Він обчислюється як різниця рівнів ряду, знак (+,–) показує напрям динаміки. У тих випадках, коли звітний рівень менший, ніж попередній (або базисний), то ми одержимо не абсолютний приріст, а абсолютне зменшення, яке записуємо зі знаком мінус.

Таким чином, абсолютний приріст може бути додатним (динаміка зростання), від'ємним (зменшення, падіння) або рівним нулю (без змін). Абсолютний приріст вимірюється в одиницях вимірювання ознаки.



Рисунок 8.1 – Характеристики динамічних рядів в залежності від бази порівняння

Таблиця 8.3 – Розрахунок статистичних характеристик рядів динаміки

<i>Ланцюгові характеристики динаміки</i>	<i>Назва показника</i>	<i>Базисні характеристики рядів динаміки</i>
$\Delta_{\text{л}} = y_i - y_{i-1}$	Абсолютний приріст	$\Delta_{\text{б}} = y_i - y_0$
$Tзр_{\text{л}} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	Темп зростання	$Tзр_{\text{б}} = \frac{y_i}{y_0}$
$Tпр_{\text{л}} = Tзр_{\text{л}} - 100$	Темп приросту	$Tпр_{\text{б}} = Tзр_{\text{б}} - 100$
$A = 0,01y_{i-1} = \frac{\Delta_{\text{л}}}{Tпр_{\text{л}}}$	Абсолютне значення 1% приросту	Для всіх періодів однакові $A = 0,01y_0$

Умовні позначення:

$y_i$  – поточний рівень ряду;

$y_{i-1}$  – рівень ряду, що передує поточному;

$y_0$  – початковий рівень ряду, або рівень, який є постійною базою порівняння.

Між базисними і ланцюговими абсолютними приростами існує такий зв'язок: сума ланцюгових абсолютних приростів дорівнює останньому базисному абсолютному приросту, тобто:

$$\sum \Delta_{\text{л}} = y_n - y_0. \quad (8.1)$$

Інтенсивність зміни рівнів ряду оцінюється відносною величиною – *темпом зростання*, який являє собою кратне відношення рівнів у формі коефіцієнта чи відсотка. Якщо темп зростання більший одиниці чи 100%, то це свідчить про ріст того чи іншого явища, відображеного рядом динаміки, а коли буде менший одиниці або 100%, – має місце не темп зростання, а темп зниження, зменшення, падіння. Він показує у скільки разів  $y_i$  більший від бази порівняння або скільки відсотків складає  $y_i$  від бази порівняння.

Між базисними і ланцюговими коефіцієнтами (темпами) зростання існує такий зв'язок:

1) добуток ланцюгових коефіцієнтів (темнів) дорівнює останньому базисному коефіцієнту (темпу) зростання, тобто:

$$\prod T_{zr_n} = \frac{y_n}{y_0}; \quad (8.2)$$

2) частка від ділення базисних коефіцієнтів (темнів) дорівнює проміжному ланцюговому.

Показники темнів зростання широко використовуються в дослідженнях розвитку суспільних явищ у динаміці, оцінці інтенсивності їх розвитку, порівняльній оцінці розвитку двох суспільних статистичних сукупностей.

Співвідношення абсолютного приросту і базового рівня є вимірником відносної швидкості зростання. Відносну швидкість зростання називають *темпом приросту*, який на відміну від темпу зростання завжди виражають у відсотках.

Отже, темп приросту показує на скільки відсотків рівень звітного періоду більший (менший) від бази порівняння.

*Абсолютне значення 1 % приросту* дає уяву про вагомість одного відсотку приросту і визначається в одиницях виміру вивчаємої ознаки.

### 3. Середні показники динаміки

З плином часу змінюються рівні динамічних рядів і обчислені на їх основі показники аналізу ряду динаміки. Постає потреба узагальнення притаманних динамічному ряду властивостей, визначення типових характеристик розвитку. Для узагальнюючої характеристики динаміки досліджуваного явища за низку періодів визначають різного роду середні показники. Розглянемо дві категорії таких показників:

- 1) середні рівні ряду;
- 2) середні показники змін рівнів ряду.

*Середні рівні* використовують, насамперед, для узагальнення коливних рядів.

Порядок обчислення середнього рівня динамічного ряду залежить від

виду ряду динаміки.

В *інтервальному* ряді абсолютних величин з рівними періодами часу використовується *середня арифметична проста*.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \quad (8.3)$$

де  $n$  – число рівнів ряду,  
 $y_i$  – рівні ряду.

У *моментному* ряді за умови рівномірної зміни показника між датами, середня величина між двома датами розраховується як півсума значень на початок ( $y_0$ ) і кінець періоду ( $y_n$ ):

$$\bar{y} = \frac{y_0 + y_n}{2} \quad (8.4)$$

Якщо моментний ряд динаміки має однакові проміжки (інтервали) часу між датами, розрахунок середнього рівня виконується за формулою *середньої хронологічної*:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1} \quad (8.5)$$

У моментних рядах динаміки з нерівними періодами (проміжками) часу для обчислення середнього рівня ряду використовують *середню арифметичну зважену*:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t}, \quad (8.6)$$

де  $t$  – проміжки часу між суміжними датами або періоди часу.

Узагальнюючими характеристиками інтенсивності динаміки є середній абсолютний приріст та середній темп зростання.

*Середній абсолютний приріст* (абсолютна швидкість динаміки) обчислюється діленням загального приросту за весь період на довжину цього періоду.

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_l}{m}, \quad (8.7)$$

де  $m_n$  – число ланцюгових абсолютних приростів.

або

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}. \quad (8.8)$$

При обчисленні *середнього темпу зростання* враховується правило складних процентів, за яким змінюється відносна швидкість динаміки (нагромаджується приріст на приріст). Тому середній темп зростання обчислюється за формулою *середньої геометричної* з ланцюгових темпів зростання:

$$\overline{Tзр} = \sqrt[k]{\prod Tзр_l} = \sqrt[k]{Tзр_1 \times Tзр_2 \times \dots \times Tзр_k} \quad (8.9)$$

де  $k$  – кількість темпів зростання за однакові інтервали часу.

Врахувавши взаємозв'язок ланцюгових і базисних темпів зростання, формулу середнього темпу зростання можна записати так:

$$\overline{Tзр} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \quad (8.10)$$

Отже, середній темп зростання можна обчислити на основі:

- а) ланцюгових темпів зростання;
- б) кінцевого базисного (за весь період) темпу зростання.

Середній темп зростання є підставою для визначення середнього темпу приросту.

#### **4. Зіставність в рядах динаміки**

Основною вимогою, що пред'являється до рядів динаміки, є зіставність їх рівнів, як за якісним змістом, так і за часом і складом.

Незіставність рівнів може виникнути з різних причин, основними з яких можна назвати наступні:

- 1) зміна території, до якої віднесені показники, що аналізуються;
- 2) зміна дати обліку (наприклад, облік сільськогосподарських угідь проводили на 1.01 кожного року, потім дата обліку була змінена на 1.10 кожного року, і якби дані цих обліків з'єднати в один ряд динаміки, то рівні були б незіставними);
- 3) зміна методології обліку або розрахунку показників (наприклад, в один період часу продуктивність праці розраховують по відношенню на одного



працівника, а в іншій – по відношенню на одного працівника промислово-виробничого персоналу, то в цьому випадку об'єднувати дані в один ряд динаміки не можна, оскільки вони є незіставними за методикою розрахунку);

4) зміна цін або грошових одиниць (це характерно для вартісних показників);

5) різна тривалість періодів часу, до яких відносяться рівні ряду динаміки.

З цього виходить, що перш ніж аналізувати динамічний ряд, треба рівні ряду привести до зіставного вигляду.

До способів порівнянності рівнів ряду динаміки відносять:

1) *приведення системи взаємозв'язаних рядів динаміки до однієї основи* – це здійснюється шляхом заміни абсолютних даних відносними величинами: тобто для кожного ряду динаміки усередині системи розраховують базисні темпи зростання, потім визначають середньорічні темпи зростання, які порівнюються між собою за допомогою коефіцієнта випередження.

2) *зімкнення рядів динаміки* – цей прийом здійснюється тоді, коли за аналізований період часу явище, що вивчається, зазнавало різного роду зміни.

Підзімкненням ряду динаміки розуміють об'єднання в один ряд (більш довгий) двох або декількох рядів, рівні яких обчислені за різною методологією або в різних межах. Методика проведення цього способу полягає у наступному:

– один з рівнів ряду приймають за базу порівняння (звичайно це той рівень, який виник першим під впливом організаційних змін);

– обчислюють значення цього рівня до і після змін;

– розраховують на підставі цих значень коефіцієнт перерахунку (або поправочний коефіцієнт);

– утворюють ряд динаміки з урахуванням цього поправочного коефіцієнта перерахунку.

Порядок зімкненням ряду динаміки розглянемо за даними табл. 8.4.

Таблиця 8.4 – **Зімкнення рядів динаміки**

<i>Рік</i>	2008	2009	2010	2011	2012	2013
<i>Обсяг товарообороту до структурних змін підприємства, тис. грн.</i>	9500	9700	10000	-	-	-
<i>Обсяг товарообороту після структурних змін підприємства, тис. грн.</i>	-	-	9500	9800	12000	11000
<i>Зімкнутий або зіставний ряд динаміки</i>	9030	9220	9500	9800	12000	11000

Для того, щоб забезпечити порівнянність загального динамічного ряду товарообороту підприємства за 2008-2013 рр. був здійснений перерахунок

товарообороту за 2008-2009 з урахуванням структурних змін підприємства за допомогою коефіцієнта перерахунку:

$$K_{\text{перерахунку}} = \frac{9500}{10000} = 0,95.$$

На підставі цього коефіцієнту розраховуються зіставні рівні ряду динаміки:

$$2008 \text{ рік} \quad 9500 \times 0,95 = 9030 \text{ тис. грн.}$$

$$2009 \text{ рік} \quad 9700 \times 0,95 = 9220 \text{ тис. грн.}$$

Зіставний ряд динаміки може бути використаний для аналізу змін обсягу товарообороту за досліджуваний період.



### *Питання для самоконтролю*

1. Що називають рядом динаміки?
2. З яких елементів складаються ряди динаміки і що вони виражають?
3. Яких умов потрібно дотримуватись при побудові рядів динаміки?
4. За яких причин виникає непорівнюваність рівнів ряду динаміки?
5. Які Ви знаєте види рядів динаміки?
6. Які ряди динаміки називають моментними і чому їхні рівні не можна підсумовувати?
7. Чому ряди динаміки, виражені абсолютними величинами, є первинними, а виражені відносними і середніми величинами – вторинними?
8. Назвіть основні показники динаміки.
9. У чому полягає різниця базисного і ланцюгового способів обчислення показників динаміки?
10. Як розраховують середній рівень для інтервального і моментного рядів динаміки?
11. Як визначають абсолютний приріст, темп зростання і приросту?
12. Як визначають середній темп зростання на основі даних першого і останнього рівнів ряду динаміки?
13. Як розраховують середній темп зростання за ланцюговими коефіцієнтами зростання?
14. Яким чином забезпечуються зіставність у рядах динаміки?



### *Розв'язання типових задач*

**Приклад 1.** Опишіть порядок розрахунку характеристик динаміки на прикладі виробництва скла за наступними даними:

Вихідні дані		Розрахункові дані							
Періоди	Виробництво скла, млн. м <sup>2</sup>	Абсолютний приріст, млн. м <sup>2</sup>		Темп зростання, %		Темп приросту, %		Абсолютне значення 1 % приросту, млн. м <sup>2</sup>	
		Ланцюговий	Базисний	Ланцюговий	Базисний	Ланцюговий	Базисний	Ланцюговий	Базисний
I	346	–	–	–	100,0	–	–	–	–
II	372	26	26	107,5	107,5	7,5	7,5	3,46	3,46
III	407	35	61	109,4	117,6	9,4	17,6	3,72	3,46

Розв'язання:

1. Абсолютний приріст показує, на скільки одиниць зріс (зменшився) рівень *i*-го року відносно рівня, узятого за базу порівняння.

Ланцюгові абсолютні прирости визначаються за формулою:

$$\Delta_{\lambda} = y_i - y_{i-1} \quad (8.11)$$

за II період:  $\Delta_{\lambda} = 372 - 346 = 26$  млн. м<sup>2</sup>;

за III період:  $\Delta_{\lambda} = 407 - 372 = 35$  млн. м<sup>2</sup>;

Базисні абсолютні прирости визначаються за формулою:

$$\Delta_{\sigma} = y_i - y_0 \quad (8.12)$$

за II період:  $\Delta_{\sigma} = 372 - 346 = 26$  млн. м<sup>2</sup>;

за III період:  $\Delta_{\sigma} = 407 - 346 = 61$  млн. м<sup>2</sup>.

2. Темп зростання показує, у скільки разів рівень *i*-го року більший (менший) за рівень, узятий за базу порівняння.

Темпи зростання становлять:

	Базисний ( $T_{зр_{\sigma}} = \frac{y_i}{y_0}$ )	Ланцюговий ( $T_{зр_{\lambda}} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ )
за II період	$\frac{372}{346} 100 = 107,5\%$	$\frac{372}{346} 100 = 107,5\%$
за III період	$\frac{407}{346} 100 = 117,6\%$	$\frac{407}{372} 100 = 109,4\%$

3. Темп приросту характеризує відносну швидкість зростання і виражається у процентах. Його можна визначити як різницю між темпом зростання і 100%.

$$T_{np} = T_{zp} - 100. \quad (8.13)$$

Так, для II періоду він становить:  $T_{np} = 107,5 - 100 = 7,5$  (%).

Такий самий результат дістанемо, зіставивши абсолютний приріст за відповідний період із рівнем ряду, узятим а базу порівняння:

$$T_{np_l} = \frac{\Delta_l}{y_{i-1}}; \quad (8.14)$$

$$T_{np_0} = \frac{\Delta_0}{y_0}. \quad (8.15)$$

$T_{np} = 26 : 346 = 7,5$  (%).

4. Вагомість одного процента приросту визначають зіставленням абсолютного приросту з темпом приросту:

$$A = \frac{\Delta_l}{T_{np_l}}. \quad (8.16)$$

$$A = \frac{5,26}{7,5} = 3,4 \text{ млн. м}^2.$$

5. Середню абсолютну швидкість виробництва скла в регіоні визначимо за формулою 8.5:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_l}{m} = \frac{61}{2} = 30,5 \text{ млн. м}^2.$$

6. Середньорічний темп зростання визначається за формулою 8.6 і становить:

$$\overline{T_{zp}} = \sqrt[k]{T_{zp_1} \times T_{zp_2} \times \dots \times T_{zp_k}} = \sqrt{1,075 \times 1,094} = 1,084 \text{ або } 108,4 \text{ \%}.$$

7. Середній темп приросту визначається за формулою:

$$\overline{T_{np}} = \overline{T_{zp}} - 100 \quad (8.17)$$

За наведеними даними середньорічний темп приросту становить:

$$\overline{Tnp} = 108,4 - 100 = 8,4 \%$$

Тобто щорічно виробництво скла зростало в середньому на 30,5 млн. м<sup>2</sup>, або на 8,4 %.

**Приклад 2.** Визначити середній місячний залишок матеріалів на складі підприємства протягом першого кварталу поточного року, якщо відомо, що залишок матеріалів на складі підприємства на 1 січня становив 242 тис. грн., на 1 лютого – 251 тис. грн., на 1 березня – 213 тис. грн., на 1 квітня – 186 тис. грн.

*Розв'язання:*

*I спосіб:*

За умови припущення про рівномірну зміну залишків матеріалів на складі між датами визначаємо середні залишки матеріалів за кожен місяць як півсуму значень на початок і кінець місяця.

За січень	За лютий	За березень
$\bar{y} = \frac{242 + 251}{2} = 246,5$	$\bar{y} = \frac{251 + 213}{2} = 232,0$	$\bar{y} = \frac{213 + 186}{2} = 199,5$

В середньому за січень на складі залишилось матеріалів на суму 246,5 тис. грн., за лютий – 232 тис. грн., за березень – 199,5 тис. грн.

Середній залишок за квартал визначаємо за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y}_{1кв} = \frac{\sum y}{n} = \frac{246,5 + 232,0 + 199,5}{3} = 226,0 \text{ тис. грн.}$$

*II спосіб:*

Наведену схему можна спростити, якщо розрахунок виконати за формулою середньої хронологічної:

$$\bar{y}_{1кв} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{242}{2} + 251 + 213 + \frac{186}{2}}{4-1} = 226,0 \text{ тис. грн.}$$

Таким чином, середній залишок матеріалів на складі підприємства за квартал становив 226 тис. грн.



## Навчальні завдання

1. Вкажіть, які з наведених показників подаються у формі динамічного ряду – моментного чи інтервального:

- 1) кількість суб'єктів підприємницької діяльності на початок кожного року;
- 2) сума податкових надходжень за кожен рік;
- 3) валютні резерви банківської системи на початок кожного місяця;
- 4) заборгованість комерційних банків акціонерам і бюджету станом на 1 квітня 200\_р.;
- 5) наявність корів у сільськогосподарських підприємствах на кінець кожного року;
- 6) дефіцит державного бюджету за 200\_ рік.

2. Видатки на оборону у Зведеному бюджеті країни становили:

Рік	2011	2012	2013
Видатки на оборону, млрд. грн.	3,5	5,2	6,3

Обчислити характеристики динаміки видатків на оборону:

- 1) абсолютний приріст і темп приросту за два роки;
- 2) середньорічний абсолютний приріст.

Зробити висновки.

3. Динаміку надходжень страхових платежів від добровільного особистого страхування життя відображають наведені в таблиці ланцюгові характеристики. Використовуючи їх взаємозв'язки, за кожен рік обчислити доходи страхових компаній за цим видом страхування, абсолютні прирости, темпи приросту і абсолютне значення 1 % приросту.

Рік	Млн. грн.	Ланцюгові характеристики динаміки			
		Абсолютний приріст, млн. грн.	Темп зростання	Темп приросту, %	Абсолютне значення 1% приросту, млн. грн.
2008	21	х	х	х	х
2009	?	4	?	?	?
2010	?	?	1,26	?	?
2011	?	?	?	40	?
2012	?	?	?	?	?
2013	?	?	?	48	0,65

Зробити висновки.

4. Товарні запаси торговельного підприємства склали:

на 1 серпня – 24 тис. грн.;

на 5 серпня – 22 тис. грн.;

на 12 серпня – 18 тис. грн.;

на 19 серпня – 29 тис. грн. і такою залишилось до кінця місяця.

Визначити середні товарні запаси за місяць. Обґрунтуйте вибір формули розрахунку.

5. Маємо дані про роздрібний товарооборот торгових підприємств міста за ряд років:

Роки	I	II	III	IV	V
Товарооборот, млн. грн.	270	286	300	305	316

Визначити абсолютні, відносні та середні показники динаміки. Зробити висновки.



### *Контролюючі тести*

1. Ряд динаміки характеризує:

а) структуру сукупності за будь-якою ознакою;

б) зміну характеристики сукупності у просторі;

в) зміну характеристики сукупності у часі.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) Всі перелічені.

2. Ряд динаміки характеризує рівень розвитку явища:

а) на певні дати; б) за певні інтервали часу.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

3. Інтервальним рядом динаміки є:

а) щорічно виплачені дивіденди на акції компанії, яка заснована у 2002 р.;

б) розподіл минулорічного прибутку компанії на дивіденди, поповнення статутного капіталу тощо.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

4. Темпи приросту визначаються:

а) як відношення абсолютного приросту до рівня ряду, що є базою порівняння;

б) відношення абсолютного приросту до темпу зростання;

в) різниця між рівнями ряду динаміки;

г) відношення рівнів ряду динаміки.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

5. Абсолютне значення 1% приросту дорівнюватиме:

а) рівню ряду динаміки, поділеному на темп приросту;

б) абсолютному приросту, поділеному на темп приросту;

в) 1% рівня, взятого за базу порівняння;

г) абсолютному приросту, розділеному на рівень ряду динаміки.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

6. Абсолютний приріст обчислюють як:

а) різницю між рівнями ряду динаміки;

б) відношення рівнів ряду динаміки;

в) суму рівнів ряду динаміки;

г) рівень ряду динаміки, помножений на 100%.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. Базисний абсолютний приріст дорівнює:

а) сумі ланцюгових абсолютних приростів;

б) добутку ланцюгових абсолютних приростів.

Базисний темп зростання дорівнює:

в) сумі абсолютних темпів зростання;

г) добутку ланцюгових темпів зростання.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, г; 4) б, в.

8. Темп зростання ряду динаміки розраховують як:

а) різницю між рівнями ряду динаміки;

б) відношення рівнів ряду динаміки;

в) суму рівнів ряду динаміки;

г) рівень ряду динаміки, помножений на 100%.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, г; 4) б, в.

9. Залишки товарних запасів фірми на кінець кожного кварталу – це ряд динаміки:

а) інтервальний; б) моментний.

Середній рівень цього ряду розраховується за формулою середньої:

в) арифметичної; г) хронологічної.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

10. Середній темп (коефіцієнт) зростання обчислюємо за середньою:

1) хронологічною;

2) арифметичною простою;

3) арифметичною зваженою;

4) геометричною.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.



## ТЕМА 9. Аналіз тенденцій розвитку та коливань

1. *Способи обробки рядів динаміки з метою виявлення основної тенденції розвитку явища.*
2. *Виявлення і характеристика сезонних коливань.*
3. *Інтерполяція та екстраполяція в рядах динаміки.*

### *1. Способи обробки рядів динаміки з метою виявлення основної тенденції розвитку явища*

Аналізуючи ряди динаміки, важливо виявити і визначити основну закономірність розвитку явища, що вивчається, в окремі періоди часу, тобто виявити загальну або основну тенденцію в зміні рівнів ряду динаміки. Тенденцію розвитку динамічного ряду в статистиці називають трендом.

*Тренд* – це зміна, що визначає загальний напрям розвитку рівнів ряду динаміки.

Розрізняють декілька видів трендів:

- 1) тренд, що знижується;
- 2) тренд, що підвищується.

Встановлюючи тренд користуються різними математичними функціями, і приступаючи до характеристики трендів потрібно логічно встановити наявність точки насичення в даному явищі, і якщо таке виявляється, тренд можна встановити лише за тими математичними функціями, які прагнуть до кінцевого результату.

Для виявлення трендів використовуються різні методи вирівнювання (або згладжування) рівнів ряду динаміки. Найпоширеніші це:

- метод укрупнення інтервалів;
- метод ступінчастої середньої;
- метод плинної середньої;
- аналітичне вирівнювання.

*Метод укрупнення інтервалів* заснований на можливості підсумовування окремих рівнів ряду динаміки та визначенні їх середнього значення. Підсумовування окремих рівнів ряду динаміки може бути виконано за умови, якщо ряд динаміки є інтервальним, і рівні ряду мають форму абсолютних величин. Прийнято виконувати багатоперхові укрупнення інтервалів від найменшого до найбільшого. Основний недолік цього методу полягає в тому, що переходується тенденція розвитку усередині кожної укрупненої групи. У моментних рядах динаміки, або у випадку, якщо рівні ряду динаміки виражені відносними або середніми величинами, використовується метод *ступінчастої середньої*, коли за кожним укрупненим інтервалом приводяться не підсумки, а середні величини, розраховані на первинний інтервал (рис. 9.1).

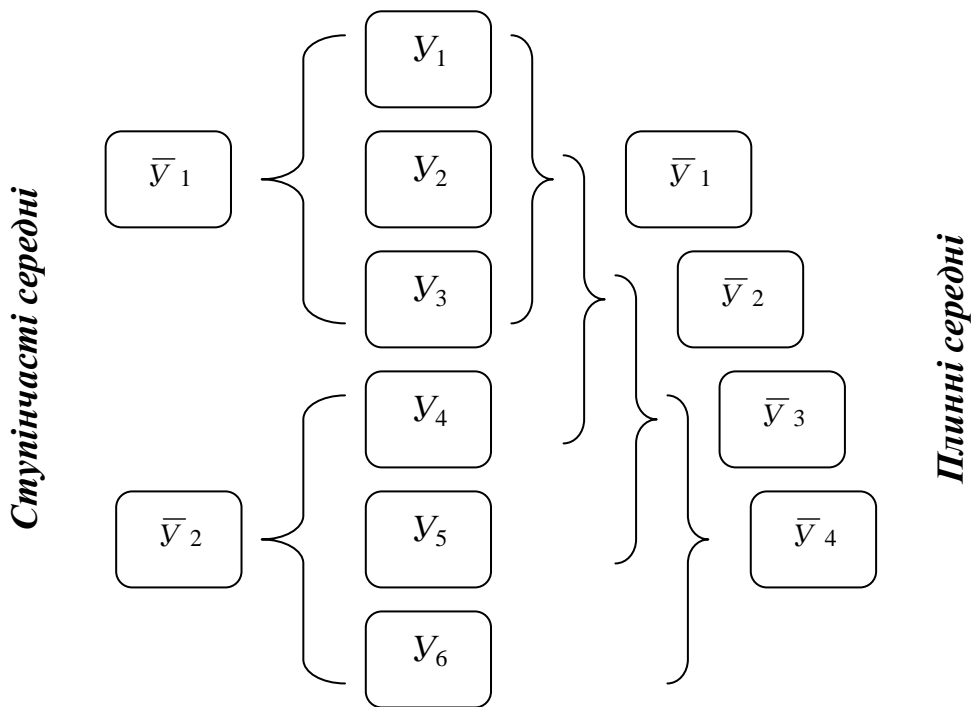


Рисунок 9.1 – Схема формування згладжених рівнів ряду динаміки

Наприклад, при метеорологічних обстеженнях, щоб ясніше бачити загальну тенденцію температури коливання переходять від щоденних даних до ряду середніх температур за декадами, місяцями.

Суть *метод плинних середніх* полягає у заміні фактичних рівнів рядами плинних або рухомих середніх, які розраховуються для певних послідовно рухомих інтервалів, і відносяться до середини кожного з них (рис. 9.1). Згладжування вказаним методом можна проводити за будь-яким числом членів ряду.

Тривалість періоду, який береться в розрахунок, називається періодом плинності.

Якщо період плинності непарний (3, 5, 7...), то першу плинну середню відносять до середини інтервалу, а якщо період плинності парний (2, 4, 6...), то середня відноситься до середини між двома датами. Для усунення цього недоліку застосовують два прийоми:

- перетворення рівнів ряду;
- центрування.

*Перетворення рівнів ряду* здійснюється шляхом визначення згладжених рівнів ряду за формулою:

$$\bar{y}_i = \frac{\frac{1}{2}y_i + y_{i+1} + \dots + y_{i+m-1} + \frac{1}{2}y_{i+m}}{m}, \quad (9.1)$$

де  $m$  – періодом плинності.

Наприклад, використовуючи формулу 9.1, за умови, що  $m = 4$ , плинні

середні визначаються так:

$$\bar{y}_1 = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{1}{2}y_5}{4}.$$

Результати розрахунків будуть відноситися до 3-го показника часу.

$$\bar{y}_2 = \frac{\frac{1}{2}y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{1}{2}y_6}{4}.$$

Результати розрахунків будуть відноситися до 4-го показника часу.

*Приєм центрування* полягає у тому, що з кожної пари згладжених середніх розраховують середню арифметичну просту (рис. 9.2).

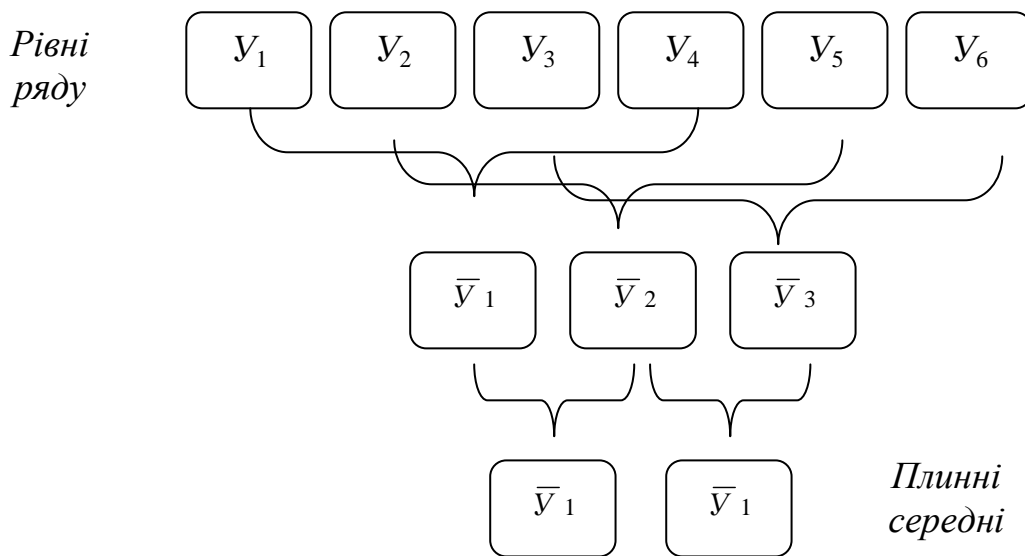


Рисунок 9.2 – Схема формування згладжених рівнів ряду динаміки прийомом центрування

Ряд плинних середніх коротший за первинний на  $(m - 1)$  рівнів, що потребує уважного ставлення до вибору ширини інтервалу  $m$ . Якщо первинному ряду динаміки притаманна певна періодичність коливань, то інтервал згладжування має бути рівним або кратним періоду коливань.

*Аналітичне вирівнювання* – це досконаліший метод встановлення основної тенденції розвитку ряду. Задача вирівнювання зводиться до визначення на основі фактичних даних теоретичних рівнів, розрахунок яких проводиться за певними математичними функціями (прямої, показової функції, параболи тощо.).

Найпростішою вважається функція прямої, за допомогою якої можна описати тренд розвитку явища, що вивчається.

Вирівнювання за функцією прямої лінії можна виконувати в тому випадку, якщо в досліджуваному відрізку часу зберігається більш менш подібні зміни абсолютних значень ознаки, що вивчається.

Функція прямої лінії має вигляд:

$$\bar{y}_t = a + bt, \quad (9.2)$$

де  $\bar{y}_t$  – розрахункові або теоретичні рівні;  
 $a$  і  $b$  – параметри прямої визначаються з системи рівнянь;  
 $t$  – умовні значення часу, код часу.

Вирівнювання зводиться до пошуку параметрів  $a$  і  $b$ , побудови теоретичної прямої ( $\bar{y}_t$ ).

Параметри  $a$  і  $b$  можна визначити, розв'язавши систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na + b\sum t = \sum y \\ a\sum t + b\sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (9.3)$$

де  $y$  – рівні фактичні або емпіричні, тобто рівні початкового ряду динаміки, що відображають значення явища, що вивчається.

$$a = \frac{\sum y \sum t^2 - \sum yt \sum t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}; \quad (9.4)$$

$$b = \frac{n \sum yt^2 - \sum y \sum t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}; \quad (9.5)$$

Отже, для визначення параметрів рівняння прямої необхідно мати чотири суми:  $\sum y$ ;  $\sum yt$ ;  $\sum t$ ;  $\sum t^2$ .

Все рішення значно спрощується, якщо вдасться до умовного кодування інтервалів часу. Цей спосіб кодування заснований на тому, що  $\sum t = 0$ , а часові одиниці позначаються таким чином:

I випадок: парне число періодів часу:

$t$	I	II	III	IV	V	VI
	- 5	- 3	- 1	1	3	5

II випадок: непарне число періодів часу:

$t$	I	II	III	IV	V
	- 2	- 1	0	1	2

Беручи до уваги, що  $\sum t = 0$ , система рівнянь приймає вигляд:

$$\begin{cases} na = \sum y \\ b \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (9.6)$$

Звідси 
$$a = \frac{\sum y}{n}; \quad (9.7)$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}, \quad (9.8)$$

Приклад аналітичного вирівнювання за прямою наведено у табл. 9.1.

**Таблиця 9.1 – Розрахунок теоретичних рівнів ряду динаміки методом аналітичного вирівнювання**

<i>Вихідні дані</i>		<i>Розрахункові дані</i>			
<i>Періоди часу</i>	<i>Урожайність зернових (y) ц/га</i>	<i>t</i>	<i>t<sup>2</sup></i>	<i>yt</i>	<i>ȳ<sub>t</sub></i>
1	15	-4	16	-60	14,68
2	16	-3	9	-48	16,26
3	17	-2	4	-34	17,84
4	19	-1	1	-19	19,42
5	22	0	0	0	21,0
6	24	1	1	24	22,58
7	23	2	4	46	24,16
8	26	3	9	78	25,74
9	27	4	16	108	27,32
Разом	189		60	95	189

Використовуючи рівняння прямої (формула 9.2) та систему нормальних рівнянь (формула 9.3), визначаємо параметри  $a$  та  $b$  (формула 9.6 і 9.7):

$$a = \frac{189}{9} = 21, \quad b = \frac{95}{60} = 1,58$$

Параметри  $a$  і  $b$  підставимо у рівняння прямої:  $\bar{y}_t = 21 + 1,58t$ .

Згідно отриманого рівняння прямої розрахуємо ряд теоретичних рівнів, де в якості  $t$  підставляються часові коди:

$$\bar{y}_1 = 21 + 1,58 \times (-4) = 14,68 \text{ ц/га}$$

$$\bar{y}_2 = 21 + 1,58 \times (-3) = 16,26 \text{ ц/га}$$

і т.д.

Значення емпіричних і розрахункових рівнів наносять на графік (рис. 9.3). При правильному виборі математичної моделі теоретична пряма повинна майже навпіл розділяти точки фактичної ламаної.

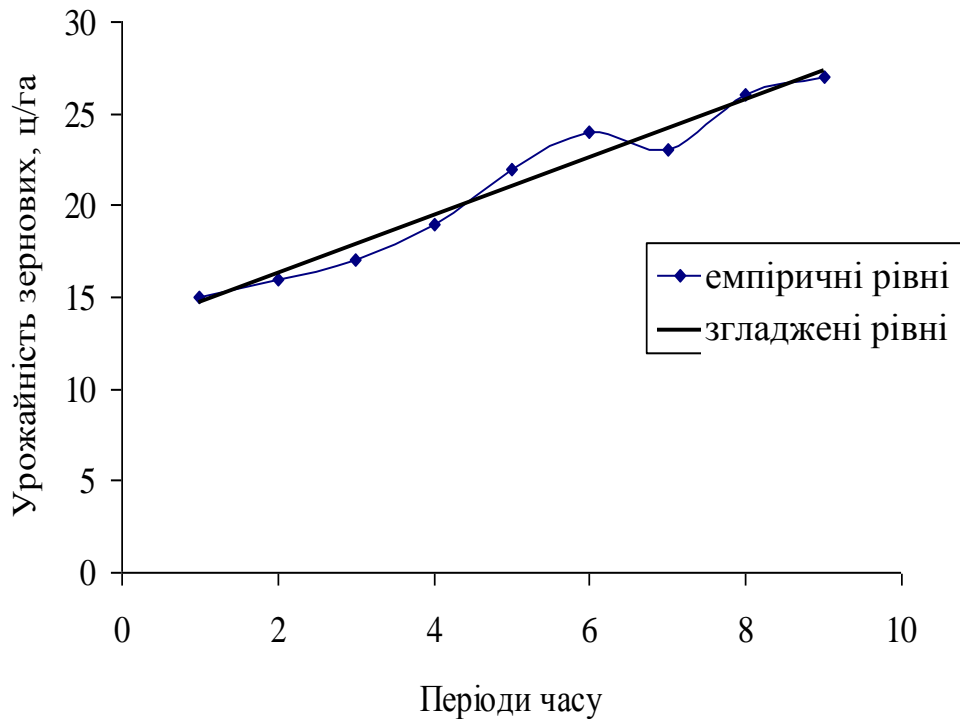


Рисунок 9.3 – Динаміка урожайності зернових

На підставі отриманого рівняння прямої можна зробити висновок, що середньорічна урожайність зернових, за більш менш подібних умов, в перебігу досліджуваного періоду, складає 21 ц/га. Позитивний знак параметра говорить, що для ряду динаміки характерний зростаючий тренд, і щорічний абсолютний приріст урожайності складає  $\approx 1,58$  ц/га. Згладжені рівні ряду свідчать про рівномірне збільшення рівня урожайності протягом всього часу.

## 2. Виявлення і характеристика сезонних коливань

*Сезонність* – поняття, що характеризує регулярні зміни явища в динаміці, що повторюються і пов'язані зі зміною пори року, явищами природи, виконання певних робіт і занять (прибирання, охота), а також подіями, традиціями і святами (збільшення продажів квітів в свята).

Сезонність характеризується зміною сезонної складової ряду динаміки, що описує внутрішньорічні регулярні зміни явищ. Такі зміни носять назву *сезонних коливань*.

Статистичне вимірювання сезонності дозволяє кількісно виразити прояв сезонних коливань, виявити їх силу і характер.

Встановлення величини сезонних коливань відбувається через визначення індексу сезонності.

Для розрахунку індексів сезонності приймають різні методи, вибір яких залежить від характеру загальної тенденції ряду динаміки. Так, якщо ряд

динаміки не містить яскраво вираженої тенденції розвитку, то індекс сезонності вимірюється за фактичними даними без їх попереднього вирівнювання (*методом простої середньої*):

$$I_{сез} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_{заг}} \cdot 100 \quad (\%), \quad \text{—} \quad (9.9)$$

де  $\bar{y}_i$  – середня величина рівня ряду по однойменному періоду часу ( $\bar{y}_{січ}, \bar{y}_{лют}$  і т. д.);

$\bar{y}_{заг}$  – загальна середня по всьому ряду динаміки:

$$\bar{y}_{заг} = \frac{\sum y}{n}, \quad (9.10)$$

$n$  – кількість рівнів ряду динаміки.

Якщо рівні ряду динаміки проявляють тенденцію до зростання або зниження, то відхилення від постійного середнього рівня можуть спотворити сезонні коливання, і в цьому випадку фактичні дані зіставляються з вирівняними, тобто використовується *метод аналітичного вирівнювання*:

$$I_{сез} = \frac{\sum \frac{y}{\bar{y}_t} \cdot 100}{m}, \quad (9.11)$$

де  $y$  – фактичні рівні

$\bar{y}_t$  – теоретичні рівні (звичайно за рівнянням прямої)

$m$  – кількість років.

### ***3. Інтерполяція та екстраполяція в рядах динаміки***

Коли у ряді динаміки немає даних за який-небудь період часу, або якщо потрібно визначити рівні явища, що вивчається, на майбутні періоди часу використовують методи *інтерполяції і екстраполяції рядів динаміки*.

*Інтерполяція* – це приблизний розрахунок відсутніх рівнів майбутніх або минулих періодів часу, коли відомі рівні, що лежать по обидві сторони від невідомого рівня.

*Екстраполяція* – приблизний розрахунок рівня ряду динаміки, коли відомі рівні, що лежать лише по один бік від невідомого рівня.

Найпростішим прийомом інтерполяції є знаходження невідомого рівня за середньою величиною з двох рівнів ряду динаміки, що безпосередньо примикають до невідомого рівня.

В залежності від особливостей зміни рівнів у рядах динаміки методи екстраполяції можуть бути *простими* і *складними*.

*Прості методи екстраполяції* засновані на припущенні відносної сталості в майбутньому абсолютних значень рівнів, середнього рівня ряду, середнього абсолютного приросту, середнього темпу зростання.

При екстраполяції *на основі середнього рівня ряду* використовується принцип, при якому прогнозований рівень приймається рівним середньому значенню рівнів ряду в минулому, тобто

$$y_{n+l} = \bar{y} \quad (9.12)$$

*Екстраполяція за середнім абсолютним приростом* може бути здійснена тоді, коли вважати загальну тенденцію розвитку явища лінійною.

Для обчислення прогнозного значення рівня необхідно визначити середній абсолютний приріст  $\bar{\Delta}$ . Потім, знаючи рівень ряду динаміки, прийнятий за базу екстраполяції  $y_n$ , записати екстраполяційну формулу:

$$y_{n+l} = y_n + \bar{\Delta} \cdot l, \quad (9.13)$$

де  $l$  – період упередження (прогнозу).

*Екстраполяція за середнім темпом зростання* може бути здійснена тоді, коли є підстави вважати, що загальна тенденція ряду динаміки характеризується показовою кривою. Прогнозований рівень ряду в цьому випадку визначається за формулою:

$$y_{n+l} = y_n \times \overline{Tzr}^l, \quad (9.14)$$

де  $\overline{Tzr}$  – середній темп зростання.

*Складні методи екстраполяції* передбачають виявлення основної тенденції, тобто застосування статистичних формул, що описують тренд.

Процедура розробки прогнозу з використанням аналітичного вирівнювання складається з таких етапів:

- вибір форми кривої, що відбиває тенденцію;
- визначення показників, що дають кількісну характеристику тенденції змін;
- оцінка вірогідності прогнозних розрахунків.



Екстраполяція допомагає прогнозувати явище, що вивчається, на кілька років вперед, але обов'язковою умовою є те, щоб явище, що вивчається, розвивалося рівномірно.



### Питання для самоконтролю

1. Як ви розумієте тенденцію розвитку? Наведіть приклади тенденції.
2. В чому полягає суть методу укрупнення інтервалів?
3. Як здійснюють згладжування рядів динаміки методом плинної середньої?
4. Яким чином обирають інтервал згладжування?
5. В чому полягає суть методу аналітичного згладжування рядів динаміки?
6. Яким чином вибирається математична функція, за якою здійснюється згладжування ряду динаміки?
7. Що таке сезонні коливання?
8. Якими методами досліджують сезонні коливання?
9. Що таке інтерполяція та екстраполяція рядів динаміки, їхні значення і застосування?
10. У якому випадку використовується екстраполяція за середнім абсолютним приростом?
11. У якому випадку використовується екстраполяція за середнім темпом зростання?



### Розв'язання типових задач

**Приклад 9.1.** Виміряти сезонне коливання, розрахувавши індекси сезонності за наведеними даними про реалізація картоплі на ринках міста:

Вихідні дані				Розрахункові дані		
Місяць	I рік $u_i$	II рік $u_i$	III рік $u_i$	Обсяг реалізації $i$ - го місяця за три роки	Середньо- місячний обсяг реалізації ( $\bar{y}_i$ )	Індекс сезонності ( $I_{сез}$ ), %
1	2	3	4	5	6	7
I	70	71	63	204	68	$68 : 261 \times 100 = 26,3$
II	71	85	60	216	72	$72 : 261 \times 100 = 27,6$
III	82	84	59	225	75	$75 : 261 \times 100 = 28,7$
IV	190	308	261	759	253	$253 : 26 \times 100 = 96,9$
V	280	383	348	1011	337	$337 : 261 \times 100 = 129,1$

<i>l</i>	2	3	4	5	6	7
VI	472	443	483	1398	466	$466 : 261 \times 100 = 178,5$
VII	295	261	305	861	287	$287 : 261 \times 100 = 110,0$
VIII	108	84	129	321	107	$107 : 261 \times 100 = 41,0$
IX	605	630	670	1905	635	$635 : 261 \times 100 = 243,3$
X	610	450	515	1575	525	$525 : 261 \times 100 = 201,0$
XI	184	177	185	546	182	$182 : 261 \times 100 = 69,7$
XII	103	168	104	375	125	$125 : 261 \times 100 = 47,9$
Разом	3070	3144	3182	9396	3132	X

*Розв'язання:*

Середньомісячний обсяг реалізації картоплі розраховується за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_i}{3}.$$

Загальна середня по всьому ряду динаміки визначається за формулою:

$$\bar{y}_{заг} = \frac{\sum y}{n} = \frac{9396}{36} = 261 \text{ ц}$$

Для розрахунку індексу сезонності використовується формула 9.9.

Індекси сезонності показують, що найменший попит на картоплю доводиться на січень – лютий, а найбільший – на вересень – жовтень.

**Приклад 2.** Виробництво товарів народного споживання за 5 років характеризується такими даними:

Роки ( <i>t</i> )	1	2	3	4	5
Виробництво товарів народного споживання ( <i>y</i> ), млн. грн	280	305	313	337	350

Визначити обсяг виробництва товарів на наступні два роки, використовуючи метод екстраполяції за середнім абсолютним приростом.

*Розв'язання:*

Середній абсолютний приріст визначається за формулою 8.5 і становить:

$$\bar{\Delta} = \frac{350 - 280}{5 - 1} = 17,5 \text{ млн. грн.}$$

Прогнозні рівні розраховуються за формулою 9.13:

$$y_6 = 350 + 17,5 \times 6 = 455 \text{ млн. грн.}$$

$$y_7 = 350 + 17,5 \times 7 = 475,2 \text{ млн. грн.}$$

Таким чином, з урахуванням тенденції зміни рівнів досліджуваного ряду

динаміки обсяг виробництва товарів у 6-му році складе 455 млн. грн., а у 7-му – 475,2 млн. грн.



### Навчальні завдання

1. Динаміка вкладів населення в банках регіону характеризується даними, млн. грн.:

Вклади	На кінець 2011 р.	Абсолютний приріст за рік	
		2012	2013
У національній валюті	345	82	70
В іноземній валюті	1380	528	424

За кожним видом вкладів обчислити:

- 1) обсяг вкладів на кінець 2013 р.;
- 2) темп приросту вкладів за два роки.

За допомогою коефіцієнта випередження визначити, у якій валюті населення здійснювало заощадження більш активно.

2. Маємо данні за ряд років:

Роки	Квартали	Собівартість одиниці виробу, грн.
2011 р.	I кв.	10
	II кв.	11
	III кв.	15
	IV кв.	20
2012 р.	I кв.	12
	II кв.	14
	III кв.	18
	IV кв.	22
2013 р.	I кв.	14
	II кв.	16
	III кв.	20
	IV кв.	28

Виконати згладжування ряду, використовуючи метод плинної середньої (період згладжування дорівнює 3), побудувати графік вихідного ряду динаміки і графік плинної середньої. Зробити висновки.

3. Реалізація масла магазином за рік по місяцях склала (тис. грн.):

Рік	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	44	48	43	42	41	47	53	58	60	53	55	61
2	48	46	44	43	50	58	52	55	51	64	63	68

Використовуючи наведені дані:

- 1) провести згладжування ряду динаміки методом ступінчастої середньої;
- 2) провести згладжування ряду динаміки, застосувавши метод 4-членної плинної середньої;
- 3) виміряти сезонні коливання, розрахувавши індекси сезонності.

4. Динаміка чисельності населення характеризується такими даними, тис. чол.:

Рік	Чисельність населення	
	Країна А	Країна Б
1	2414	3683
2	2558	4117
3	2586	4429
4	2613	4537
5	2645	4648
6	2673	4732
7	2702	4913

Для кожного ряду динаміки:

- 1) обчислити параметри трендового рівняння, дати їм економічну інтерпретацію;
- 2) припускаючи, що виявлена тенденція збережеться, визначити очікувану чисельність населення у 8 і 9 роках.



### Контролюючі тести

1. Для виявлення основної тенденції розвитку не використовуються:

- а) укрупнення інтервалів;
- б) екстраполяція;
- в) метод плинної середньої;
- г) інтерполяція;

Відповіді: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) б, г.

2. Виявлення основної тенденції ряду динаміки за допомогою плинної середньої передбачає заміну:

- а) фактичних рівнів ряду на згладжені;
- б) фактичних рівнів ряду на середні рівні;
- в) фактичних рівнів ряду базисними темпами зростання.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) –.

3. Аналітичне вирівнювання рядів динаміки передбачає, що фактичні рівні ряду замінюють:

- а) плинними середніми;
- б) аналітичними виразами;
- в) ланцюговими абсолютними приростами;
- г) такими, які мають певне аналітичне вираження.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

4. Якщо є підстави для припущення, що явище зростає з більш-менш стабільним абсолютним приростом, то аналітичне вирівнювання динамічного ряду доцільно вести за функцією:

- а) лінійною; б) показовою.

За стабільних темпів приросту адекватним трендовим рівнянням є:

- в) лінійне; г) експонента (показова функція).

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

5. У лінійному рівнянні тренду  $Y = a + bx$  параметр  $b$  характеризує:

- а) середній абсолютний приріст; б) середній темп зростання;

параметр  $a$ :

- в) середній рівень ряду динаміки; г) базовий рівень ряду динаміки.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

6. Ряд динаміки характеризує обсяги явища за 24 місяці. Ряд тримісячних плинних середніх містить рівнів:

Відповідь: 1) 21; 2) 20; 3) 22; 4) 3.

7. Індекс сезонності – це статистичний показник, який:

- а) вимірює середнє значення ряду динаміки за квартал;

б) є відношенням середнього рівня за місяць до середньомісячного рівня за рік;

- в) є відношенням рівня за місяць до середньомісячного рівня за рік;

г) є відношенням середнього рівня за квартал до середньоквартального рівня за рік.

Відповідь: 1) а, б, г, 2) б, в; 3) б, в, г, 4) б, г.

8. Помісячне зростання оплати послуг населенням регіону (млн. грн.) описується трендовим рівнянням  $y = 14,6 + 1,8x$ .

Це означає, що оплата послуг населенням зростає щомісячно в середньому на:

- 1) 1,8%; 2) 101,8%; 3) 1,8 млн. грн.; 4) 16,4 млн. грн.

9. Екстраполяція передбачає:

а) приблизний розрахунок невідомого рівня, коли відомі рівні, що лежать по обидва боки від нього;

б) продовження в майбутнє тенденції, яка спостерігалася в минулому;

в) визначення невідомого рівня, коли відомі рівні, що лежать по один бік від нього;

г) розрахунок індексу сезонності;

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

10. Інтерполяція передбачає:

а) приблизний розрахунок невідомого рівня, коли відомі рівні, що лежать по обидва боки від нього;

б) продовження в майбутнє тенденції, яка спостерігалася в минулому;

в) визначення невідомого рівня, коли відомі рівні, що лежать по один бік від нього;

г) розрахунок індексу сезонності;

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

## ТЕМА 10. Індексний метод

*1. Поняття про статистичні індекси та їх види.*

*2. Методологічні основи побудови індивідуальних і загальних індексів.*

*Агрегатні індекси.*

*3. Середньозважені індекси.*

*4. Системи взаємозалежних індексів і визначення впливу окремих чинників.*

*5. Аналіз динаміки середнього рівня інтенсивного показника.*

### *1. Поняття про статистичні індекси та їх види*

Індексний метод – один із найпоширеніших статистичних прийомів дослідження соціально-економічних явищ і процесів. Основне призначення статистичних індексів – кількісно охарактеризувати відносну зміну складних економічних явищ у часі і просторі.

Слово "індекс" (латинське *index*) у статистиці означає узагальнюючий показник, який характеризує рівень досліджуваного явища відносно рівня, прийнятого за базу порівняння.

Отже, *статистичний індекс* – це узагальнюючий показник, який виражає співвідношення величин складного економічного явища, що складається з елементів безпосередньо несумірних.

За своєю суттю статистичний індекс – це відносна величина, що характеризує зміну рівня будь-якого суспільного явища в часі, просторі чи порівняно з планом, нормою, стандартом. Так як і відносні величини, одержані

в результаті порівняння однойменних величин, індекси можуть бути виражені у вигляді коефіцієнта або у відсотках.

Індекс, як будь-який статистичний показник, поєднує в собі якісний та кількісний аспекти. Назва індексу відбиває соціально-економічний зміст показника, а числове значення – інтенсивність змін або ступінь відхилення.

За допомогою індексного методу вирішують такі завдання:

- одержують порівняльну характеристику зміни явища у часі, де індекси виступають як показники динаміки;

- характеризують виконання норми, затвердженого стандарту чи плану.

Отже, індекси є засобом оперативного висвітлення виробничого процесу;

- оцінюють роль окремих чинників, що формують складне явище;

- дають порівняльну характеристику зміни явищ у просторі. У цьому разі індекси забезпечують територіальні порівняння.

Широкий спектр завдань, що вирішують за допомогою індексного методу при вивченні соціально-економічних явищ, зумовлює порядок формування і використання цілої системи цих показників. У статистиці розрізняють декілька видів індексів. В основу їх класифікації покладено різні ознаки: характер об'єкта дослідження; ступінь охоплення одиниць сукупності; метод обчислення; база і характер порівняння тощо (рис. 10.1).

За характером досліджуваних об'єктів розрізняють індекси об'ємних і якісних показників.

*Індекси об'ємних показників* – це індекси фізичного обсягу продукції, товарообороту, споживання окремих продуктів тощо.

*Індекси якісних показників* – це індекси цін, собівартості продукції, продуктивності праці, урожайності тощо.

Поділ індексів на об'ємні та якісні має велике значення для методології їх побудови.

За ступенем охоплення одиниць сукупності індекси поділяються на індивідуальні і загальні (зведені).

*Індивідуальні індекси* дають порівняльну характеристику співвідношення рівнів показників окремих елементів складного явища.

*Загальні індекси* характеризують зміну складного явища, тобто є співвідношенням рівнів показника, до складу якого входять різнорідні елементи. Якщо індекси охоплюють не всі одиниці сукупності, то їх називають груповими, або субіндексами.

Залежно від методології обчислення загальні індекси поділяють на *агрегатні* і *середні з індивідуальних індексів*. Згідно з індексною теорією, про що йтиметься далі, *агрегатні індекси* є основною формою економічних індексів, а *середні з індивідуальних індексів* або *середньозважених* – похідними, їх отримують внаслідок перетворення агрегатних індексів. Добір тієї чи іншої форми залежить від мети дослідження та наявної інформації.

Залежно від бази порівняння розрізняють ланцюгові і базисні індекси.

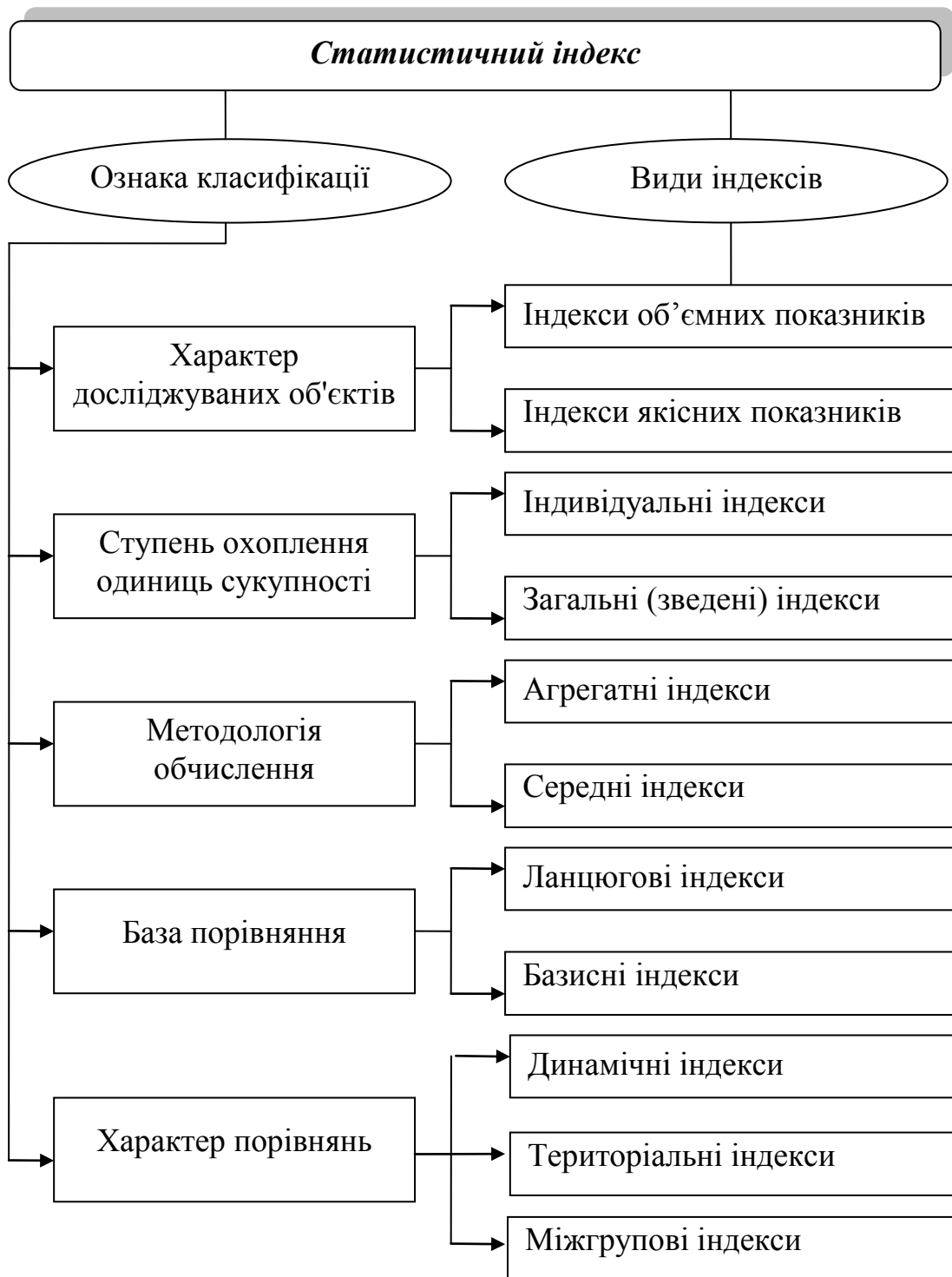


Рисунок 10.1 – Класифікація індексів

*Ланцюгові індекси* одержують шляхом порівняння абсолютних даних кожного періоду з даними попереднього періоду.

*Базисні індекси* обчислюють порівнянням абсолютних даних кожного періоду з даними якого-небудь одного періоду, взятого за базу порівняння.

За *характером порівнянь* індекси поділяються на динамічні, територіальні, міжгрупові.

*Динамічні індекси* характеризують співвідношення явищ у часі.



*Територіальні індекси* визначають ступінь відхилення значень показника у просторі – між об'єктами, країнами, регіонами тощо.

*Міжгрупові індекси* характеризують відхилення від певного стандарту (еталонного, максимального чи мінімального значення) або від середнього рівня за сукупністю в цілому.

Особливу групу становлять *індекси середніх величин*, які характеризують зміни середнього рівня якісних ознак. До цієї групи входять *індекси змінного і постійного складу* та *структурних зрушень*.

Методика розрахунку (модель) індексу залежить від мети дослідження, статистичної природи показника, ступеня агрегованості інформації. Мета дослідження, зокрема, визначає функцію, яку виконує індекс у конкретному аналізі. Розрізняють дві функції індексів:

1) синтетичну, пов'язану з побудовою узагальнюючих характеристик динаміки чи просторових порівнянь;

2) аналітичну, спрямовану на вивчення закономірностей динаміки, функціональних взаємозв'язків, структурних зрушень.

Синтетична і аналітична функції індексів взаємопов'язані, і часто один і той самий індекс виконує обидві функції.

## **2. Методологічні основи побудови індивідуальних і загальних індексів. Агрегатні індекси**

Будь-який індекс в статистиці – це співвідношення двох однойменних показників. Показник, з яким здійснюється порівняння, називають базисним. Так, в індексах динаміки базисним є показник одного із попередніх періодів (моментів) часу, в індексах виконання плану – запланований рівень, а в індексах порівняння в просторі базисним може бути показник, що належить до якогось об'єкту або території. Показники базисного періоду мають у формулах підрядковий знак "0", а поточного – "1". Показники плану, стандарту, територій, об'єктів можуть позначатися підрядковими знаками у вигляді їх скорочених назв або окремих літер.

В статистиці прийняті такі основні умовні позначення показників, зміна яких вивчається за допомогою індексів:

$q$  – кількість проданого товару (чи обсяг виготовленої продукції) в натуральному вираженні;

$p$  – ціна одиниці товару чи продукції;

$pq$  – загальна вартість проданого товару, тобто товарооборот, або вартість виготовленої продукції;

Символи  $p$  та  $q$  не випадкові, вони відповідають початковим літерам англійських слів *price* (ціна) та *quantity* (кількість).

Індивідуальні та загальні індекси позначимо відповідно символами  $i$  та  $I$ .

Показник, динаміку чи співвідношення якого характеризує індекс, називають *індексованою величиною*. Відповідно до наданих умовних позначень

індексована величина вказується біля позначення індексу у вигляді підрядкового знаку. Наприклад:  $i_p$  – індивідуальний індекс ціни,  $I_{qp}$  – загальний індекс товарообороту.

Методологічні підходи до побудови різних видів індексів розглянемо на прикладі індексів динаміки.

Оскільки індивідуальні індекси характеризують зміну ознаки одного елемента сукупності, то індивідуальні індекси динаміки можна записати у вигляді формул:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad \text{– індивідуальний індекс кількості або фізичного обсягу товару (продукції)} \quad (10.1)$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad \text{– індивідуальний індекс ціни} \quad (10.2)$$

За такою схемою створюють індивідуальні індекси інших ознак.

Поряд з індивідуальними індексами в статистичній практиці застосовуються загальні (групові) індекси.

*Загальні індекси* характеризують співвідношення явищ (сукупностей), що складаються з окремих несумірних елементів, які не можна безпосередньо підсумовувати. Вони узагальнюють зміни всієї сукупності елементів складного суспільного явища (наприклад, цін багатьох товарів, кількості різних видів продукції).

В залежності від наявних даних загальні індекси можуть обчислюватись у формі агрегатного або середнього індексу.

*Агрегатний індекс* є основною формою загальних індексів. Він являє собою співвідношення двох агрегатів, конкретних щодо змісту й часу. *Агрегат* є добутком двох величин: одна – індексована, тобто величина, зміну якої визначають індексом, і друга – *сумірник* або *вага*, тобто ознака, яку застосовують як постійну величину.

При побудові індексів якісної ознаки ваги фіксують на рівні звітного періоду. У разі побудови індексів об'ємних ознак – ознаки-сумірники фіксують на рівні базисного періоду. Це зумовлено тим, що кожен із співмножників відіграє різну роль. Якщо незмінним є екстенсивний (об'ємний) показник, то він виступає в ролі ваги, а якщо якісний (інтенсивний) – то в ролі сумірника.

Якщо будь-який з інтенсивних показників позначити через  $x$ , а екстенсивний  $f$ , то у загальному вигляді всі загальні індекси (двофакторні) набувають такого вигляду:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad (10.3)$$

$$I_f = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0} \quad (10.4)$$

$$I_{xf} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0} \quad (10.5)$$

Перший індекс  $I_x$  – це загальний індекс інтенсивного показника, скажімо, цін, собівартості, урожайності, матеріаломісткості. Він характеризує зміну інтенсивного показника в середньому стосовно певного набору товарів, продукції, посівних площ. Можливість цього досягається зважуванням – множенням рівнів індексованого інтенсивного показника на значення пов'язаного з ним екстенсивного показника (ваги), який фіксується в чисельнику і знаменнику на одному й тому самому рівні.

Другий індекс  $I_f$  – це загальний індекс екстенсивного (об'ємного) показника. Оскільки в ньому можуть бути використані різні сумірники, що пов'язані з індексованим екстенсивним показником, то виникає питання, якому з них віддати перевагу. Це можуть бути такі інтенсивні (якісні) показники, як ціна, собівартість, матеріаломісткість чи трудомісткість продукції, урожайність. У кожному конкретному випадку питання вирішується окремо і залежить від мети дослідження та характеру вихідних даних.

Третій індекс  $I_{xf}$  характеризує зміну складного суспільного явища за рахунок обох чинників – інтенсивного та екстенсивного показника.

Між наведеними індексами існує на наступний взаємозв'язок:

$$I_{xf} = I_x \times I_f \quad (10.6)$$

У рамках індексної системи на основі будь-яких двох індексів можна визначити третій.

При побудові загального індексу фізичного обсягу товарообороту індексованою величиною є кількість реалізованого товару, зміну якої слід розглядати у взаємозв'язку з ціною на товари за базисний період. Використання ціни одиниці товари в якості сумірника дозволяє отримати показники, які можна підсумувати, а отже, й зіставити їх у цілому за сукупністю. Формула загального індексу фізичного обсягу товарообороту має вигляд:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad (10.7)$$

де  $\sum q_1 p_0$  – це вартість проданих товарів (товарооборот) звітного періоду у цінах базисного періоду;

$\sum q_0 p_0$  – вартість проданих товарів (товарооборот) базисного періоду.

Цей індекс показує, як в цілому змінився фізичний обсяг проданих товарів у звітному періоді порівняно з базисним.

При побудові індексу цін індексованою величиною є ціна, а кількість проданих товарів – це вага, яка фіксується на рівні звітного періоду. За цієї умови індекс цін характеризує зміну цін декількох видів товарів у звітному періоді порівняно з базисним.

Різниця між чисельником і знаменником цього індексу показує реальну економію, яку отримає населення у разі зниження цін, або додаткові витрати, якщо ціни зростуть.

Загальний індекс цін має вигляд:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}, \quad (10.8)$$

де  $\sum q_1 p_1$  – вартість проданих товарів (товарооборот) звітного періоду у діючих цінах.

Загальний індекс товарообороту у фактичних цінах визначається шляхом порівняння даних про товарооборот звітного і базисного періодів:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}. \quad (10.9)$$

Цей індекс характеризує зміну товарообороту під впливом зміни цін на товари і зміни кількості проданих товарів.

Отже, у вітчизняній статистичній практиці при розрахунках індексів цін перевага надається поточно-зваженій системі, яка розроблена Г. Пааше, оскільки визначальним показником є вартість поточного періоду. Індекс фізичного обсягу товарної маси, навпаки, обчислюється за формулою Ласпейреса з фіксованими сумірниками на рівні базисного періоду.

У зарубіжній статистиці індекс цін розраховується за Ласпейресом, оскільки ґрунтується на даних про обсяги, отримані з переписів, вибіркового обстежень домогосподарств, інших джерел за минулий період.

Формули індексів за різних систем зважування наведені в табл. 10.1.

Таблиця 10.1 – **Формули індексів цін і фізичного обсягу за різних систем зважування**

<i>Базисно-зважена система (Ласпейреса)</i>	<i>Поточно-зважена система (Пааше)</i>
$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$
$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$

Обидві системи індексів рівноправні. Реальний економічний зміст мають не лише чисельник і знаменник індексу, а й різниця між ними. Вибір форми індексу залежить від мети дослідження та наявної інформації.

### 3. Середньозважені індекси

Загальний індекс в агрегатній формі найчіткіше розкриває економічний зміст досліджуваного явища і є основною формою економічних індексів в статистиці. Але знаходження агрегатних індексів потребує наявності абсолютних значень індексованої величини і величини, за допомогою якої досягається порівнюваність рівнів явищ, окремі елементи яких безпосередньо не підсумовуються, тобто ваг індексів чи їх сумірників. Проте не завжди такі показники є у звітності. У таких випадках загальні індекси обчислюють як середні з індивідуальних індексів окремих елементів.

Агрегатний індекс перетворюють у середній з індивідуальних індексів, підставляючи у чисельник або знаменник агрегатного індексу замість індексованого показника його вираз, який виводиться з формули відповідного індивідуального індексу. Якщо таку заміну роблять у чисельнику, то агрегатний індекс перетвориться у середній арифметичний, якщо ж у знаменнику – в середній гармонічний.

Перетворення агрегатного індексу у середній арифметичний розглянемо на прикладі індексу фізичного обсягу товарообороту. З формули індивідуального індексу фізичного обсягу товарообороту  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$  випливає, що

$q_1 = i_q \times q_0$ . Підставивши у чисельник агрегатного індексу фізичного обсягу замість  $q_1$  величину  $i_q q_0$ , яка йому дорівнює, дістанемо *середній арифметичний індекс фізичного обсягу товарообороту*:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (10.10)$$

Отже, ми дістали середню арифметичну з індивідуальних індексів, зважених за вартістю реалізованих товарів базисного періоду.

Щоб перетворити агрегатний індекс цін у середній гармонічний, треба в знаменнику агрегатного індексу замінити  $p_0$  на  $\frac{p_1}{i_p}$ , що витікає з формули

індивідуального індексу цін  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ , а чисельник залишити без зміни.

Формула *середнього гармонічного індексу цін* матиме такий вигляд:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} \quad (10.11)$$

Цей індекс являє собою середню гармонічну, в якій осереднюваною величиною є індивідуальний індекс цін, а вагою – товарооборот звітного періоду.

Слід підкреслити, що порядок перетворення агрегатного індексу в середній арифметичний і середній гармонічний є однаковим для всіх інших агрегатних індексів (собівартості, фізичного обсягу продукції, продуктивності праці, урожайності).

Отже, за кожним індексом стоїть певне економічне явище, що зумовлює методику його розрахунку та змістовність.

Порядок розрахунку середньозважених індексів розглянемо на даними табл. 10.2.

Таблиця 10.2 – Вихідні дані про реалізацію хлібобулочних виробів

Вироби	Вихідні дані				Розрахункові дані	
	Обсяг реалізації, млн. грн.		Темп приросту, %		Індивідуальні індекси, коэф.	
	Базисний період	Звітний період	ціни	фізичного обсягу реалізації	ціни	фізичного обсягу реалізації
Хлібобулочні	10,8	11,7	25,5	-13,68	1,255	0,863
Кондитерські	7,2	9,3	30,2	-0,79	1,302	0,992
Разом	18	21	X	X	X	X

На підставі даних про зміну ціни та фізичного обсягу реалізації знаходимо індивідуальні індекси:

$$\text{Індивідуальний індекс} = \frac{\text{Темп приросту} + 100}{100}.$$

Середньозважений індекс ціни одиниці продукції обчислимо за формулою 10.11:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} = \frac{21,0}{\frac{11,7}{1,255} + \frac{9,3}{1,302}} = 1,275 \text{ або } 127,5\%.$$

Таким чином, ціни на продукцію у звітному періоді порівняно з базисним

у середньому зросли на 27,5 % (127,5 - 100).

Середньозважений (арифметичний) індекс фізичного обсягу реалізованої продукції становить (формула 10.10):

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{0,863 \times 10,8 + 0,993 \times 7,2}{18} = 0,915 \text{ або } 91,5\%.$$

Отже, кількість реалізованих хлібобулочних та кондитерських виробів на комбінаті зменшилась у середньому на 8,5 % (91,5 - 100).

#### **4. Системи взаємозалежних індексів і визначення впливу окремих чинників**

Розглянуті загальні індекси узагальнюють динаміку складних сукупностей. Не менш важливою у статистичному аналізі є інша функція індексів – аналітична, яка полягає у вивченні закономірностей динаміки, функціональних взаємозв'язків, структурних зрушень.

Зв'язок соціально-економічних явищ і процесів знаходить своє відображення у взаємозв'язку відповідних показників. У зв'язку з цим при аналізі динаміки соціально-економічних явищ виникає потреба визначити роль окремих чинників у зміні результативного показника, що має досить істотне практичне значення. Так, з економічної точки зору, не байдуже, за рахунок чого збільшились загальні витрати на виробництво: зростання собівартості, тобто інтенсивного чинника, чи збільшення кількості виробленої продукції, тобто екстенсивного. Виявлення і кількісна оцінка впливу окремих чинників на зміну складного явища – одне із важливих завдань, котрі вирішують індексним методом.

Оцінка впливу окремих чинників на динаміку складного явища може бути здійснена як у відносному, так і в абсолютному вираженні. Оцінити вплив кожного з чинників означає обчислити індекси факторних показників відповідної системи співзалежних індексів.

Отже, зміну результативного показника  $y$  за рахунок екстенсивного чиннику  $f$  можна обчислити за формулою:

$$I_y(f) = If = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}. \quad (10.12)$$

Зміна результативного показника  $y$  за рахунок інтенсивного чиннику  $x$  визначають так:

$$Iy(x) = Ix = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad (10.13)$$

Загальна зміна результативного показника під впливом як інтенсивного, так і екстенсивного чиннику визначаються за формулами:

$$Iy = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0} \quad (10.14)$$

або

$$Iy = Iy(f) \times Iy(x) \quad (10.15)$$

Визначення абсолютного приросту результативного показника як в цілому, так і за рахунок зміни кожного чинника, теж здійснюється при побудові системи індексів. Абсолютні прирости обчислюють як різницю між чисельником і знаменником відповідних індексів. Так, загальний абсолютний приріст дорівнює:

$$\Delta y = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_0 \quad (10.16)$$

Абсолютний приріст результативного показника  $y$  за рахунок екстенсивного чиннику  $f$  визначають так:

$$\Delta y(f) = \sum x_0 f_1 - \sum x_0 f_0 \quad (10.17)$$

Абсолютний приріст результативного показника  $y$  за рахунок інтенсивного чиннику  $x$  обчислити за формулою:

$$\Delta y(x) = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1 \quad (10.18)$$

Очевидно, що загальний абсолютний приріст  $\Delta y$  буде дорівнювати сумі приростів за рахунок чинників:

$$\Delta y = \Delta y(f) + \Delta y(x). \quad (10.19)$$

Нерідко в аналізі динаміки складних явищ виникає потреба розкласти абсолютний приріст на складові частини, що зумовлені трьома і більше чинниками. Принципи, на яких базується цей метод, будуть такі самі.



## 5. Аналіз динаміки середнього рівня інтенсивного показника

У статистико-економічному аналізі нерідко доводиться порівнювати такі інтенсивні показники, як середня собівартість одиниці продукції певного виду, середня ціна, середня заробітна плата, середня урожайність однорідних культур тощо.

Аналіз динаміки середнього рівня здійснюють на основі побудови системи взаємозалежних індексів. На середню величину впливає як значення ознаки, яку осереднюють, так і чисельність окремих варіантів сукупності (частот). Очевидно, що й динаміка середньої величини визначається цими чинниками:

- а) зміною значень ознаки  $x$ ;
- б) структурними зрушеннями.

Відношення середніх рівнів інтенсивного показника за поточний і базисний періоди являє собою індекс змінного складу:

$$I_{з.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad (10.20)$$

де  $x_1$  і  $x_0$  – рівні осередненого показника;  
 $f_1$  і  $f_0$  – частоти (ваги) інтенсивного показника.

Величина цього індексу залежить від двох чинників: зміни як самого осередненого показника, так і співвідношення частот, тобто структурних зрушень.

Визначити зміну середнього рівня інтенсивного показника за рахунок першого чинника дозволяє індекс фіксованого складу, а за рахунок другого – індекс структурних зрушень.

Формула індексу фіксованого складу має вигляд:

$$I_{ф.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \quad (10.21)$$

або

$$I_{ф.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad (10.22)$$

У цьому індексі структура сукупності фіксується на рівні звітного періоду, що і дає змогу проаналізувати зміну середньої лише за рахунок зміни рівнів інтенсивного показника.

Індекс *структурних зрушень* знаходять за формулою:

$$I_{c.3} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}. \quad (10.23)$$

У цьому індексі фіксується на рівні базисного періоду інтенсивний показник і, таким чином, визначається зміна середньої за рахунок структурних зрушень.

Між індексами середніх величин існує такий взаємозв'язок:

$$I_{z.c.} = I_{f.c.} \times I_{c.3} \quad (10.24)$$

У наведеній індексній системі індекс зміни середньої величини дорівнює добутку індексу при незмінній структурі на індекс, що відображує вплив зміни структури сукупності при незмінному значенні інтенсивного показника.

Порядок розрахунку індексів середніх величин розглянемо на даними табл. 10.3.

Таблиця 10.3 – Динаміка продуктивності праці та чисельність працівників транспорту

Вид транспорту	Продуктивність праці, тис. грн.		Чисельність працівників, тис. чол.	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
Авіаційний	276	330	31	27
Морський	232	295	55	63
Разом	X	X	86	90

Середній рівень продуктивності праці робітників у цілому за двома видами транспорту у базисному і звітному періодах визначаємо за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{276 \times 31 + 232 \times 55}{86} = 247,9 \text{ тис. грн.};$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} = \frac{330 \times 27 + 295 \times 63}{90} = 305,5 \text{ тис. грн.}$$

Динаміку середнього рівня продуктивності праці оцінюємо за допомогою:

1) індексу змінного складу

$$I_{z.c.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = 305,5 \div 247,9 = 1,232 \text{ або } 123,2\%.$$

Середня продуктивність праці робітників двох видів транспорту підвищилась у звітному періоді порівняно з базисним на 23,2% (123,2 - 100).

2) індексу фіксованого складу

$$I_{f.c.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = 305,5 \div \frac{276 \times 27 + 232 \times 63}{90} = \frac{305,5}{245,2} = 1,245 \quad \text{або}$$

124,5%.

За рахунок зміни рівня продуктивності праці робітників окремих видів транспорту середній рівень продуктивності праці підвищився на 24,5% (124,5 - 100).

3) індексу структурних зрушень

$$I_{c.з} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = 245,2 \div 247,9 = 0,989 \quad \text{або } 98,9\%.$$

Отже, середня продуктивність праці робітників двох видів транспорту знизилася на 1,1% (98,9 - 100) за рахунок структурних зрушень, оскільки у звітному році зросла частка робітників морського транспорту, де продуктивність праці була нижчою, ніж в авіаційному.

Перевіримо взаємозв'язок між обчисленими індексами:

$$I_{z.c.} = I_{f.c.} \times I_{c.з} = 1,245 \times 0,989 = 1,232.$$



### **Питання для самоконтролю**

1. Що таке статистичні індекси?
2. Яке місце відведено індексам у системі статистичних методів?
3. Які розрізняють види індексів і за якими ознаками їх класифікують?
4. На основі яких ознак індекси поділяються на індивідуальні і загальні?
5. Чому агрегатна форма індексу є основною формою побудови загального індексу?
6. В чому полягає суть ваг і сумірників при побудові загальних індексів?
7. Які ознаки називають об'ємними (кількісними), які – якісними?
8. У чому особливості індексної теорії при побудові агрегатних індексів об'ємної і якісної ознак?
9. Наведіть формули основних видів загальних індексів, застосовуваних у статистиці.
10. Які особливості моделювання загальних індексів фізичного обсягу і цін?

11. У чому полягає суть розрахунку загальних індексів через осереднення індивідуальних індексів?

12. Які індекси називають середніми арифметичними, а які – середніми гармонічними, які особливості їхньої побудови?

13. Які ваги називають постійними, а які змінними?

14. Які завдання виконуються з допомогою системи взаємопов'язаних індексів?

15. Назвіть особливості побудови індексів, які входять до системи взаємопов'язаних індексів.

16. Як визначають за допомогою індексів відносні і абсолютні показники зміни досліджуваних явищ?

17. Який вигляд мають індекси середніх величин?

18. Які особливості побудови індексів середніх величин?

19. На які субіндекси розкладаються індекси змінного складу?



### Розв'язання типових задач

**Приклад 1.** Маємо такі дані про реалізацію товарів:

Товар	Кількість проданих товарів, тис. од.		Середня ціна одиниці товару, грн.		Товарооборот, тис. грн.		
	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік	
	$q_0$	$q_1$	$p_0$	$p_1$	$q_0p_0$	$q_1p_1$	$q_1p_0$
А	30	22	155	140	4650	3080	3410
Б	15	24	85	80	1275	1920	2040
Разом	45	46	X	X	5925	5000	5450

Визначити загальні індекси фізичного обсягу товарообороту, ціни та товарообороту в діючих цінах, а також абсолютну зміну обсягу товарообороту в цілому і у тому числі за рахунок факторів.

*Розв'язання:*

Обчислимо індекс товарообороту в діючих цінах за формулою 10.9:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{5000}{5925} = 0,844 \quad \text{або } 84,4\%.$$

Отже, товарооборот в діючих цінах у цілому зменшився в звітному році порівняно з базисним на 15,6 %.

Загальний індекс цін визначається за формулою 10.8:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{5000}{5450} = 0,917 \text{ або } 91,7 \%$$

Ціни на всі види товарів в цілому зменшились на 8,3%.

Індекс фізичного обсягу товарообороту розраховується за формулою 10.7:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{5450}{5925} = 0,92 \text{ або } 92 \%$$

Отже, фізичний обсяг товарообороту в цілому зменшився на 8%.

Перевіримо зв'язок між обчисленими індексами:

$$I_{pq} = I_p \times I_q = 0,917 \times 0,92 = 0,844.$$

Абсолютна зміна товарообороту в цілому становить:

$$\Delta q p = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 5000 - 5925 = -925 \text{ тис. грн.}$$

В наслідок зниження цін обсяг товарообороту зменшився на:

$$\Delta q p(p) = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 5000 - 5450 = -450 \text{ тис. грн.}$$

За рахунок зменшення кількості реалізованих товарів обсяг товарообороту скоротився на:

$$\Delta q p(q) = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 5450 - 5925 = -475 \text{ тис. грн.}$$

Перевірка правильності розрахунків:

$$\Delta q p = \Delta q p(p) + \Delta q p(q) = (-450) + (-475) = -925 \text{ тис. грн.}$$



### *Навчальні завдання*

1. Визначити, які з наведених нижче показників є індексами:
  - 1) темп зростання реального ВВП за рік становив 102,2 %;
  - 2) дефіцит бюджету по відношенню до ВВП становив 3,6 %;
  - 3) річний темп зростання номінальних доходів населення становив 119,8%;

4) рівень безробіття в сільській місцевості регіону в 1,4 рази вище, ніж в міських поселеннях.

2. Визначити вид індексів за характером порівнянь:

1) офіційний обмінний курс національної валюти в звітному році становив 11,05 грн/дол;

2) за прогнозом на наступний рік обмінний курс національної валюти може знизитись на 0,2 %;

3) обмінний курс національної валюти в центральних пунктах обміну в 1,04 рази вищий ніж в периферійних.

3. Маємо дані про ціни і обсяг реалізованих продуктів магазином за два роки:

Продукт	Базисний рік		Звітний рік	
	кількість продукту, т	ціна за тону, грн.	кількість продукту, т	ціна за тону, грн.
Капуста	48	2000	54	2200
Картопля	100	4200	85	4900
Цибуля	84	3400	80	4500

Визначити:

1) індивідуальні індекси цін і фізичного обсягу товарообороту;

2) загальні індекси цін, фізичного обсягу товарообороту і товарообороту в діючих цінах;

3) абсолютний та відносний приріст товарообороту в цілому, і у тому числі за рахунок зміни цін і за рахунок зміни кількості реалізованих продуктів.

Перевірити отримані результати. Зробити висновки.

4. Маємо дані про продаж напоїв на внутрішньому ринку:

Напої	Товарообороту у фактичних цінах, млн. грн.		Товарооборот звітного періоду у базисних цінах, млн. грн.
	базисний період	звітний період	
Безалкогольні	746	80	800
Слабоалкогольні	354	560	400
Разом	1100	1440	1200

Визначити:

1) індивідуальні індекси цін;

2) зведений індекс товарообороту, цін та фізичного обсягу товарообороту. Зробити висновки.

5. Маємо дані про розмір залучених депозитів і депозитні ставки по одному з банків:

Вид валюти	Сума залучених депозитів, тис. грн		Депозитна ставка, %	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
Національна валюта	420	450	15	18
Іноземна валюта	170	250	8	10

Визначити індекси середньої депозитної ставки.. Зробити висновки.



### **Контролюючі тести**

1. Індекси використовують в статистиці для:

- а) вивчення динаміки соціально-економічних явищ;
- б) порівняння рівнів соціально-економічних явищ у просторі;
- в) вивчення закономірностей розподілу явища.

Відповідь: 1) а; 2) а, б; 3) в; 4) б, в.

2. Відносна величина, що характеризує зміну рівня соціально-економічного явища в часі, просторі, чи порівняно з планом, прогнозом, нормою чи стандартом – це:

- а) індекс;
- б) вага;
- в) сумірник;
- г) індексована величина.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

3. Індивідуальні індекси характеризують зміну:

- а) окремих елементів сукупності;
- б) всіх елементів сукупності;
- в) ознаки за окремою групою елементів сукупності;
- г) результуючої ознаки за рахунок окремих чинників.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

4. До індексів якісних показників відносяться:

- а) індекс фізичного обсягу виробництва продукції;
- б) індекс цін;
- в) індекс продуктивності праці.

При їх розрахунку вага приймається на рівні:

- г) базисного періоду; д) звітного періоду.

Відповідь: 1) а, д; 2) б, д; 3) б, в, д; 4) б, в, г.

5. До індексів кількісних показників відносяться:

- а) індекс фізичного обсягу виробництва продукції;
- б) індекс собівартості;
- в) індекс трудомісткості.

При їх розрахунку сумірники приймаються на рівні:

- г) базисного періоду; д) звітного періоду.

Відповідь: 1) а, г; 2) б, д; 3) б, в, д; 4) б, в, г.

6. У загальному індексі цін фіксується показник:

- а) якісний; б) кількісний;
- в) як ціни, так і кількості; г) товарообороту.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. У загальному індексі фізичного обсягу товарообігу фіксується наступний показник:

- 1) ціни; 2) кількості;
- 3) як ціни, так і кількості; 4) товарообороту.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

8. У загальному індексі цін фіксується показник:

- 1) якісний; 2) кількісний;
- 3) обидва; 4) обсяг продаж.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

9. Ланцюговий індивідуальний індекс фізичного обсягу показує:

а) у скільки разів змінився фізичний обсяг одного виду продукції у звітному періоді порівняно з попереднім;

б) у скільки разів змінився фізичний обсяг одного виду продукції у звітному періоді порівняно з базовим;

в) у скільки разів змінився фізичний обсяг декількох видів продукції у звітному періоді порівняно з попереднім;

г) у скільки разів змінився фізичний обсяг декількох видів продукції у звітному періоді порівняно з базовим.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

10. Індекс фіксованого складу:

а) відображає зміну середньої під впливом зміни значення ознаки і зміни структури сукупності;

б) показує, як змінилося значення середньої за рахунок структурних зрушень;

в) показує, як змінилося значення середньої при незмінній структурі;

г) відображає зміну товарообігу під впливом зміни ціни.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.



## ТЕМА 11. Вибіркове спостереження

1. *Вибіркове спостереження, причини і умови його застосування.*
2. *Способи і методи відбору одиниць у вибіркову сукупність.*
3. *Визначення середньої і граничної похибок та необхідної чисельності вибірки.*

### *1. Вибіркове спостереження, причини і умови його застосування*

Статистичне спостереження за охопленням одиниць обстеження сукупності поділяють на суцільне і несучільне. З усіх видів несучільного спостереження в практиці статистичних досліджень найбільше визнання і застосування дістало вибіркове спостереження.

*Вибіркове спостереження* – це такий вид несучільного спостереження, при якому обстежуються не всі елементи сукупності, що вивчається, а лише певним чином відібрана їх частина. Сукупність, з якої вибирають елементи для обстеження, називають *генеральною*, а сукупність, яку безпосередньо обстежують, – *вибірковою*. Статистичні характеристики вибіркової сукупності розглядаються як оцінка відповідних характеристик генеральної сукупності.

Безумовно, що суцільне спостереження забезпечує найбільш повну інформацію про загальну кількість одиниць, про середні і відносні показники досліджуваної сукупності. Однак на практиці є чимало випадків, коли суцільне спостереження недоцільне або зовсім неможливе. При вивченні певного кола соціально-економічних явищ вибіркове спостереження єдино можливе. Це стосується передусім перевірки якості продукції (жирності молока, чистоти та вологості зерна, міцності пряжі, тривалості горіння електроламп тощо).

Практика вибіркових спостережень досить різноманітна. Це обстеження домогосподарств, маркетингові дослідження, аудиторські перевірки великих фірм, вивчення громадської думки тощо. Часом вибіркове спостереження поєднується із суцільним. Наприклад, при перепису населення певна його частина обстежується за більш широкою програмою, ніж основна маса.

Науково організоване вибіркове спостереження має ряд суттєвих переваг перед суцільним.

1. Економія трудових, матеріальних ресурсів і коштів за рахунок скорочення обсягів робіт зі збирання, обробки і узагальнення даних. Наприклад, якщо вибірці підлягає 10% загальної чисельності одиниць, то обсяг робіт скорочується порівняно з суцільним обстеженням в 10 разів.

2. Проведення спостереження у стислі строки і за більш широкою програмою, одержання кінцевих результатів дослідження в коротші строки.

3. Зведення до мінімуму псування або навіть знищення досліджуваних зразків при перевірці їх якості.

4. Досягнення більшої точності результатів спостереження завдяки скороченню помилок, що виникають при реєстрації.

Вибірковий метод дозволяє через вивчення частини спеціально відібраних одиниць охарактеризувати масове явище в цілому. Теорія і практика вибіркового спостереження показує, що воно за правильної організації дає достовірні відомості, цілком придатні для практичного використання.

Великий внесок в розробку теоретичних основ вибіркового методу внесли Я.Бернуллі, С. Пуассон, К. Пірсон, Р. Фішер, В. Госсет. П.Л. Чебишев, еО.М. Ляпунов та ін. Теоретичною основою вибіркового методу є математичні теореми закону великих чисел, викладення яких дається в курсі математичної статистики і теорії ймовірностей. На основі теорем закону великих чисел розв'язуються два взаємопов'язаних і важливих у практичному відношенні питання вибіркового спостереження: розрахунок необхідної чисельності вибірки і визначення помилок вибірки при заданому рівні довірчої ймовірності.

Основними етапами вибіркового спостереження є:

- обґрунтування мети вибіркового спостереження;
- складання програми спостереження і розробка відповідних даних;
- вирішення організаційних питань щодо спостереження;
- визначення частки і способу відбору одиниць у вибірку сукупність;
- здійснення відбору;
- реєстрація ознак досліджуваних одиниць;
- узагальнення даних спостереження та визначення вибірових характеристик;
- обчислення похибок вибірки;
- поширення кількісних характеристик вибіркового спостереження на всю сукупність.

Оскільки вибірка сукупність не точно відтворює склад генеральної сукупності, то й вибіркові оцінки не збігаються з відповідними характеристиками генеральної сукупності. Розбіжності між ними називають *помилками (похибками) репрезентативності*. Так для середньої величини вона являє собою різницю між генеральною і вибірковою середніми, для частки – між генеральною і вибірковою частками, для дисперсії – відношення генеральної і вибіркової дисперсій тощо. Тому одним із основних завдань вибіркового методу є одержання таких вибірових характеристик, які б якомога точніше відтворювали характеристики генеральної сукупності, тобто давали найменші помилки репрезентативності.

Точність результатів вибіркового спостереження залежить від способу відбору одиниць, ступеня коливання ознаки в сукупності та від кількості відібраних одиниць.

## 2. Способи і методи відбору одиниць у вибірку сукупність

Результати вибіркового спостереження багато в чому залежать від способів формування та відбору одиниць у вибірку сукупність. Основним принципом правильності відбору одиниць є строго об'єктивний підхід до відбору одиниць для спостереження. Дотримання цього принципу дає змогу запобігти систематичних (тенденційних) помилок і найбільш точно і повно представити генеральну сукупність.

Попередження систематичних помилок досягається в результаті застосування науково обґрунтованих способів формування вибіркової сукупності.

При формуванні вибіркової сукупності мають бути забезпечені дві умови:

- 1) рівні можливості для кожної одиниці генеральної сукупності потрапити у вибірку (так званий принцип рівноможливості);
- 2) досить представницька чисельність вибіркової сукупності.

В статистиці застосовуються різні види і способи формування вибіркової сукупності. В кожному конкретному випадку залежно від цілого ряду умов, а саме завдань дослідження, суті досліджуваного явища, специфіки об'єкта, обсягу сукупності, коливання ознаки, наявності матеріальних і трудових ресурсів, вибирають найбільш оптимальну систему формування вибіркової сукупності, яка визначається видом і способом відбору.

За видами розрізняють:

- 1) індивідуальний відбір – у вибірку потрапляють окремі одиниці генеральної сукупності;
- 2) груповий відбір – у вибірку потрапляють якісно однорідні групи або серії досліджуваних одиниць;
- 3) комбінований відбір як комбінація індивідуального і групового відбору.

Спосіб відбору визначає конкретний механізм або процедуру вибірки одиниць з генеральної сукупності. Найчастіше використовують такі способи відбору: простий випадковий, систематичний (механічний), типовий (районований), серійний (рис. 11.1).

*Простий випадковий відбір* полягає в тому, що вибірка сукупність утворюється в результаті випадкового неупередженого відбору окремих одиниць із генеральної сукупності. При цьому кількість відібраних у вибірку сукупність одиниць визначається на основі прийнятої частки (питомої ваги) вибірки. Так при 5% вибірки із партії товару у 2000 одиниць чисельність вибірки становитиме 100 од. ( $2000 \times 5 : 100$ ), а при 20% вибірки вона становитиме 400 од. ( $2000 \times 20 : 100$ ).

Важливою умовою репрезентативності простого випадкового відбору є те, що кожна одиниця генеральної сукупності має однакові можливості потрапити до вибіркової сукупності. Саме принцип випадковості попадання кожної одиниці генеральної сукупності у вибірку попереджає виникнення систематичних (тенденційних) помилок вибірки. Формування простої

випадкової вибірки може здійснюватись жеребкуванням або за допомогою таблиць випадкових чисел.

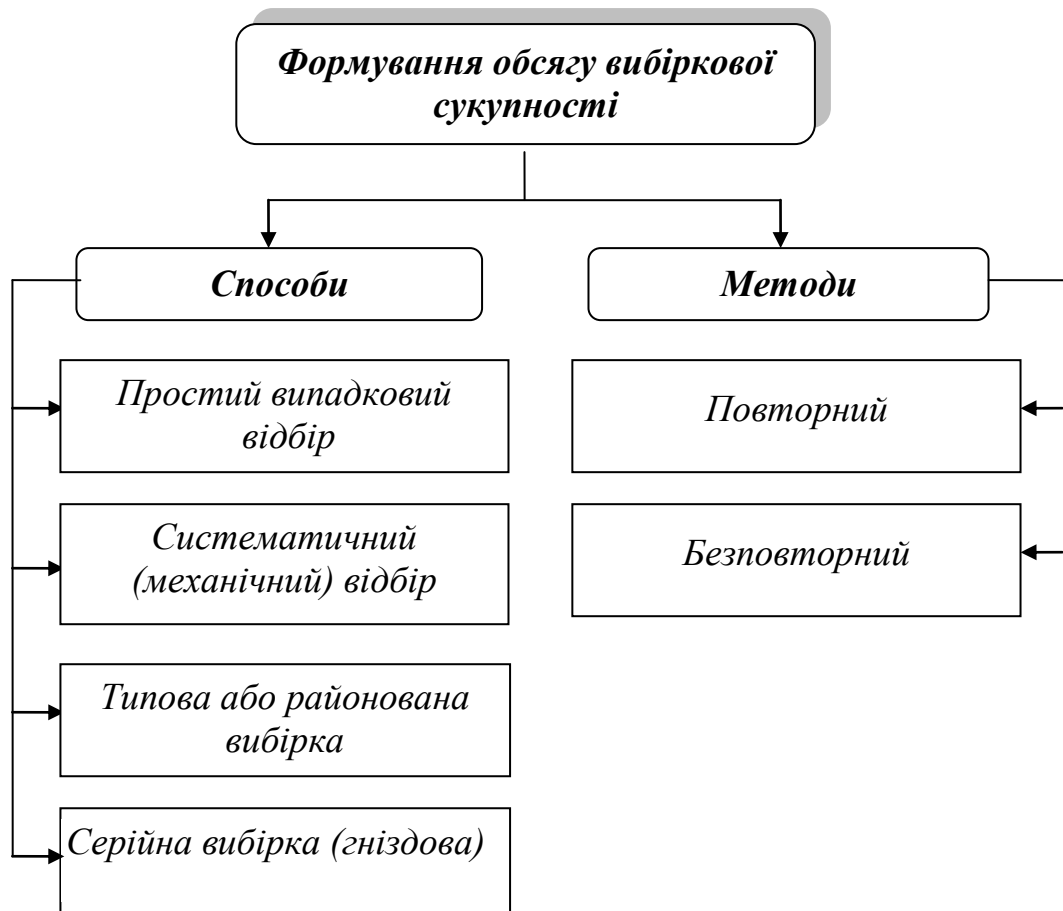


Рисунок 11.1 – Способи і методи відбору одиниць у вибірку сукупність

*Систематичний (механічний) відбір* передбачає, що основою вибірки є упорядкована чисельність елементів сукупності. Вибір елементів здійснюється через рівні інтервали. Крок (розмір) інтервалу обчислюють діленням обсягу сукупності  $N$  на передбачений обсяг вибірки  $n$ . Початковий елемент відбору визначають як випадкове число у першому інтервалі елементів сукупності, другий елемент залежить від початкового числа і кроку інтервалу.

Наприклад, для частки вибірки  $D = \frac{n}{N} = 0,05$  величиною інтервалу є число  $\frac{n}{N} = \frac{1}{0,05} = 20$ . Тобто у вибірку має попасти кожний двадцятий елемент.

Якщо початковий елемент – випадкове число 7, то другий елемент становить  $7 + 20 = 27$ , третій  $27 + 20 = 47$  тощо. Таким чином, відповідно до прийнятої частки вибірки генеральна сукупність механічно розбивається на рівні групи і з кожної такої групи у вибірку попадає лише один елемент.

*Типова, або районована вибірка* організовується таким чином: генеральна

сукупність розбивається на однорідні типові групи, райони, ділянки за певною ознакою, а потім з кожної такої групи відбирається певна кількість одиниць спостереження, пропорційно питомій вазі групи у генеральній сукупності.

*Серійна вибірка (гніздова)* полягає в тому, що відбираються не окремі одиниці, а цілі групи (серії, гнізда) випадковим або механічним методом. У відібраних серіях обстежують всі одиниці без винятку, а результати розповсюджують на всю сукупність.

Вибірка елементів для вибіркового спостереження може здійснюватись методом повторного і безповторного відбору.

*Повторним* відбором називають такий відбір, при якому кожна обстежувана одиниця знову повертається до генеральної сукупності, продовжує брати участь у подальшому відборі і може потрапити повторно у вибірку для обстеження.

*Безповторним* називається такий відбір, при якому один раз описані одиниці спостереження у подальшому відборі участі не беруть. Безповторний відбір, як правило, дає точніші результати, ніж повторний.

Залежно від того, як змінюється одиниця відбору, при послідовному проведенні кількох вибірок розрізняють одноступінчастий і багатоступінчастий відбір одиниць у вибірку сукупність.

*Одноступінчаста* вибірка передбачає, що з досліджуваної сукупності відразу відбираються одиниці або серії одиниць для безпосереднього обстеження.

*Багатоступінчаста* вибірка припускає поступове вилучення із генеральної сукупності спочатку збільшених груп одиниць, потім груп, менших за обсягом і доти, доки не відберуть відповідні групи або окремі одиниці для подальшого дослідження. Вибірка може бути дво-, тріступінчастою і більше. Однак треба уникати великого числа ступенів, детально плануючи організацію вибіркового спостереження. У багатоступінчастому відборі поєднуються різні способи. Наприклад, під час бюджетних обстежень сімей можна застосувати чотириступінчасту вибірку. Відбір населених пунктів можна здійснювати типовим (районованим) способом, вулиці в населених пунктах – випадковим, будинки – механічним, а конкретну сім'ю – знову випадковим. Як видно з прикладу, в багатоступінчастій вибірці одиниці відбору на кожному ступені вибірки різні, а досліджують тільки одиниці, відібрані на останньому ступені.

### ***3. Визначення середньої і граничної похибок та необхідної чисельності вибірки***

Вибіркова сукупність має пізнавальне значення, оскільки дає уявлення (з певною ймовірністю) про показники генеральної сукупності. Але, як уже зазначалось, при вибіркового спостереженні можуть виникати помилки спостереження. У разі несучільного спостереження, зокрема вибіркового, крім помилок реєстрації можливі так звані похибки вибірки, або репрезентативності

(відповідності), які виникають у зв'язку з тим, що відібрана частина сукупності має за досліджуваною ознакою дещо відмінну структуру порівняно з усією сукупністю.

*Помилки реєстрації*, як і при суцільному спостереженні, – це розходження між записаними даними в процесі спостереження і дійсними даними. Виникають вони внаслідок недбалого ставлення, неточності вимірювальних приладів, випадкової описки, різного розуміння тих чи інших положень інструкції чи статистичного формуляра.

*Помилки репрезентативності* – це розходження між середніми величинами або частками ознаки вибіркової і генеральної сукупностей. Помилки репрезентативності можуть бути систематичними і випадковими.

*Систематичні помилки* репрезентативності виникають внаслідок недотримання умов відбору одиниць у вибірку сукупності, не надання рівної можливості кожній одиниці генеральної сукупності потрапити у вибірку. Вони мають тенденційний характер викривлення величини досліджуваної ознаки в бік її збільшення або зменшення.

*Випадкові помилки* репрезентативності зумовлені тим, що вибірка сукупності не відтворює точно середні і відносні показники генеральної сукупності.

Наведемо основні позначення статистичних характеристик, які будуть використовуватись при визначенні помилок вибіркового спостереження (табл. 11.1).

**Таблиця 11.1 - Умовні позначення статистичних характеристик генеральної і вибіркової сукупностей**

Характеристика	Сукупність	
	генеральна	вибірка
Обсяг сукупності	$N$	$n$
Середнє значення ознаки	$\bar{X}$	$\tilde{x}$
Загальна дисперсія	$\sigma_{\bar{X}}^2$	$\sigma_{\tilde{x}}^2$
Частка елементів сукупності, які мають певні значення ознаки	$W$	$w$
Частка вибіркової сукупності в генеральній	-	$D$
Кількість серій	$R$	$r$
Дисперсія альтернативної ознаки	$\sigma_{\bar{X}}^2 = W(1 - W)$	$\sigma_{\tilde{x}}^2 = w(1 - w)$

Величини похибок вибірки (репрезентативності) в основному залежить:

- від обсягу вибірки, тому що зі збільшенням числа досліджуваних одиниць результати вибірки все менше будуть відрізнятися від результатів генеральної сукупності;
- від варіації досліджуваної ознаки;

– від способу і виду відбору вибіркової сукупності.

Для узагальнюючої характеристики похибок репрезентативності розраховують середню похибку вибірки  $\mu$ , її називають ще стандартом. Для визначення середньої похибки репрезентативності вибірки застосовують формули, які наведені в табл. 11.2.

Особливість обчислення помилок репрезентативності для середньої величини при різних способах відбору полягає в тому, що для її обчислення в основу беруться різні показники дисперсій. При випадковому і механічному відборі для обчислення похибки вибірки використовується загальна дисперсія  $\sigma^2$  для середньої і  $w(1 - w)$  – для частки.

У формулах для обчислення помилок вибірки при безповторному відборі у підкореневий вираз формул повторного відбору додається множник  $1 - \frac{n}{N}$  або  $1 - \frac{r}{R}$ .

Таблиця 11.2 - Середня похибка вибірки

Спосіб відбору	Метод відбору	
	повторний	безповторний
<i>похибка вибірки для середньої величини</i>		
<i>Випадковий і механічний</i>	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Типовий (районований)</i>	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Серійний</i>	$\mu_x = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$
<i>похибка вибірки для частки</i>		
<i>Випадковий і механічний</i>	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Типовий (районований)</i>	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Серійний</i>	$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

Для узагальнюючої характеристики похибки вибірки поряд із середньою розраховують і граничну похибку вибірки. Стверджувати, що дана генеральна середня не вийде за межі середньої похибки вибірки можна лише з певним ступенем імовірності.

У випадку вибіркового спостереження гранична похибка

репрезентативності  $\Delta$  може бути більшою, чи дорівнювати, або меншою від середньої похибки репрезентативності  $\mu$ . Тому граничну похибку репрезентативності обчислюють з певною ймовірністю  $P$ , якій відповідає  $t$ -разове значення  $\mu$ . Відповідно до показника кратності похибки  $t$  формула граничної похибки репрезентативності має такий вигляд:

$$\Delta = t\mu, \quad (11.1.)$$

де  $\Delta$  – гранична похибка вибірки,  
 $\mu$  – середня похибка вибірки,  
 $t$  – коефіцієнт довіри, який залежить від ймовірності, з якою гарантується значення граничної похибки вибірки.

Формула граничної похибки вибірки впливає з основних положень теорії вибіркового методу, сформульованих у теоремах ймовірностей, що відображують закон великих чисел.

Значення  $t$  табульовані і наводяться в спеціальних таблицях, наприклад:

$t = 1$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,683$
$t = 2$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,954$
$t = 3$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,997$
$t = 4$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,999$

Ці показники означають, що з ймовірністю 0,683 можна стверджувати, що гранична похибка вибірки не перевищує  $\mu$ , тобто в 68,3% випадків похибка репрезентативності не виходить за межі  $\pm\mu$ . Інакше, в 683 випадках із 1000 похибок репрезентативності не перевищує одного значення середньої похибки. З ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що похибка репрезентативності не перевищує  $\pm 2\mu$ , з ймовірністю 0,997 – не перевищить  $\pm 3\mu$ . З ймовірністю 0,999, тобто дуже близькою до одиниці, можна очікувати, що різниця між вибірковою і генеральною середніми не перевищить чотириразової похибки вибірки.

Гранична похибка вибірки розраховується за вибірковим спостереженням по-різному, залежно від видів і способів відбору. В таблиці 11.3. наведені формули для обчислення граничної похибки вибірки в різних умовах її здійснення.

Гранична похибка вибірки дає можливість встановити, в яких межах лежать значення генеральної середньої або частки:

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x \quad (11.2)$$

$$w - \Delta_w \leq W \leq w + \Delta_w \quad (11.3)$$



Таблиця 11.3 - Граничні похибки вибірки

Спосіб відбору	Метод відбору	
	повторний	безповторний
<i>похибка вибірки для середньої величини</i>		
<i>Випадковий і механічний</i>	$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Типовий (районований)</i>	$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$	$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Серійний</i>	$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}}$	$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)}$
<i>похибка вибірки для частки</i>		
<i>Випадковий і механічний</i>	$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Типовий (районований)</i>	$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
<i>Серійний</i>	$\Delta_w = t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$\Delta_w = t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

За допомогою формул граничної похибки вибірки визначають:

- 1) довірчі межі генеральної середньої і частки з певною ймовірністю;
- 2) ймовірність того, що відхилення між вибірковими і генеральними характеристиками не перевищує визначену величину;
- 3) необхідну чисельність вибірки, яка із заданою ймовірністю забезпечує очікувану точність вибіркових показників.

Під час вибіркового спостереження важливо правильно визначити необхідну чисельність обсягу вибірки, яка з відповідною ймовірністю забезпечує встановлену точність результатів спостереження. Надмірна чисельність вибірки призводить до затягнення строків дослідження, зайвих витрат часу і коштів, недостатня ж дає результати з великою похибкою репрезентативності.

Необхідна чисельність вибірки залежить від таких чинників:

1. Розміру граничної помилки вибірки, тобто величини можливих відхилень показників генеральної сукупності від показників вибіркової сукупності. Чим менше розмір заданої граничної помилки, тим більшою має бути чисельність вибірки.

При визначенні необхідної чисельності вибірки гранична помилка вибірки заздалегідь задається самим дослідником залежно від характеру вирішуваних завдань і потрібної точності висновків. На практиці звичайно виходять з того, що гранична помилка вибірки по відношенню до середньої

помилки не перевищує 1-5%. Іншими словами, цей процент не повинен перевищувати прийнятий довірчий рівень значущості  $\alpha$ .

2. Ступеня варіації досліджуваної ознаки. Чим більше варіація (дисперсія, коефіцієнт варіації та ін.), тим більшою має бути чисельність вибірки.

3. Рівня довірчої імовірності  $P$ , з яким потрібно гарантувати припустимі розміри граничної помилки вибірки. Імовірність у свою чергу пов'язана з нормованим відхиленням  $i$ . Чим більшим є заданий рівень довірчої імовірності  $P$ , тим більше нормоване відхилення  $i$ , тим більшою має бути чисельність вибіркової сукупності.

4. Способу відбору одиниць у вибіркочну сукупність (повторний або безповторний відбір).

Формули для розрахунку необхідної чисельності вибірки виводять шляхом алгебраїчних перетворень формул граничної похибки вибірки при різних способах відбору. Формули необхідної чисельності вибірки при повторному і безповторному відборах наведені в табл. 11.4.

Таблиця 11.4 – Чисельність вибірки

Спосіб відбору	Для ознаки, яка виражена середньою величиною	Для ознаки, яка виражена часткою
Повторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$
Безповторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$

Аналіз наведених у табл. 11.4 формул дає підстави стверджувати, що чисельність вибірки залежить:

- 1) від розміру граничної похибки;
- 2) від варіації ознаки та частки;
- 3) від ймовірності, з якою вимагається гарантувати результати вибірки.

Кінцевою метою будь-якого вибіркового спостереження є поширення його характеристик на генеральну сукупність. На практиці застосовують різні способи поширення вибіркових даних.

*Спосіб прямого перерахунку* використовують у тому випадку, коли метою вибіркового обстеження є визначення обсягу ознаки в генеральній сукупності.

Наприклад, за результатами вибіркового спостереження середня урожайність круп'яних культур становить 25 ц/га, гранична похибка середньої при ймовірності 0,954 – 0,5 ц/га. У тому разі, коли загальна посівна площа під круп'яними культурами в генеральній сукупності становить 2000 га, то можливий обсяг валового збору зерна з цієї площі буде не менше 49 тис. ц –  $2000 \times (25 - 0,5)$ , а максимальний валовий збір становитиме 51 тис. ц –  $2000 \times (25 + 0,5)$ .

Якщо вибіркоче спостереження проводять з метою уточнення результатів суцільного спостереження, застосовують спосіб *поправочних коефіцієнтів*.

Наприклад, після проведення перепису худоби, що належить населенню, провели 10%-й вибірковий контроль, під час якого визначили відсоток недообліку худоби. Згідно з даними перепису в господарствах, які попали у вибірку, поголів'я худоби становить 200 голів, а за даними вибірки 205. Отже, недооблік худоби становитиме  $(5:200) \times 100 = 2,5\%$  Це той коефіцієнт, який слід розповсюдити на всю генеральну сукупність. Дані перепису худоби  $N = 10000$  відповідно коригуються:  $10000 \cdot 1,25 = 12500$  голів.



### *Питання для самоконтролю*

1. Яке спостереження називають вибірковим? Назвіть його суть і завдання.
2. У чому переваги вибіркового спостереження порівняно з суцільним?
3. Які питання необхідно вирішити перед проведенням вибіркового спостереження?
4. Яких умов необхідно дотримуватися у разі відбору одиниць при вибірковому спостереженні?
5. Чому при вибірковому спостереженні завжди виникають похибки (похибки), як їх класифікують і що вони характеризують?
6. Які Ви знаєте види і способи відбору у вибіркову сукупність?
7. Як здійснюють власне-випадковий відбір, механічний, типовий?
8. На що вказує коефіцієнт довіри і як його позначають?
9. Від чого залежить обсяг вибірки?
10. Як визначають похибку вибірки для середньої і частки?
11. Як поширюються дані вибіркового спостереження на генеральну сукупність?
12. Як визначають необхідну чисельність вибірки для середньої і частки в разі повторного і безповторного відбору?
13. Назвіть мету комбінування суцільного і вибіркового спостереження.
14. Наведіть приклади використання вибіркового спостереження статистикою України.



### *Розв'язання типових задач*

**Приклад 1.** За даними обстеження 100 зареєстрованих безробітних (2%-на вибірка) середня тривалість перерви в роботі становить 3 місяці, а дисперсія дорівнює 2,25. З числа обстежених безробітних 40 осіб проходять перенавчання за новою професією. З імовірністю 0,954 визначити межі середньої тривалості

перерви в роботі та граничну похибку частки безробітних, які перенавчаються.

*Розв'язання:*

При безповтоному способі відбору гранична похибка вибірки для ознаки, яка виражена середньою величиною, визначається за формулою:

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (11.4)$$

Гранична похибка середньої тривалості перерви в роботі дорівнює:

$$\Delta_x = 2 \sqrt{\frac{2,25}{100} (1 - 0,02)} = 0,3 \text{ міс.}$$

Довірчий інтервал визначається за формулою 11.2:

$$3 - 0,3 \leq \bar{x} \leq 3 + 0,3.$$

Це дає підставу стверджувати, що з імовірністю 0,954 середня тривалість перерви в роботі у генеральній сукупності становить не менш 2,7 і не більш 3,3 місяця.

Гранична похибка вибірки для ознаки, яка виражена часткою, визначається за формулою:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (11.5)$$

Частка елементів сукупності, які мають певні значення ознаки (частка безробітних, які перенавчаються), визначається за формулою:

$$w = \frac{m}{n}. \quad (11.6)$$

Отже, частка безробітних, які перенавчаються, становить:

$$w = \frac{40}{100} = 0,4.$$

Гранична похибка частки безробітних, які перенавчаються, складає:

$$\Delta_w = 2\sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{100}}(1-0,2) = 0,097 \text{ або } 9,7\%.$$

Довірчий інтервал визначається за формулою 11.3:

$$30 - 9,7 \leq W \leq 30 \pm 9,7.$$

Отже, з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що частка безробітних, які перенавчаються, у генеральній сукупності становить не менш 20,3 % і не більш 39,7 %.

**Приклад 2.** На лісовому масиві в 400 га визначається загальний запас деревини. Пробні ділянки мають площу по 0,1 га. За даними попередніх обстежень середнє квадратичне відхилення виходу деревини з 0,1 га становить 3 м<sup>3</sup>. Скільки пробних ділянок необхідно обстежити, щоб похибка вибірки з імовірністю 0,954 (для якої  $t = 2$ ) не перевищувала 1 м<sup>3</sup>?

*Розв'язання:*

Обсяг вибірки визначається за формулою:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2} \quad (11.7)$$

Достатній обсяг пробних ділянок дорівнює:

$$n = \frac{4 \times 9}{1^2} = 36.$$

Отже, необхідно обстежити 36 пробних ділянок, щоб похибка вибірки з імовірністю 0,954 (для якої  $t = 2$ ) не перевищувала 1 м<sup>3</sup>.



### **Навчальні завдання**

1. З метою визначення загального обсягу деревини у сосновому лісі обстежено 100 дерев. Середній діаметр дерев становив 35 см при дисперсії 144. Визначити граничну похибку вибірки і довірчий інтервал для середнього діаметра дерев з імовірністю 0,954.

2. З-поміж 100 опитаних фермерів району кожного п'ятого турбує нестабільність доходу від фермерської діяльності. За умови, що вибіркова

сукупність становить 19 % генеральної, з імовірністю 0,954 визначте граничну похибку вибірки і довірчі межі для частки фермерів, стурбованих нестабільністю доходу.

3. З метою визначення зольності вугілля, яке надійшло на електростанцію, з різних вагонів вугілля взято 100 проб. Результати аналізу такі:

<i>Зольність, %</i>	До 14	14-16	16-18	18-20	20 і більше	Разом
<i>Число проб</i>	8	17	36	25	14	100

Визначити:

- 1) середню зольність вугілля та довірчий інтервал для середньої з імовірністю 0,954;
- 2) з тією ж імовірністю визначте довірчий інтервал частки вугілля, зольність якого менша 16 %.

4. Проведено вибіркоче обстеження втрат зерна озимої пшениці через несвоєчасне збирання врожаю. Кількість пробних ділянок визначалася пропорційно посіву відповідного сорту пшениці (розширована вибірка). Результати обстеження такі:

<i>Сорт пшениці</i>	<i>Кількість пробних ділянок</i>	<i>Втрати зерна, ц/га</i>	<i>Дисперсія втрат зерна</i>
А	10	26	100
В	6	30	400
С	4	35	225

Визначити:

- 1) середні втрати зерна у розрахунку на одну пробну ділянку та довірчі межі середніх втрат з імовірністю 0,954;
- 2) мінімально достатній обсяг вибірки, за якого похибка вибірки з тією самою імовірністю зменшиться в 1,5 рази.

5. Визначити мінімально достатній обсяг вибірки вкладників Ощадбанку, щоб при оцінюванні середнього розміру вкладу гранична похибка вибірки з імовірністю 0,997 не перевищила 10 грн. Орієнтовна дисперсія вкладів 2500.



### ***Контролюючі тести***

1. Метою вибіркового спостереження є визначення узагальнюючих характеристик:

- а) для тієї частини генеральної сукупності, яка відібрана для обстеження;
- б) для всієї генеральної сукупності.

При формуванні вибіркової сукупності дотримання принципу випадковості відбору є:

- в) обов'язковим; г) не обов'язковим.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

2. При вибіркового обстеженні доходів домогосподарств у деяких з них не враховані субсидії на житлово-комунальні послуги, дивіденди. Результати обстеження містять:

- а) систематичну похибку реєстрації;
- б) систематичну похибку репрезентативності.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

3. Вибіркове спостереження організують за принципом (-ами):

- а) випадковості; б) рівноможливості; в) репрезентативності.

Відповідь: 1) а; 2) а, б; 3) а, в; 4) Всі перелічені.

4. Систематична похибка репрезентативності виникає в результаті:

- а) порушення принципу випадковості відбору;
- б) несущільного характеру спостереження.

Систематичну похибку репрезентативності можна усунути:

- в) так; г) ні.

Відповідь: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, г; 4) б, в.

5. Відхилення вибірових характеристик від відповідних характеристик генеральної сукупності, що виникають через порушення принципу випадковості відбору, називають:

- а) систематичною похибкою репрезентативності;
- б) випадковою похибкою репрезентативності;
- в) систематичною помилкою репрезентативності;
- г) випадковою помилкою репрезентативності.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

6. Вибіркова сукупність складається із:

- а) всіх одиниць сукупності; б) частини одиниць сукупності.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) Ваш варіант відповіді.

7. Суть типового відбору полягає в тому, що одиниці із генеральної сукупності вибирають:

- а) навмання;
- б) відповідно до пропорції або інтервалу;
- в) пропорційно до обсягу типових груп;
- г) пропорційно до варіації типових груп.

Відповідь: 1) а; 2) б; 3) в, г, 4) г.

8. У вищому навчальному закладі проводять вибіркове спостереження стосовно пріоритетів життя у студентів. У кожній п'ятій групі проводять суцільне спостереження. Способом відбору цього спостереження є:

Відповідь: 1) простий; 2) механічний; 3) типовий; 4) серійний.

9. Якщо ймовірність похибки зменшити з 0,997 до 0,954, величина граничної похибки вибірки:

Відповідь: 1) збільшиться на 33,3%; 2) збільшиться на 66,7%; 3) зменшиться на 33,3%; 4) зменшиться на 66,7%.

10. Щоб зменшити середню помилку вибірки вдвічі, обсяг випадкової повторної вибірки потрібно:

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1) збільшити в 4 рази; | 2) скоротити у 2 рази; |
| 3) підвищити в 4 рази; | 4) зменшити у 2 рази.  |

## **ТЕМА 12. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти**

**1. Статистичні таблиці: види і правила побудови.**

**2. Роль і значення графічного методу.**

**3. Основні елементи графіка. Правила побудови статистичних графіків**

**4. Види статистичних графіків.**

### **1. Статистичні таблиці: види і правила побудови**

Результати статистичного зведення і групування, як правило, оформляються у вигляді статистичних таблиць.

*Статистичні таблиці* – це форма систематизованого, раціонального і наочного викладення статистичних даних про явища і процеси суспільного життя.

Не всяка таблиця статистична. Таблиця множення, опитувальний лист соціологічного обстеження та ін. можуть носити табличну форму, але не є статистичними таблицями. Статистичними таблицями вважають тільки ті, що містять наслідки статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів.

Подібно до граматичного речення у статистичній таблиці розрізняють підмет і присудок. *Підметом* таблиці є та статистична сукупність, ті об'єкти або їх частини, які характеризуються рядом числових показників. Показники, що характеризують статистичну сукупність, є *присудком* таблиці.

За зовнішнім виглядом статистична таблиця являє собою перетин



горизонтальних рядків і вертикальних граф, які утворюють клітини таблиці. Ліві бічні і верхні клітини призначені для текстових заголовків, а решта – для числових даних.

Обов'язковими атрибутами статистичної таблиці є загальний і внутрішні заголовки. Загальний заголовок таблиці повинен коротко і чітко характеризувати її зміст. У ньому зазначають, що характеризується в таблиці, до якої території або об'єкту відносяться дані і за який період або на який момент часу. Внутрішні заголовки таблиці розміщуються збоку і зверху. У бічних заголовках розкривається зміст підмета, у верхніх – зміст присудка. Одиниці вимірювання даних таблиці зазначаються або в загальному заголовку (якщо вони однакові для всіх показників таблиці), або у внутрішніх заголовках рядків і граф таблиці.

Сукупність горизонтальних рядків і вертикальних граф без наведення числових даних утворює макет статистичної таблиці (рис. 12.1).

Загальний заголовок					
№ з/п	Внутрішній заголовок, що розкриває зміст підмету	Верхні внутрішні заголовки, що розкривають зміст граф таблиці			
	1	2	3	4	5
1 2 3 4	Бічні внутрішні заголовки, що розкривають зміст окремих рядків	Числові показники (присудок)			
	Підсумок				

Рисунок 12.1 – Макет статистичної таблиці

До деяких таблиць подаються примітки, з яких роз'яснюється зміст окремих показників або заголовків. Підмет таблиці найчастіше розміщується з лівого боку, присудок – з правого, але це не обов'язково.

За побудовою підмета таблиці поділяють на три види – прості, групові і комбінаційні (рис. 12.2).

Коли підмет містить лише перелік одиниць статистичної сукупності, таблиці називаються *простими*.

Серед простих таблиць розрізняють:

- *спискові* (підмет – список окремих ознак або об'єктів);
- *територіальні* (підмет – перелік районів, областей, країн, територій);
- *хронологічні* (підмет – періоди часу: місяці, квартали, роки, або моменти часу, дати).

*Групові таблиці* відрізняються тим, що у підметі їх розміщують групи елементів сукупності за однією ознакою.

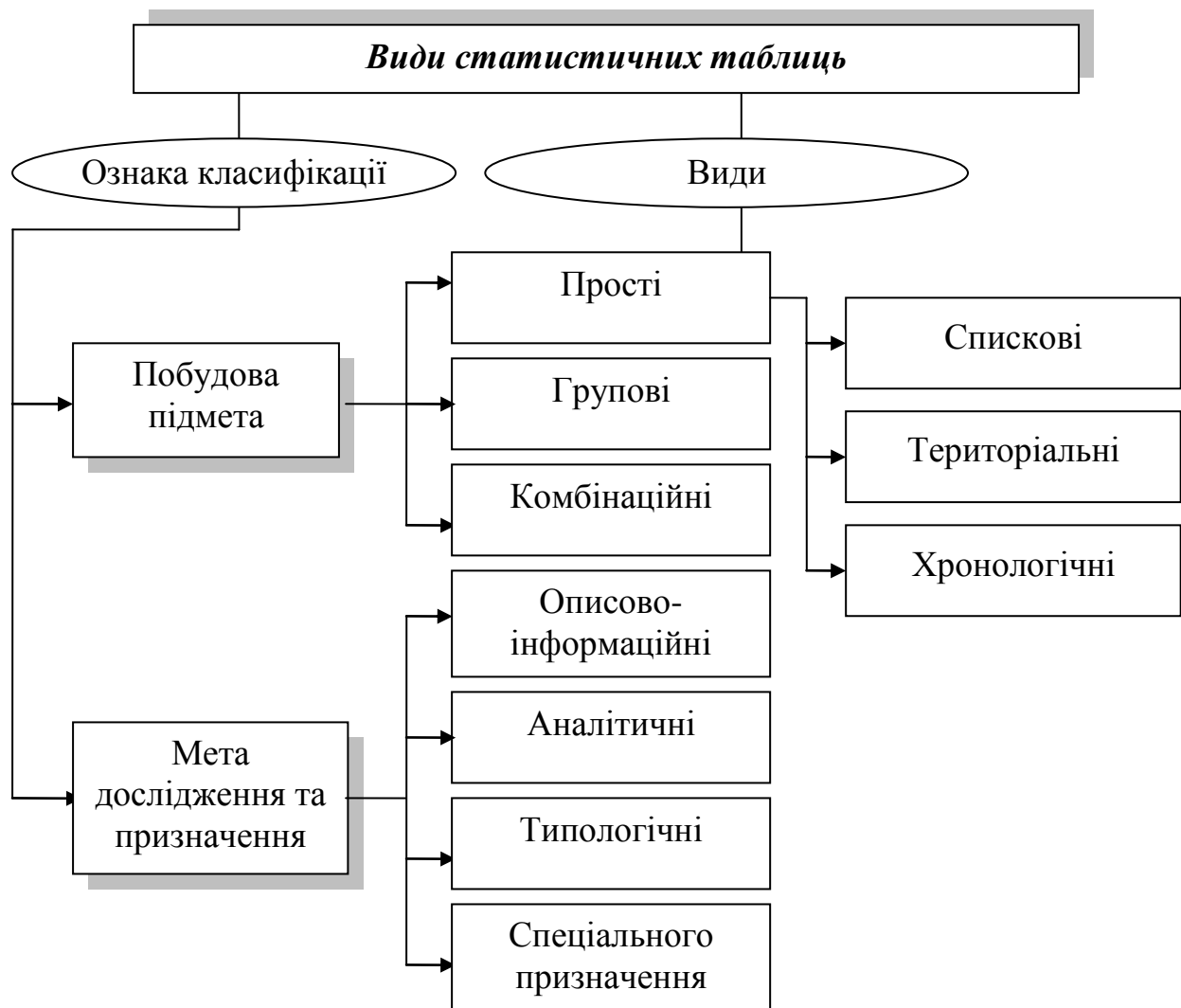


Рисунок 12.2 – Види таблиць

Найпростішим видом групових таблиць є ряди розподілу, побудовані як за атрибутивними, так і за кількісними ознаками. У присудку таких таблиць міститься лише один показник – кількість одиниць сукупності, що входять до кожної групи. У складніших таблицях присудок доповнюється рядом інших показників, що характеризують підмет. Групові статистичні таблиці дають більш інформативний матеріал для аналізу досліджуваних явищ.

У *комбінаційних* таблицях наводяться дані, згруповані за двома і більше ознаками, взятими в комбінації. Інколи в комбінаційних таблицях групи за однією ознакою розміщують у підметі, а за другою – у присудку. Наприклад, розподіл населення за статтю та місцем проживання.

*Розробка присудка* таблиці може бути простою і складною (комбінованою). При простій розробці присудка показники, що характеризують підмет, розміщуються послідовно один за другим. Розподіляючи показники на групи за однією або більше ознаками у певній комбінації, одержують складний присудок.

*За метою дослідження та призначенням статистичні таблиці*

поділяються на:

- описово-інформаційні (дають кількісну характеристику окремих явищ);
- аналітичні (відображають взаємозв'язки між явищами та тенденції в їх розвитку);
- типологічні (характеризують основні соціально-економічні типи явищ);
- спеціального призначення (балансові, матричні тощо).

Сукупність раціональних прийомів, установлених теорією і вироблених практикою для того, щоб надати таблиці найбільшій виразності, наочності і цим самим гранично полегшити читання і засвоєння її змісту, називається технікою оформлення статистичних таблиць.

При складанні статистичних таблиць слід дотримуватись таких основних правил їх побудови та оформлення:

1. Таблиця має бути компактною і містити лише ту інформацію, яка безпосередньо характеризує об'єкт дослідження.

2. Назва таблиці, заголовки рядків і граф мають бути стислими, чіткими і лаконічними. Крім загальноприйнятих скорочень одиниць вимірювання, скорочення слів у заголовках не допускається. Якщо назви окремих граф (рядків) повторюються, мають однакові терміни або однаковий зміст, то їх доцільно об'єднати спільним заголовком.

3. У таблиці обов'язково слід вказувати одиниці вимірювання показників. Якщо одиниця вимірювання однакова для всіх показників таблиці, то вона вказується у загальній назві таблиці або над верхнім правим кутом таблиці; якщо одиниці вимірювання різноманітні, то їх назви вказують в заголовках рядків або граф таблиці, а інколи в окремо наведеній спеціальній графі.

4. Рядки в підметі і графи в присудку, як правило, нумерують. Це доцільно робити у великих за змістом таблицях або у випадках наведення методики розрахунку показників з посиланням на номери граф і рядків таблиці.

5. Точно додержуватись таких умовних позначень щодо відсутності даних у таблиці відповідно до причин:

- якщо клітинка таблиці не може бути заповнена, ставиться знак "x";
- коли відомості про явище відсутні, ставиться три крапки "...", або "н.від.";
- відсутність самого явища позначається тире "-";
- дуже малі числа записуються (0,0) або (0,00).

6. Кількісні показники в межах однієї графи повинні наводитися з однаковою точністю, тобто до 0,1, до 0,01, до 0,001.

7. Таблиці повинні бути замкненими, тобто з підсумковими результатами. Виняток становлять аналітичні таблиці, в яких підсумків може не бути.

Таблиці треба вміти читати і аналізувати. Читання і аналіз статистичних таблиць має неабияке пізнавальне і практичне значення. Аналіз статистичних таблиць складається з аналізу побудови таблиці, тобто з визначення того, яке суспільне явище наведене в таблиці, якими ознаками воно характеризується, які

ознаки покладені в основу групування, що утворює підмет і присудок.

## ***2. Роль і значення графічного методу***

Поряд з таблицями для характеристики результатів статистичного зведення і обробки масових даних широко застосовують статистичні графіки.

*Статистичним графіком* називають наочне масштабне зображення статистичних даних за допомогою геометричних ліній, точок, знаків, фігур, географічних картосхем та інших графічних засобів.

Графічний метод настільки міцно ввійшов в арсенал засобів наукового узагальнення і в методику наукових досліджень, що сучасну науку неможливо собі уявити без його застосування. Особливо велика роль цього методу в статистичних дослідженнях, де вивчаються складні взаємозв'язки, тенденції, закономірності соціально-економічних явищ і процесів в динаміці і просторі.

Застосування графічного методу у вивченні масових соціально-економічних явищ досить різнопланове. Так, графіки застосовують для характеристики змін суспільних явищ і процесів у часі, вивчення структури явищ, порівняння, контролю виконання плану, дослідження взаємозв'язків між результативними і факторними ознаками, зображення розміщення явищ у просторі, ступеня розповсюженості по території тих чи інших явищ, міжнародних порівнянь і зіставлень та в інших випадках.

Особливо велика роль графіків у пропаганді передового досвіду, прогресивних тенденцій, закономірностей, нових технологій, наукових досягнень та ін.

В ряді випадків графіки є незамінним засобом аналізу, дослідження і виявлення взаємозв'язків, закономірностей і тенденцій суспільних явищ (наприклад, в кореляційному аналізі і динамічних рядах).

Статистичні графіки застосовуються для того, щоб зробити статистичні матеріали наочними, доступними, зрозумілими і такими, які б сприяли кращому їх аналізу. Завдання полягає в тому, щоб у кожному випадку вибрати найкраще графічне зображення, яке б відповідало характеру величин і більш повно розкривало їх зміст.

Графічне зображення статистичних даних здійснюється шляхом використання геометричних фігур, точок, ліній та інших символічних образів. Числові значення статистичних величин переводяться в графічні образи за допомогою масштабу. Вміле розміщення графічних зображень створює діаграму, на якій статистичні дані представлені в наглядній формі, яка дає уявлення про загальні закономірності і тенденції розвитку досліджуваних явищ. При правильній побудові графіки стають виразнішими, доступнішими, сприяють кращому аналізу статистичних показників, їх узагальненню і вивченню.

Графічне зображення допомагає глибше і наочніше охарактеризувати багато статистичних показників, полегшує сприйняття і запам'ятовування певних фактів.

Графіки є найефективнішою формою відображення даних з точки зору їх сприйняття. Вони незамінні у випадку необхідності одночасного огляду декількох величин у часі або у просторі. Графічне зображення дає змогу одним поглядом охопити як всю сукупність явищ в цілому, так і окремі її частини, скласти цілісне уявлення про досліджувані явища.

Внаслідок цього певна інформація за допомогою графіків може бути засвоєна незрівнянно швидше, ніж будь-якими іншими способами, а самі графіки виявляються більш наочними, ніж статистичні таблиці, продовженням і доповненням яких вони є.

Статистичні графіки можуть дати нові знання про предмет вивчення, які у вихідному цифровому матеріалі безпосередньо не проявляються. Виявлення закономірностей, які притаманні тим чи іншим явищам, факторів, які їх визначають, диференціації явищ у часі та просторі – завдання, які ефективно вирішуються з використанням графічного методу.

Графіки у виразній, доступній, лаконічній і компактній формі дозволяють наочно зображати різні статистичні показники, допомагаючи досліднику виявляти їх рівні, співвідношення, зміну тенденцій, склад і структуру складних сукупностей.

Пізнавальна цінність статистичних графіків пояснюється їх здатністю відображати реальну дійсність у простому, ясному і наочному вигляді. Візуальна інтерпретація об'єктивних статистичних показників дає змогу полегшити пізнання предмету дослідження, робить його більш дохідливим.

Наочно зображуючи статистичні дані, полегшуючи їх сприйняття, графіки допомагають виявити найбільш характерні співвідношення і зв'язки явищ, виявити основні тенденції, закономірності розвитку досліджуваних явищ. Цим пояснюється широке використання графіків для популяризації статистичних даних.

Специфічною особливістю графіків є їх лаконічність, простота кодування інформації та однозначність тлумачення записів у символічній формі. До окремих особливостей статистичних графічних зображень належать також їх виразність, дохідливість, універсальність, доступність для огляду та ін.

Слід нагадати, що побудова графіка виправдана, якщо він дає будь-які переваги порівняно з цифрами, які зведені в ряди або таблиці. Побудований графік повинен бути цікавим за змістом, доцільним за формою, економним за використанням графічних засобів, простим і зрозумілим для читача, і технічно добре виконаним. Вдало побудовані графіки здатні викликати інтерес читача і привернути увагу до зображуваних статистичних даних; вони полегшують запам'ятовування і більш швидко розуміння суті у співвідношенні зображуваних цифр.

### 3. Основні елементи графіка. Правила побудови статистичних графіків

Основні елементи графіка такі: поле графіка, геометричні знаки, просторові орієнтири, масштаб, експлікація графіка.

*Поле графіка* – простір, в якому розміщуються геометричні знаки, що утворюють графік. Він характеризується форматом і співвідношенням сторін.

Розмір графіка повинен відповідати його призначенню. Для демонстрації на лекції або докладі застосовуються графіки великих форматів, для ілюстрації наукового звіту або для розміщення в книзі, статті, курсовому проекті (роботі) – невеликі графіки.

Суттєвим фактором забезпечення найкращого зорового сприйняття відображуваних статистичних даних є вибір пропорцій співвідношення сторін графіка. Співвідношення сторін графіка визначається законами геометричної гармонії і вимогами забезпечення неспотвореного зорового сприйняття графічного образу. Як показує практика побудови і аналізу графіків найбільш зручні формати з співвідношенням сторін (ординат і абсцис) від 1:1,3 до 1:1,5. Водночас це не заперечує можливості застосування квадратної форми графіків, яка в окремих випадках є дуже зручною формою відображення статистичних даних.

*Геометричні знаки* – це сукупність геометричних чи інших графічних знаків, за допомогою яких відображаються статистичні дані і створюється графічний образ. Це точки, прямі і криві лінії та їх відрізки, площини (кола, квадрати та ін.), об'ємні фігури (куби, кулі та ін.), геометричні фігури (знаки – символи, зображення предметів). Геометричні знаки становлять основу графіка, його мову. Залежно від типу геометричних знаків графіки поділяють на лінійні, точкові, стовпчикові, стрічкові, квадратні, кругові, секторні, фігурні та ін.

Важливим моментом побудови графіків є вибір графічного знаку. Вибір графічного знаку визначається характером вихідної інформації, а також основною метою, яка закладена в даний графік. Вдалий його вибір сприяє його максимальному досягненню мети графіка і найбільш виразному зображенню статистичних даних. Так, наприклад, якщо метою дослідження є вивчення обсягу будь-якого виду продукції в динаміці, то вихідні дані можуть бути зображені як у вигляді стовпчикової, кругової, квадратної та інших діаграм, так і за допомогою лінійної діаграми. Для відображення обсягу виробництва продукції доцільно використати площинну (стовпчикову, кругову, квадратну та ін.) діаграму, а для відображення динаміки – лінійну діаграму.

*Просторові орієнтири* визначають розташування геометричних знаків у полі графіка. Вони задаються у вигляді координатних сіток (діаграми) або контурних ліній (картограми). Координатна сітка створюється перетином ліній, які проходять через поділки горизонтальної та вертикальної шкали. Для побудови графіка, як правило, використовується система прямокутних (декартових) координат, зокрема права верхня частина координатного поля, але нерідко зустрічаються графіки, які побудовані за принципом полярних

координат (кругові, секторні, радіальні та інші діаграми). Криволінійні контурні лінії застосовують в статистичних картах (картограмах, картодіаграмах) як засіб просторової орієнтації.

На горизонтальній шкалі (вісь абсцис) прямокутних діаграм, як правило, відкладають незалежні змінні (часові відрізки, періоди, об'єкти та ін.), на вертикальній (вісь ординат) – залежні змінні (наприклад, значення результативних показників).

На координатній сітці графіка обов'язково повинна бути вказана основна горизонтальна (нульова) лінія (вісь абсцис). Для наочності її виділяють потовщеною лінією. Якщо рівні відображуваних явищ такі, що основна частина координатної сітки залише<sup>22</sup> ся невикористаною, то на шкалі робиться розрив ( $\approx$ , , ), який виключає непотрібну частину сітки, але з обов'язковою вказівкою нульової лінії. Це дасть змогу рівномірніше заповнити поле графіка.

Невключення нуля у вертикальну шкалу є поширеною помилкою, яка спотворює зображення. Це може призвести до неправильного висновку.

*Масштабні орієнтири* статистичних графіків включають масштаб і масштабні шкали. *Масштабом* графіка називають умовну міру переведення числової величини в графічну. Його звичайно виражають довжиною відрізка, прийнятого за одиницю зображуваної статистичної величини. Наприклад, 1 см на графіку становить 10 га посівної площі. Масштаб може бути показаний або масштабним відрізком або масштабною шкалою. Числове значення масштабу краще вказувати тільки на відмітках, що відповідають круглим числам. Усі проміжні відмітки читають шляхом відліку від найближчого числа, позначеного на масштабній шкалі. Отримання оптимальної пропорції досягається підбором (пробна побудова кількох варіантів) або досвідченістю упорядника діаграми.

Вибираючи масштаб, слід виходити з того, щоб усі статистичні дані, які потрібно нанести на графік, розмістилися на полі графіка. На вертикальній шкалі графіка обов'язково має бути нульова відмітка.

Вертикальну і горизонтальну шкали слід будувати так, щоб нульове значення було обов'язково на графіку. Якщо ж такі шкали побудувати не можливо або недоцільно, слід дати розрив цих шкал. Такий розрив припускається при збереженні змісту графіка.

При виборі масштабу довжину шкали ділять на різницю крайніх величин явищ, що зображуються. Припустимо, довжина шкали дорівнює 10 см, мінімальне значення явища, що зображується, дорівнює 20 га, а максимальне – 120 га, тоді масштаб становить  $10 : (120 - 20) = 0,1$  см, тобто 0,1 см на масштабній шкалі буде відповідати одиниці даного явища.

Одним з основних елементів графіка є *масштабна шкала* графіка, тобто лінія, окремі крапки чи риски, якої можуть бути прочитані як певні числа.

Масштабні шкали, як правило, розміщуються зліва і знизу графіка. На шкалах повинен розміщуватися весь діапазон зображуваних цифрових даних, звичайно з деякими заокругленнями. Якщо, наприклад, максимальна величина урожайності в досліджуваній сукупності становить 48,5 ц/га, то очевидно, що

на шкалі мають бути поділки, що містять 49 або 50 ц/га. Тому останнє число на шкалі має дещо перевищувати максимальний рівень ознаки.

Масштабна шкала складається з трьох елементів: 1) лінії, які є носієм чи опорою шкали; 2) поділок або позначок шкали (точки або риси, які розміщені в певному порядку на носії шкали); 3) цифрові позначення чисел, що відповідають певним точкам або рискам.

Носіями шкали можуть бути пряма лінія (осі координат) або крива лінія (коло, дуга).

Довжину відрізка між двома сусідніми поділками називають *графічним інтервалом*, а різницю між числовими значеннями цих поділок – *числовим інтервалом*.

Масштабні шкали можуть бути прямолінійними, криволінійними, неперервними, перервними, рівномірними і нерівномірними.

*Прямолінійними* називають шкали, в яких пряма лінія поділена на сантиметри і міліметри, *криволінійними*, в яких крива лінія (коло) поділена на 3600.

*Неперервна* шкала застосовується для величин, що безперервно змінюються, (всім точкам відповідає певне число, а усі проміжні значення можуть бути інтерпольовані). *Перервна* шкала – шкала з величинами, проміжне значення яких не інтерпольується (наприклад, якщо поділки шкали представлені річними даними, то точка між двома роками нічого не означає, так як масштаб не передбачав місячних даних).

*Рівномірною* (арифметичною) називається шкала, в якій рівним відріzkам (поділкам) на шкалі відповідають рівні числові значення. В рівномірній шкалі графічні матеріали пропорційні абсолютним розмірам статистичних показників. Так, якщо значення показника зростає у два рази, то відрізок, що її відображає повинен відповідно збільшуватись у два рази. Такі шкали мають переважне застосування в статистичних графіках.

Шкала, в якій рівним графічним відріzkам відповідають нерівні числові значення, називають *нерівномірною*. Прикладом нерівномірної шкали може бути *логарифмічна* шкала, в якій рівним графічним відріzkам відповідають нерівні абсолютні числа, а рівні їх відношення (логарифми).

При побудові логарифмічної шкали слід виконати такі операції: 1) визначити довжину шкали (для спрощення і зручності за основу побудови логарифмічної шкали приймають відрізок завдовжки 10 см); 2) визначити логарифми чисел від 1 до 10; 3) логарифми чисел помножити на довжину шкали, знайдені числа послідовно відкласти на носії шкали і відповідно нанести позначки в натуральних числах.

Слід зазначити, що на логарифмічній шкалі відлік починається не від нуля, як в рівномірній, а від одиниці, оскільки  $\lg 1 = 0$ .

У випадку, якщо логарифмічна шкала нанесена на обидві осі координат, координатну сітку називають логарифмічною, а якщо тільки на одну з осей – напівлогарифмічною. При побудові статистичних графіків використовують напівлогарифмічну сітку, на яку на осі ординат наносять логарифмічну шкалу.



*Експлікація графіка* – це словесне тлумачення його змісту. Вона включає назву графіка, написи вздовж масштабних шкал і змістовних значень застосовуваних геометричних знаків.

Графіки можуть супроводжуватися умовними позначеннями, що розкривають зміст застосованих геометричних знаків. Пояснення до вертикальних і горизонтальних шкал повинні розкрити зміст показників, що відображаються, одиниці їх вимірювання. Статистичний графік – це знакова модель, без експлікації його неможливо прочитати і зрозуміти, тобто перенести значення з формалізованої системи характеристики дійсності на саму дійсність.

Одним з найважчих і найважливіших завдань побудови графіка є відшукування правильної його композиції, під якою розуміють поєднання всіх його елементів. Правильна композиція графіка означає: ретельний відбір з наявного цифрового статистичного матеріалу даних, що підлягають графічному зображенню; вибір виду графіка; вибір формату (розміру і співвідношення сторін) графіка; підбір масштабу та геометричних знаків і їх розміщення в полі графіка; правильне розміщення і поєднання всіх елементів графіка тощо.

Раціональне розміщення матеріалу на полі графіка створює цілісне уявлення про досліджувані явища.

Створення правильної композиції графіка повинно переслідувати головну ціль – отримати компактне, просте і логічне зображення досліджуваного явища і водночас підкреслювати ті чи інші особливості цього явища (динаміку, тенденції, зв'язки, закономірності, склад, структуру і т.п.)

Не менш важливим завданням композиції графіка є його художнє та естетичне оформлення. Графік повинен притягувати увагу, забезпечуючи водночас легкість його читання та засвоєння.

Щоб композиція графіка відповідала зазначеним вище вимогам, необхідно при побудові графіків виконувати певні правила.

До побудови графіків відносять ті самі вимоги, що й до побудови таблиць. Кожен графік повинен мати чітку і повну назву, що відображає зміст досліджуваного явища, час і місто показників, що наводяться.

У графіку, крім заголовка, обов'язково необхідно наводити і другий текст, в який входять назва і цифри масштабу, назва ліній, цифри, що характеризують окремі частини графіка, умовні позначення, посилання на джерела даних, одиниці вимірювання та ін. Усі пояснювальні написи і заголовки графіка, як і в статистичній таблиці, повинні чітко, коротко і точно розкривати його зміст. Назву графіка, як правило, розміщують в нижній його частині. Написи на графіку повинні бути виконані чітко і охайно. Їх пропонується, як правило, робити горизонтально, тому що вертикальний текст менш зручний для читання. Пояснювальні написи можуть бути розміщені як на самому графіку, так і за його межами. Останній спосіб застосовують у випадках, коли не вистачає місця на полі графіка.

Масштаб на горизонтальній і вертикальній шкалах має бути оптимальним, таким що не перевертує реальне співвідношення явищ, які аналізуються. Горизонтальну шкалу (на осі абсцис) слід будувати зліва

направо, а вертикальну (на осі ординат) – знизу вверху. Цифри шкали слід наносити ліворуч та знизу або вздовж осей. Якщо числові дані не включені у графік бажано їх дати окремо у формі таблиці. Нульові лінії (вертикальну та горизонтальну) рекомендується відокремлювати на графіку відмінно від усіх ліній координатної сітки. Густота координатної сітки має бути оптимальною і не ускладнювати читання графіка. У зв'язку з цим не слід перевантажувати графіки великою кількістю графічних знаків. Наприклад, на лінійних діаграмах рекомендується наносити не більше як 5-6 ліній; секторну діаграму не слід поділяти більше як на 4-5 секторів і т.п. Особливо не слід завантажувати графік цифрами. Він потрібний для того, щоб замінювати цифри, тому їх слід вписувати у графік лише у крайніх випадках (наприклад, у секторній діаграмі, де важко поглядом вловити співвідношення секторів).

Графік має бути наочним, зрозумілим, легко читатися та по можливості художньо оформленим. З цією метою лінії на графіку можуть бути зображені різним кольором або рисунком (суцільною, пунктирною, точковою, точково-пунктирною лінією).

#### ***4. Види статистичних графіків***

Статистичні графіки відрізняються великою різноманітністю (табл. 12.1). Класифікація графіків дає можливість визначити загальні риси, аналітичні можливості, техніку побудови.

**Таблиця 12.1 – Класифікація графіків**

Ознака класифікації	Вид графіка
1. Загальне призначення	– аналітичні; – ілюстративні; – інформаційні.
2. Функціонально-цільове призначення	– графіки групувань і рядів розподілу; – графіки рядів динаміки; – графіки взаємозв'язку; – графіки порівняння
3. Вид поля графіка	– діаграми (лінійні, стовпчикові, стрічкові, кругові, радіальні); – картограми

За загальним призначенням графіки поділяють на аналітичні, ілюстративні та інформаційні.

За функціонально-цільовим призначенням виділяють графіки групувань і рядів розподілу, рядів динаміки, взаємозв'язку і порівняння.

На особливу увагу заслуговує класифікація статистичних графіків за

видом їх поля, згідно з якою розрізняють дві групи: *діаграми* (від грец. *diagramma* – зображення, рисунок, креслення) і статистичні карти або *картограми*.

Розглянемо методику і техніку побудови статистичних графіків, що найчастіше застосовуються на практиці.

Найбільш розповсюдженим видом показових діаграм є лінійні діаграми, які використовуються здебільшого для характеристики динамічних рядів та рядів розподілу. Поряд з цим лінійні діаграми широко використовуються для вивчення взаємозв'язків між явищами, порівняння кількох показників, ходу виконання планів тощо.

Лінійні діаграми дають можливість зображати явища у вигляді ліній, які з'єднують точки, розташовані у координатному полі. Ламані лінії, що утворюються, показують характер розвитку явища у часі або особливості його розподілу за величиною буд-якої ознаки, або зв'язку явищ.

За способом побудови – це графіки з рівномірною (арифметичною) шкалою. При їх побудові використовують прямокутну систему координат. Розташування будь-якої точки в цій системі визначається двома параметрами – абсцисою та ординатою. Іноді поле в межах осей координат для зручності нанесення геометричних знаків та читання графіка покривається горизонтальними і вертикальними лініями, проведеними за прийнятим масштабом. Ці лінії утворюють координатну числову сітку.

На горизонтальній осі (вісь абсцис) відкладають однакові за довжиною відрізки, що відображають періоди (роки, місяці, декади, дні і т.д.). На вертикальній осі (вісь ординат) у певному масштабі наносять значення досліджуваної величини. На перетині перпендикулярів відповідних значень досліджуваної ознаки і часових дат до осей координат отримують точки. Ламана лінія, яка з'єднує ці точки, характеризує зміну досліджуваного явища у часі.

Побудову простої лінійної діаграми розглянемо на такому прикладі (табл. 12.2).

**Таблиця 12.2 – Динаміка чистого прибутку підприємства за 2004-2013 рр.**

Роки	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Чистий прибуток, тис. грн.	27,0	27,9	26,5	28,0	29,7	32,0	31,0	33,5	34,2	37,2

В прямокутній системі координат на ось абсцис нанесемо показники часу (роки з 2004 по 2013), беручи масштаб річного періоду таким, що дорівнює 1 см. Тоді довжина горизонтальної шкали буде дорівнювати 10 см (1 см x 10 років). На осі ординат виходячи із оптимального співвідношення осей ординат і абсцис як 1 : 1,5, тобто завдовжки 6,7 см (10 : 1,5), нанесемо в певному

масштабі значення чистого прибутку від 26 до 38 тис. грн. Візьмемо 1 см за 2 тис. грн. При цьому для більшої наочності на осі ординат зробимо розрив, оскільки мінімальне значення чистого прибутку значно відрізняється від нуля. На полі графіка точками відкладемо відповідні значення чистого прибутку по роках. Отримані точки з'єднаємо відрізками прямої лінії (рис. 12. 1).

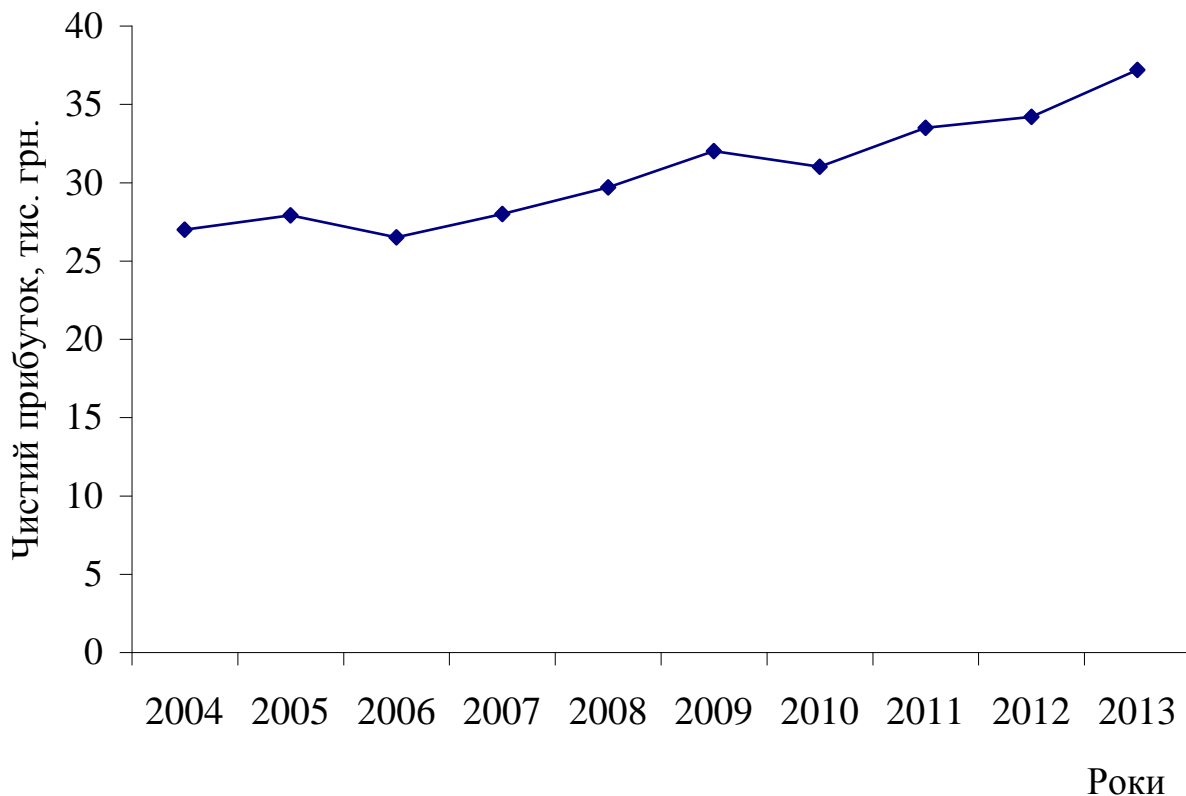


Рисунок. 12.1 – Динаміка чистого прибутку підприємства за 2004-2013 рр.

Побудований графік показує постійне зростання чистого прибутку. Ламана крива, яка має невеликі зламуння, безперервно прямує вгору.

Лінійні діаграми можуть бути побудовані з метою вивчення взаємозв'язків між двома ознаками: результативним і факторним (наприклад, між чисельністю робітників і обсягом товарообороту). При цьому на осі абсцис відкладають значення факторної ознаки (чисельності робітників), а на осі ординат – значення результативної ознаки (товарообороту).

Лінійні діаграми зручні для зображення кількох паралельних рядів з метою їх порівняння (наприклад, динаміки продуктивності корів і рівня годівлі або інших якісно відмінних ознак). У цьому разі будують дві (при двох ознаках) або кілька шкал. Другу шкалу будують праворуч.

Особливе місце мають лінійні діаграми зі спеціальними базовими лініями. Найбільш типовими є два випадки. В першому випадку значення вертикальної шкали на початку координат приймають за 100%, тобто лінія, що виходить з цієї точки, відображає рівень базисної величини, яка дорівнює 100%.

Всі значення величин, які перевищують базисну, розташовують вище цієї лінії, а значення, які менш рівня базисної величини, розташовують нижче.

У другому випадку при зображенні відхилень від середнього значення рівня (частіше у процентах) базова лінія, що характеризує середній рівень, є нульовою. Додатні відхилення (перевищення) від середнього рівня відкладають вище цієї лінії, від'ємні – нижче.

Діаграми у вигляді вертикальних стовпчиків і стрічок є найбільш простими і досить ефективними для аналізу соціально-економічних явищ видом графічного зображення. Стовпчикові та стрічкові діаграми переважно застосовуються для порівняння різних показників у просторі і у часі, а також аналізу структури явищ.

*Стовпчикові діаграми* – це графіки, в яких різні величини представлені у вигляді стовпчиків однакової ширини, які розташовані один від одного на однаковій відстані або щільно. Якщо стовпчики розташовані не по вертикалі, а по горизонталі, то такі діаграми називаються *стрічковими*.

Основа порівняння в стовпчикових і стрічкових діаграмах – лінійна (одномірна). Висота стовпчиків і довжина стрічок відповідно з прийнятим масштабом пропорційна величині зображуваних явищ.

При побудові стовпчикових (стрічкових) діаграм потрібно додержуватись таких основних правил. Основи стовпчиків (стрічок) повинні бути рівними. Стовпчики (стрічки) можуть бути розміщені на однаковій відстані один від одного або щільно. Звичайно додержуються правила, щоб ширина проміжків була вдвоє меншою за ширину самих стовпчиків (стрічок). Висота стовпчиків і довжина стрічок повинні строго відповідати зображуваним цифрам. Рекомендується включення в діаграму масштабної шкали, яка дає змогу визначити висоту стовпчика і довжину стрічки. Шкала може співпадати з гранню першого стовпчика або стрічки або розташовуватися на окремій лінії зліва (в стовпчиковій діаграмі) або у верхній частині (в стрічковій діаграмі). Шкала, на якій встановлюється висота стовпчиків або довжина стрічок повинна бути безперервною і починатися з нуля. Написи і вказівки цифр в кінці стовпчиків (стрічок) робити не рекомендується, бо це може створити зореве подовження стовпчиків (стрічок). Цифри показників краще всього писати всередині стовпчиків (стрічок), або розташувати в один ряд над ними на рівні закінчення шкали по осі ординат.

Стовпчики (стрічки) для кращої наочності можуть бути зафарбовані суцільною фарбою, якщо стовпчик (стрічка) відображає ціле явище, або кількома фарбами, якщо зображуються порівняння різних структур явищ, кожному з яких відведена частина стовпчика (стрічки).

Стрірковою діаграмою можна зображувати те саме що й стовпчиковою. Однак вертикальні стовпчики краще стрічок, якщо числа виражають ідею висоти (рівень зростання) і якщо невеликі пояснювальні написи до кожного стовпчика. Горизонтальні стрічки наочніше, якщо зображувані величини виражають ідею подовженості (автомобільних доріг, річок і т.п.) і якщо пояснювальний текст до них невеликий.

Стовпчикові і стрічкові діаграми краще за лінійні передусім у тих випадках, коли порівнюваних величин не так багато, порушується безперервність у часі (порівнюють не суміжні періоди) і потрібно звернути увагу не на відносну зміну, а на абсолютну величину порівнюваних рівнів.

Стовпчикова діаграма може бути використана не тільки для характеристики загального розміру, а й структури того або іншого явища. При побудові стовпчикової структурної діаграми висоту стовпчика беруть за 100% і поділяють на частини пропорційно структурі явищ. Щоб полегшити читання і аналіз таких діаграм, окремі складові частини розфарбовують різним кольором або штриховкою.

*Під круговими (квадратними) діаграмами* розуміють графіки, що виражають однорідні величини через площі кругів (квадратів).

Щоб побудувати кругову і квадратну діаграми з порівнюваних статистичних величин потрібно добути квадратні корені, а потім зобразити круги і квадрати із сторонами, пропорційними одержаним результатам.

Користуватися круговими і квадратними діаграмами для порівняння рівнів показників (розміру, обсягу) потрібно з обережністю, так як вони не дають точного уявлення про дійсні співвідношення порівнюваних величин і можуть навіть переколювати уявлення про них. Це зумовлено тим, що візуально складно визначити, на скільки і у скільки разів одна фігура більша або менша за іншу. Крім того, той хто читає діаграму по-різному її сприймає, беручи за порівняння або висоту фігури, або її площу. У зв'язку з цим перевагу слід віддавати здебільшого одномірним (лінійним) порівнянням, використовуючи для цих цілей стовпчикові або стрічкові діаграми.

*Секторна діаграма* являє собою круг, розділений радіусами на окремі сектори, кожний з яких характеризує питому вагу відповідної частини в загальному обсязі зображуваної величини. Секторні діаграми використовуються переважно для характеристики структури явищ. При порівнянні різних структур загальні площі кіл беруть однаковими. Кожний сектор виділяють за кольором або штриховкою; крім того в кожному секторі нерідко дають і цифрове позначення його питомої ваги. При малому куті сектора експлікація до нього вказується стрілкою.

При побудові секторної діаграми коло поділяють на сектори, площі яких пропорційні часткам частин досліджуваного явища. Площа круга зображує загальний розмір явища і беруть її такою, що дорівнює 100% або 3600. Перед побудовою діаграми абсолютні величини переводять у проценти, а проценти в градуси. Кожен процент дорівнює  $3,6^\circ$  ( $360:100$ ).

Послідовність розміщення секторів визначається їхньою величиною: самий великий розміщується зверху, а решта – за рухом годинникової стрілки в порядку зменшення.

В секторній діаграмі можна в основний круг вписати малий круг, вказавши в ньому базу, рівну 100%.

Інколи замість круга використовують напівкруги, поділені на сектори, де 1% дорівнює  $1,80$ .

Секторні діаграми наочні тільки тоді, коли досліджувана сукупність поділяється не більш як на 4-5 секторів і спостерігається значна структурна диференціація. Якщо сукупність поділяється на більшу кількість секторів і структурна диференціація незначна, то для зображення структури явищ доцільно застосовувати стовпчикову або стрічкову діаграму.

*Радіальні діаграми* використовуються для зображення явищ, які періодично змінюються у часі (переважно сезонних коливань). Для побудови їх використовують полярну систему координат. Круг поділяється на 12 рівних частин, кожна з яких означає певний місяць. Величину радіуса беруть за середньомісячний рівень (100%) і відповідно до цього масштабу на променях, починаючи від центра круга, відкладають відрізки, що зображують місячні рівні. Кінці цих відрізків з'єднують між собою, внаслідок чого утворюється замкнена фігура дванадцятикутник, який характеризує сезонні коливання досліджуваного явища.

В радіальній діаграмі за ось абсцис беруть коло, а за ось ординат – його радіуси, які є носіями масштабної шкали з точкою відліку від центра кола.

Залежно від того, який зображується цикл досліджуваного явища – замкнений або продовжуваний (з періоду в період) – розрізняють замкнені і спіральні радіальні діаграми. Наприклад, якщо зображуються дані по місяцях за кілька років, то при з'єднанні рівня грудня даного року з рівнем січня цього ж року діаграма буде замкненою; при з'єднанні рівня грудня даного року з рівнем січня наступного року утвориться спіральна діаграма. Спіральна діаграма застосовується в тому разі, якщо поряд з сезонними коливаннями відбувається систематичне зростання досліджуваного явища.

Проілюструємо побудову замкненої радіальної діаграми на такому прикладі (табл. 12.3).

Таблиця 12.3 – **Виробництво молока в агрофірмі по місяцях року**

Місяць	Виробництво молока, тис. т	Показники сезонності, %	Довжина радіуса, см
I	1526	76,3	2,3
II	1616	80,8	2,4
III	1826	91,3	2,7
IV	1930	96,5	2,9
V	2236	111,8	3,3
VI	2516	125,8	3,8
VII	2568	128,4	3,9
VIII	2370	118,5	3,6
IX	2122	106,1	3,2
X	1908	95,4	2,9
XI	1802	90,1	2,7
XII	1580	79,0	2,4
Разом	24000	-	-

Обчислимо довжину радіуса для кожного місяця, прийнявши середньомісячний рівень рівним 3 см. Тоді величина радіуса для січня становитиме  $(3 \times 76,3) : 100 = 2,3$  см, для лютого -  $(3 \times 80,8) : 100 = 2,4$  см і т.д.

Графік показує, що найбільше виробництво молока спостерігається в травні-серпні, а найменше – в грудні-березні.

Побудуємо радіальну діаграму (рис. 12.2).

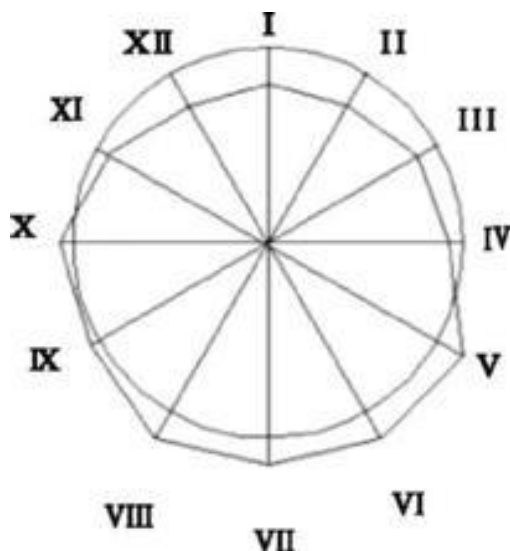


Рисунок 12.2 – Сезонність виробництва молока в агрофермі

Особливою різновидністю площинних діаграм є графічні статистичні знаки, запропоновані російським статистиком В.Є. Варзаром (1851-1940 рр.). *Знак Варвара* являє собою площинну діаграму у вигляді прямокутника. Цей вид діаграм використовують для зображення показників, які є результатом перемноження двох інших пов'язаних між собою показників-факторів.

Застосування знаків Варзара ефективно для аналізу складних показників з виявленням ролі окремих факторів. Так, наприклад, за допомогою знаків Варзара можна графічно зобразити динамічні і територіальні зміни таких показників як обсяг виробленої продукції (добуток продуктивності праці – обсяг виробленої продукції на одного працівника – на чисельність працівників), обсяг вантажоперевезень (добуток виробітку на одну автомашину на середню чисельність автомашин) тощо.

Знак Варзара будують у вигляді прямокутника, основа і висота якого визначаються масштабом за двома факторами-співмножниками, а площа – величиною результативного показника – добутка.

*Лінійні напівлогарифмічні діаграми* (графіки відношень) будують таким чином, щоб одна із шкал позначалась як логарифмічна, а друга – як арифметична. В даному випадку логарифмічний масштаб наносять на осі ординат, а на осі абсцис розташовують рівномірну (арифметичну) шкалу для відліку часу за прийнятими інтервалами (роки, місяці, дні і т.д.).



Логарифмічний масштаб характерний тим, що в ньому відрізки шкали пропорційні не зображуваним числовим величинам, а їх логарифмам.

Напівлогарифмічні діаграми доцільно і ефективно застосовувати для порівняння відносних змін в динамічних рядах з істотно різними абсолютними рівнями. Цей вид діаграм має особливу цінність для зображення пропорційних і процентних відношень, оскільки на цьому графіку кут нахилу кривої виражає відносні зміни, наприклад темпів зростання.

Різниці ординат точок кривої (їх приріст) пропорційні темпам зростання, так само як і на звичайній шкалі ці ординати пропорційні рівням ряду. Отже, за логарифмічною шкалою можна визначити процентне відношення між будь-якими її точками.

Перевага напівлогарифмічних діаграм в аналізі рядів динаміки полягає в тому, що вони дають більш правильне уявлення про темпи динаміки. Тому лінійні напівлогарифмічні діаграми ще називають діаграмами темпів. Діаграма з рівномірною арифметичною шкалою правильно передає абсолютні прирости обсягів того або іншого явища, а відносні прирости (темпи) спотворює. Так, якщо виробництво продукції зростає рівномірно, збільшуючись з року в рік, наприклад, на 3%, то це означає, що абсолютні річні прирости будуть весь час збільшуватися. На рівномірній координатній сітці лінія динаміки матиме вигляд зростаючої кривої, а на напівлогарифмічній – вид прямої. Напівлогарифмічний графік правильніше покаже темпи зміни досліджуваного явища, що має велике значення для аналізу динаміки, особливо за тривалий період.

Напівлогарифмічні діаграми широко використовуються при зображенні відносних змін величин, виражених в різних одиницях вимірювання. Це дає змогу на одній діаграмі порівнювати темпи зростання середньої заробітної плати, продуктивності праці, випуску продукції та інші показники.

У цьому разі логарифмічна шкала поділяється на декілька циклів. Цифри кожного циклу в 10 разів більше цифр нижчого циклу. Наприклад, в межах нижчого циклу значення показника змінюються від 1 до 10, другого від 10 до 100 і т.д. Кожен цикл відповідає зміні характеристики логарифма на одиницю. Для побудови логарифмічної шкали потрібно масштаб циклу (наприклад, один цикл дорівнює 5 см) помножити на логарифми чисел від 1 до 10 і одержані добутки нанести на вертикальну шкалу в межах кожного циклу. Число самих циклів визначається амплітудою коливання рівнів (різницею між максимальним і мінімальним значенням).

Найвиразнішими і такими, що легко сприймаються, є *зображувальні (картинні, фігурні діаграми)*, на яких дають художнє зображення будь-якого явища. Геометричні знаки (точки, лінії і т.п.) в зображувальних діаграмах замінюються фігурами, що якоюсь мірою символізують зовнішній образ зображуваного на графіку явища. Достоїнство таких графіків полягає у високому ступені наочності, в одержанні найкращого відображення порівнюваних явищ.

До статистичних карт відносять картограми і картодіаграми. Для характеристики територіального розміщення яких-небудь соціально-економічних явищ (щільність населення по регіонах країни, розподіл районів за рівнем урожайності, продуктивності тварин і т.д.) застосовують картограми.

*Картограма* являє собою схематичну географічну карту, на якій різною фарбою або штриховкою зображено розподіл будь-якого явища в межах зображуваної на карті території.

Картограми поділяють на фонові і точкові. *Фонова картограма* – вид картограми, на якій штриховкою різної густоти або фарбою різного ступеня насиченості зображають інтенсивність будь-якого показника в межах територіальної одиниці. Цей вид картограм, як правило, використовується для зображення середніх і відносних показників.

При побудові фонових картограм попередньо здійснюється групування даних за досліджуваною ознакою. При цьому звичайно виділяють невелику кількість груп (не більше 5-6), а для наочності інтервали закруглюють. Для кожної групи встановлюються своя штриховка (інтенсивність її повинна зростати по мірі зростання показника). Група господарств (район), що попадають в той або інший інтервал, позначається на карті відповідною штриховкою.

*Точкова діаграма* – вид картограми, на якій рівень досліджуваного показника зображується за допомогою точок. Точки зображують одну одиницю сукупності або деяку їх кількість, показуючи на географічній карті щільність або частоту появи певної ознаки. Цей вид картограм використовується здебільшого для відображення розміщення і концентрації абсолютних показників. При цьому розмір того або іншого показника по територіальних одиницях характеризується певною кількістю точок.

При побудові точкової діаграми всі точки, що наносяться на карту, повинні мати однаковий розмір, так як кожна з них характеризує певну величину. Точки легко підрахувати на карті. Необхідно продумати, яку величину буде означати кожна точка; якщо це дуже мале значення, то потрібна буде дуже велика кількість точок, і, навпаки, мала кількість точок не дасть враження густоти.

Загальним недоліком картограм є те, що в межах виділеної територіальної ділянки коливання статистичних показників чітко не вловлюється. Крім того, недоцільно зображувати абсолютні величини, так як вони відносяться до різних за величиною територій.

Картодіаграма – це поєднання схематичної географічної карти з однією з розглянутих вище діаграм (круговою, квадратною, стовпчиковою та ін.). Прикладом картодіаграм є географічна карта, на якій чисельність великих міст зображена у вигляді кіл різної величини.



## Питання для самоконтролю

1. Що таке статистична таблиця?
2. Хто і коли вперше застосував в економіко-статистичному дослідженні табличний метод?
3. У чому полягає суть статистичної таблиці, з яких елементів складається таблиця?
4. Які види таблиць за характером підмета Ви знаєте?
5. У чому перевага групових і комбінаційних таблиць порівняно з простими?
6. Що таке статистичні графіки і які вимоги до їх побудови?
7. Яке призначення графіків та які переваги графічного методу?
8. Які основні елементи графіків?
9. Які основні види графіків Ви знаєте?
10. Для відображення яких явищ найчастіше використовують графіки?



## Розв'язання типових задач

### Приклад 1.

Маємо дані про розмір посівних площ за групами культур у фермерському господарстві за 2012- 2013 рр., тис. га:

Рік	Культура				
	зернові	технічні	картопля, овочі і багатанні	кормові	всього
2012	27,0	5,7	3,9	20,1	56,7
2013	24,9	6,0	3,4	23,2	57,5

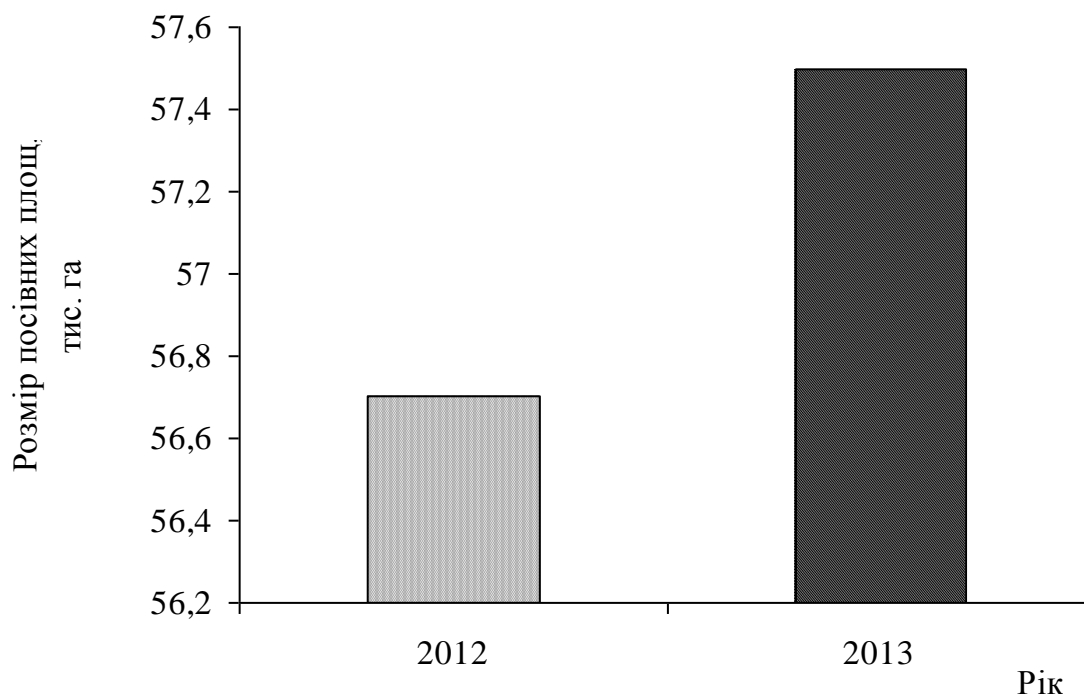
Зобразити розмір і структуру посівних площ графічно.

### Розв'язання:

1. Стовпчикові діаграми – це графіки, в яких різні величини подано у вигляді стовпчиків однакової ширини, які розташовані один від одного на однаковій відстані або щільно. Висота стовпчика визначається величиною досліджуваного явища.

Порівняємо за допомогою стовпчикової діаграми загальну посівну площу, яка відповідно становила 56,7 і 57,4 тис. га. Масштаб на осі ординат візьмемо таким: 10 тис. га на 1 см. Цифри, що характеризують загальний розмір посівної площі, напишемо в середині стовпчиків. Для наочності стовпчики рекомендується зробити у кольорі або заштрихувати.

Побудуємо стовпчикову діаграму (рис. 12.3).



**Рисунок 12.3 – Розмір посівних площ у фермерському господарстві за 2012- 2013 рр.**

2. Зобразимо структуру посівних площ за групами культур за допомогою секторної і стовпчикової діаграм.

Для побудови секторної діаграми абсолютні величини переводимо у проценти, а проценти у градуси. Кожен процент дорівнює  $3,6^\circ$  ( $360:100$ ). Результати розрахунків наведені у табл. 12.4.

**Таблиця 12.4 – Структура посівних площ за 2012-2013 рр.**

Культура	2012		2013	
	У % до підсумку	У градусах	У % до підсумку	У градусах
Зернові	47,6	171	43,3	156
Технічні	10,1	36	10,4	37
Картопля, овочеві і баштанні	6,9	25	5,9	21
Кормові	35,4	128	40,4	146
Всього	100,0	360	100,0	360

При порівнянні різних структур загальні площі кругів слід брати, як правило, однаковими. Для кращої наочності графіка сектори круга зобразимо різною штриховкою (рис. 12.4).

При побудові стовпчикової структурної діаграми висоту стовпчика беруть за 100% і поділяють на частини пропорційно структурі явищ. Щоб полегшити читання й аналіз таких діаграм, окремі складові роблять різного кольору або заштриховують (рис. 12.5).

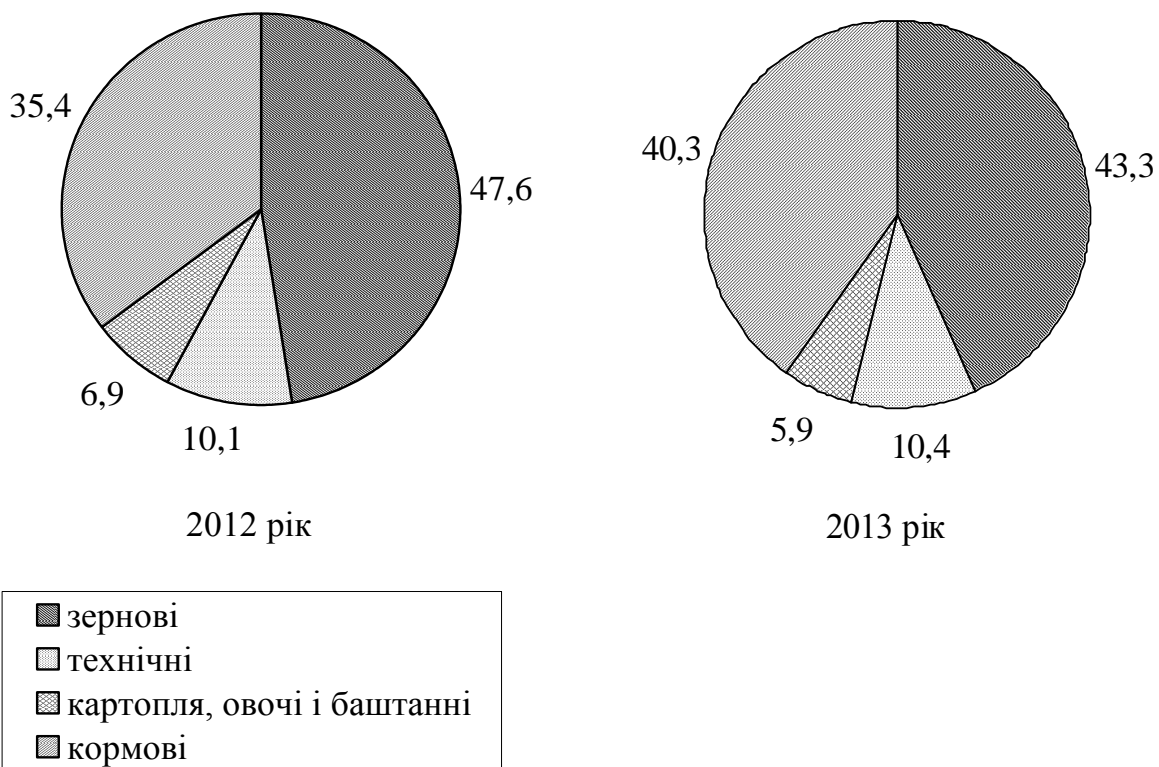


Рисунок 12.4 – Структура посівних площ у 2012-2013 рр.

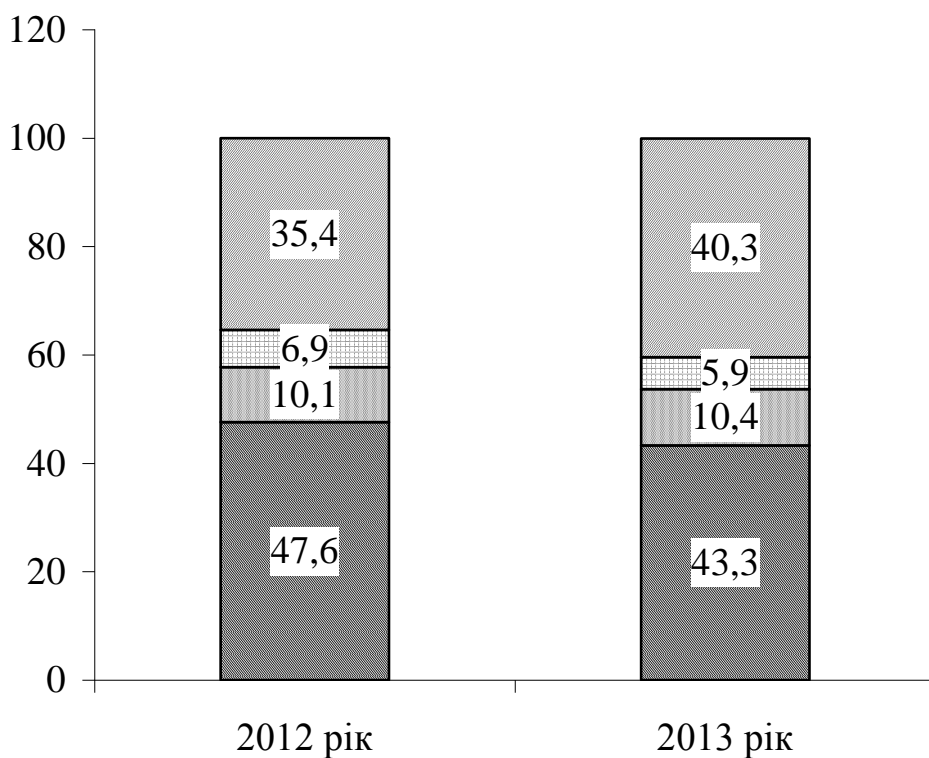


Рисунок 12.5 – Структура посівних площ у 2012-2013 рр.

Побудовані графіки показують, що у складі посівних площ найбільшу

питому вагу займають посіви зернових культур, а найменшу – посіви картоплі, овочевих та баштанних культур.



### *Навчальні завдання*

1. Побудувати макети таблиць, що характеризують:

- 1) чисельність українців, які проживають в Україні та в державах близького зарубіжжя і вважають рідною мовою українську або російську;
- 2) національний склад населення України за статтю і місцем проживання (місто, село) за даними останнього перепису населення;
- 3) витрати робочого часу через прогули, простої, неявки з дозволу адміністрації та страйки в окремих галузях економіки;
- 4) прийом до вищих навчальних закладів по галузевих групах вузів та формі навчання (денна, заочна).

Визначити підмет і присудок у макетах таблиць, вид таблиці за підметом та вид розробки присудка.

2. Побудувати макети таблиць, що характеризують:

- 1) основні показники діяльності підприємств за їх видами (виробничі, будівельні, заготівельні, торгові, обслуговуючі) за два останні роки;
- 2) думку сімей, які мають дітей до 16 років, про перспективу їх матеріального становища в найближчі роки (погіршиться, не зміниться, стане кращим);
- 3) комбінаційний розподіл земельних угідь за типом користувача (колективні, індивідуальні) та видом угідь (рілля, перелоги, сіножаті, вигони, пасовища);
- 4) комбінаційний розподіл сімей за кількістю кімнат, що вони займають (одна, дві, три), та видом поселення (міське, сільське).

Визначити підмет і присудок у макетах таблиць, вид таблиці за підметом та вид розробки присудка.

3. Використовуючи дані задачі 2 теми 2.2, графічно зобразити динаміку надходжень страхових платежів від добровільного особистого страхування життя. Зробити висновки.

4. Використовуючи дані задачі 1 теми 1.4, графічно зобразити виконання плану та структуру виробництва трикотажних костюмів на малому підприємстві. Зробити висновки.



## Контролюючі тести

1. Статистична таблиця представляє собою:

- а) форму найбільш раціонального представлення результатів статистичного спостереження;
- б) відомості, розташовані по рядках і графах;
- в) числові характеристики, розміщені у колонках таблиці;
- г) її макет.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

2. Статистичною є таблиця, у якій наведено:

- а) платіжний баланс країни за кварталами року;
- б) співвідношення чоловіків та жінок за регіонами.

Відповіді: 1) а; 2) а, б; 3) б; 4) –.

3. Статистичною є таблиця, у якій наведено:

- а) підсумки торгів на фондовій біржі;
- б) розклад руху приміських електропоїздів.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

4. За характером розробки підмету розрізняють статистичні таблиці:

- а) прості;
- б) аналітичні;
- в) перелікові;
- г) комбінаційні.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

5. За характером розробки присудка розрізняють статистичні таблиці:

- а) прості;
- б) перелікові;
- в) аналітичні;
- в) складні.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, в; 4) г.

6. Рівень економічного розвитку країн характеризується даними:

Країна	ВВП на душу населення, дол. США	Енергоспоживання ВВП, КНЕ/1000 дол. США
А	5123	272
В	2654	218
С	3618	141
Д	4852	252

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста; б) групова;  
в) комбінаційна; г) аналітична.  
Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

7. За даними соціологічного опитування умови життя населення країни оцінюються так:

Оцінка	Дуже добрі	Відносно добрі	Задовільні	Дуже погані	Разом
Кількість респондентів, % до підсумку	5	56	32	7	100

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста; б) групова;  
в) аналітична; г) типологічна.  
Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

8. До елементів статистичного графіка не належить:

- а) поле графіка; б) масштабні орієнтири;  
в) геометричні знаки; г) експлікація графіка.  
Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

9. За загальним призначенням графіки поділяють на:

- а) лінійні; б) аналітичні;  
в) стовпчикові; г) ілюстративні.  
Відповіді: 1) а, в; 2) б; 3) в; 4) б, г.

10. При зображенні на графіку взаємозв'язку між факторною та результативною ознаками застосовуються діаграми:

- а) стовпчикові; б) фігурні;  
в) секторні; д) кільцеві.  
Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г.



## **РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

### **ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА**

#### **Законодавча база**

1. Закон України “Про державну статистику” від 17 вересня 1992 року № 2615-ХІІ зі змінами і доповненнями. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
2. Закон України «Про всеукраїнський перепис населення» від 19 жовтня 2000 року № 2058-ІІІ зі змінами і доповненнями. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>
3. Закон України «Про інформацію» від 2 жовтня 1992 року № 2658-ХІІ зі змінами і доповненнями. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>
4. Класифікація видів економічної діяльності. КВЕД-2010. Затверджений наказом Держкомстату від 23.12.12 р. №396. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
5. Національне положення (стандарт) бухгалтерського обліку 1 «Загальні вимоги до фінансової звітності» активів. Затверджено наказом Міністерства фінансів України 07.02.2013 р. № 73 зі змінами. – Режим доступу: <http://www.buhgalter911.com>
6. Порядок проведення перевірок достовірності первинних і статистичних даних, вивчення стану первинного обліку та статистичної звітності органами статистики. Затверджений наказом Держкомстату України від 19.06.03 р. № 186. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.

#### **Основні підручники і посібники**

7. Ковтун Н. В. Теорія статистики : підручник / Н.В. Ковтун. – К.: Знання, 2012. – 400 с.
8. Лугінін, О.Є. Статистика: Підручник: ЗМОіНУ. – 2 вид., перероб. та доп. – К.: ЦУЛ, 2007. – 608с.
9. Мармоза А. Т. Теорія статистики: підручник / А. Т. Мармоза. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – К. : Центр учбової літератури, 2013. – 592 с.
10. Статистика: навч. посібник / [О. В. Раєвнева, І. В. Аксьонова, Л. В. Гриневич та ін. ; під ред. О. В. Раєвневої] ; М-во освіти і науки України, Харк. нац. екон. ун-т. – Х. : ІНЖЕК, 2011. – 504 с.
11. Статистика: Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. / О.В. Прокопова, О.О. Горошанська, І.А. Бігдан, Н.Н. Гаркуша / Харк. держ. університет харчування та торгівлі. – Харків, 2006.- 194 с.
12. Статистика: Навчально-методичний посібник. / О.В. Прокопова, О.О. Горошанська / Харк. держ. університет харчування та торгівлі. – Харків, 2013.- 136 с.

13. Статистика: Практикум. / Прокопова О.В., Горошанська О.О. / – ДОД ХДУХТ, 2010. – 153 с.
14. Статистика: структурно-логічні схеми та задачі: Навч. посіб.: РМОіНУ/ А.М. Єріна, В.Б. Захожай, І.Г. Манцуров, І.А. Гончар, О.К. Мазуренко, З.О. Пальян; За наук. ред. А.М. Єріної. – К.: КНЕУ, 2007. – 304с.
15. Стегней М.І. Статистика: кредитно-модульний курс: навч. посібник / М.І Стегней, І.О. Іртищева; М-во освіти і науки України, Мукачівський держ. ун-т. – К. : Кондор, 2012. – 306 с.
16. Тарасенко І.О. Статистика: Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 344 с.
17. Ткач Є.І. Загальна теорія статистики: підручник [для студ. вищ. навч. зал.] / Ткач Є.І., Сторожук В.П. – [3-тє вид.] – К.: Центр навчальної літератури, 2009. – 442 с.
18. Чернелевський Л.М., Соломчук Л.М., Переп'яцько М.В. Статистика: Підручник. – К.: НУХТ, 2012. – 207 с.

#### *ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА*

19. Елисеєва І.І., Юзбашев М.М. Общая теория статистики: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2004. – 544 с.
20. Єріна А.М. Організація вибіркового спостереження : навч. посіб. / А.М. Єріна. - К. : КНЕУ, 2004. – 127 с.
21. Захожай В.Б. Статистика : підручник / В.Б. Захожай, І.І. Попов. - К. : МАУП, 2006. – 536 с.
22. Общая теория статистики: Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности: Учебник /А.И.Харламов, О.Э. Башина и др.; Под ред. А.А. Спирина. - М.: Финансы и статистика, 2006 – 296 с.
23. Опря А.Т. Статистика : навч. посіб. / А.Т. Опря. - К. : Центр навч. л-ри, 2005. – 472 с.
24. Парфенцева Н.О. Міжнародні статистичні класифікації в Україні: впровадження й використання / Н.О. Парфенцева. - К. : Основи, 2000. – 351 с.
25. Плошко Б.Г., Елисеєва І.І. История статистики: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1990.
26. Попов І.І. Теорія статистики. Практикум : навч. посіб. / І.І. Попов. – К.: КНТЕУ, 2006. – 290 с.
27. Сигел З. Практическая бизнес-статистика : пер. с англ. / З. Сигел. – М. : Вильямс, 2002. – 1021 с.
28. Статистичний словник / за ред. О.Г. Осауленка; Держ. служба статистики України, Наук.-техн. комплекс стат. досліджень. – К.: Інформ.-аналіт. агентство, 2012. – 499 с.

**ПЕРЕЛІК НАОЧНИХ ТА ІНШИХ ПОСІБНИКІВ, МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК  
ДО ПРОВЕДЕННЯ КОНКРЕТНИХ ВИДІВ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ**

29. Методичні вказівки з використання ПЕОМ при розв'язанні статистичних задач. Для студентів економічних спеціальностей. Укладач: Горошанська О.О. – Харків: ХДУХТ, 2006.
30. Статистика. Альбом візуального супроводження для студентів напрямів підготовки 6.140101 “Готельно-ресторанна справа” та 6.030601 „Менеджмент”. Укладач: Горошанська О.О. – Харків: ХДУХТ, 2010.
31. Статистика. Лекція "История возникновения статистики" / сост. Е.В.Прокопова, Е.Ю.Ляшенко. – Харків: ХДУХТ, 2011. – 43с.
32. Статистика. Завдання для тестового контролю знань студентів для студентів економічних спеціальностей. Укладачі: Прокопова О.В, Гаркуша Н.М. – Харків: ХДУХТ, 2005.
33. Статистика. Методичні вказівки та індивідуальні завдання для самостійної роботи студентів усіх напрямів підготовки. Навчальне видання. Укладачі: Прокопова О.В., Горошанська О.О., Ляшенко О.Ю. – Харків: ХДУХТ, 2010.
34. Статистика. Методичні рекомендації для виконання контрольної роботи з дисципліни «Статистика» для студентів заочного відділення всіх спеціальностей. Навчальне видання. Укладачі: Прокопова О.В., Свирид М.В., Малько О.Ю. – Харків: ХДУХТ, 2008.
35. Статистика. Опорний конспект лекцій для студентів економічних спеціальностей. / Навчальне видання. Укладачі; Прокопова О.В., Горошанська О.О. – Харків: ХДАТОХ, 2000.

$$\text{Значення функції } \varphi_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3698
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0395	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0353	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002

**Значення критерію Пірсона  $\chi^2$   
для рівня істотності 0,10; 0,05; 0,01**

<i>k</i>	<i>0,10</i>	<i>0,05</i>	<i>0,01</i>	<i>k</i>	<i>0,10</i>	<i>0,05</i>	<i>0,01</i>
1	2,71	3,84	6,63	21,00	29,62	32,67	38,93
2	4,61	5,99	9,21	22,00	30,81	33,92	40,29
3	6,25	7,81	11,34	23,00	32,01	35,17	41,64
4	7,78	9,49	13,28	24,00	33,20	36,42	42,98
5	9,24	11,07	15,09	25,00	34,38	37,65	44,31
6	10,64	12,59	16,81	26,00	35,56	38,89	45,64
7	12,02	14,07	18,48	27,00	36,74	40,11	46,96
8	13,36	15,51	20,09	28,00	37,92	41,34	48,28
9	14,68	16,92	21,67	29,00	39,09	42,56	49,59
10	16,01	18,31	23,21	30,00	40,26	43,77	50,89
11	17,28	19,68	24,72	40,00	51,80	55,76	63,69
12	18,55	21,03	26,22	50,00	63,17	67,50	76,15
13	19,81	22,36	27,69	60,00	74,40	79,08	88,38
14	21,06	23,68	29,14	70,00	85,53	90,53	100,42
15	22,31	25,00	30,58	80,00	96,58	101,88	112,33
16	23,54	26,30	32,00	90,00	107,56	113,14	124,12
17	24,77	27,59	33,41	100,00	118,50	124,34	135,81
18	25,99	28,87	34,81				
19	27,20	30,14	36,19				
20	28,41	31,41	37,57				

Ймовірності розподілу Колмогорова  $\lambda$ 

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0013	0,0019
0,4	0,0028	0,0040	0,0055	0,0074	0,0097	0,0126	0,0160	0,0200	0,0247	0,0300
0,5	0,0361	0,0428	0,0503	0,0585	0,0675	0,0772	0,0876	0,0987	0,1104	0,1228
0,6	0,1357	0,1492	0,1633	0,1778	0,1927	0,2080	0,2236	0,2396	0,2558	0,2722
0,7	0,2888	0,3055	0,3223	0,3391	0,3560	0,3728	0,3896	0,4064	0,4230	0,4395
0,8	0,4559	0,4720	0,4880	0,5038	0,5194	0,5347	0,5497	0,5645	0,5791	0,5933
0,9	0,6073	0,6209	0,6343	0,6473	0,6601	0,6725	0,6846	0,6964	0,7079	0,7191
1,0	0,7300	0,7406	0,7508	0,7608	0,7704	0,7798	0,7889	0,7976	0,8061	0,8143
1,1	0,8223	0,8300	0,8374	0,8445	0,8514	0,8580	0,8644	0,8706	0,8765	0,8823
1,2	0,8878	0,8930	0,8981	0,9030	0,9076	0,9121	0,9164	0,9206	0,9245	0,9283
1,3	0,9319	0,9354	0,9387	0,9418	0,9449	0,9478	0,9505	0,9531	0,9557	0,9580
1,4	0,9603	0,9625	0,9646	0,9665	0,9684	0,9702	0,9718	0,9734	0,9750	0,9764
1,5	0,9778	0,9791	0,9803	0,9815	0,9826	0,9836	0,9846	0,9855	0,9864	0,9873
1,6	0,9880	0,9888	0,9895	0,9902	0,9908	0,9914	0,9919	0,9924	0,9929	0,9934
1,7	0,9938	0,9942	0,9946	0,9950	0,9953	0,9956	0,9959	0,9962	0,9965	0,9967
1,8	0,9969	0,9971	0,9973	0,9975	0,9977	0,9979	0,9980	0,9982	0,9983	0,9984
1,9	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9991	0,9992	0,9993
2,0	0,9993	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
2,1	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999
2,2	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,3	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

**Критичні значення кореляційного відношення  $\eta^2$  і  
коефіцієнта детермінації  $R^2$  при рівні значимості 0,05**

$k_2$	$k_1$						
	1	2	3	4	5	6	7
5	0,569	0,699	0,764	0,806	0,835	0,854	0,872
6	0,500	0,632	0,704	0,751	0,785	0,811	0,831
7	0,444	0,575	0,651	0,702	0,739	0,768	0,791
8	0,399	0,527	0,604	0,657	0,697	0,729	0,754
9	0,362	0,488	0,563	0,618	0,659	0,692	0,719
10	0,332	0,451	0,527	0,582	0,624	0,659	0,687
12	0,283	0,394	0,466	0,521	0,564	0,600	0,630
14	0,247	0,348	0,417	0,471	0,514	0,550	0,580
16	0,219	0,312	0,378	0,429	0,477	0,507	0,538
18	0,197	0,283	0,345	0,394	0,435	0,470	0,501
20	0,179	0,259	0,318	0,364	0,404	0,432	0,468
22	0,164	0,238	0,294	0,339	0,377	0,410	0,439
24	0,151	0,221	0,273	0,316	0,353	0,385	0,414
26	0,140	0,206	0,256	0,297	0,332	0,363	0,391
28	0,130	0,193	0,240	0,279	0,314	0,344	0,371
30	0,122	0,182	0,227	0,264	0,297	0,326	0,353
40	0,093	0,139	0,176	0,207	0,234	0,259	0,282
50	0,075	0,113	0,143	0,170	0,194	0,216	0,235
60	0,063	0,095	0,121	0,144	0,165	0,184	0,202
80	0,047	0,072	0,093	0,110	0,127	0,142	0,156
100	0,038	0,058	0,075	0,090	0,103	0,116	0,128
120	0,032	0,049	0,063	0,080	0,087	0,098	0,109
200	0,019	0,030	0,038	0,046	0,053	0,060	0,067
400	0,010	0,015	0,019	0,023	0,027	0,031	0,034

Таблиця значень F-критерію Фішера при рівні значимості  $\alpha = 0,05$ 

$k_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
$k_2$										
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62



## Продовження додатку Д

	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

Критичні значення t-критерію Стьюдента  
при рівні значимості 0,10; 0,05; 0,01

Число ступенів вільності	α			Число ступенів вільності	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	00	1,6449	1,9600	2,5758

## Середні коефіцієнти зростання

Коефіцієнт зростання (К)	Середній коефіцієнт динаміки								
	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$	$\sqrt[4]{\quad}$	$\sqrt[5]{\quad}$	$\sqrt[6]{\quad}$	$\sqrt[7]{\quad}$	$\sqrt[8]{\quad}$	$\sqrt[9]{\quad}$	$\sqrt[10]{\quad}$
0,860	0,9274	0,9510	0,9630	0,9703	0,9752	0,9787	0,9813	0,9834	0,9850
0,865	0,9301	0,9528	0,9644	0,9714	0,9761	0,9795	0,9820	0,9840	0,9856
0,870	0,9327	0,9546	0,9658	0,9725	0,9771	0,9803	0,9827	0,9846	0,9862
0,875	0,9354	0,9565	0,9672	0,9736	0,9780	0,9811	0,9834	0,9853	0,9867
0,880	0,9381	0,9583	0,9685	0,9748	0,9789	0,9819	0,9841	0,9859	0,9873
0,885	0,9407	0,9601	0,9699	0,9759	0,9798	0,9827	0,9848	0,9865	0,9879
0,890	0,9434	0,9619	0,9713	0,9770	0,9808	0,9835	0,9855	0,9871	0,9884
0,895	0,9460	0,9637	0,9726	0,9781	0,9817	0,9843	0,9862	0,9877	0,9890
0,900	0,9487	0,9655	0,9740	0,9791	0,9826	0,9851	0,9869	0,9884	0,9895
0,905	0,9513	0,9673	0,9754	0,9802	0,9835	0,9858	0,9876	0,9890	0,9901
0,910	0,9539	0,9691	0,9767	0,9813	0,9844	0,9866	0,9883	0,9896	0,9906
0,915	0,9566	0,9708	0,9780	0,9824	0,9853	0,9874	0,9890	0,9902	0,9912
0,920	0,9592	0,9726	0,9794	0,9835	0,9862	0,9882	0,9896	0,9908	0,9917
0,925	0,9618	0,9743	0,9807	0,9845	0,9871	0,9889	0,9903	0,9914	0,9922
0,930	0,9644	0,9761	0,9820	0,9856	0,9880	0,9897	0,9910	0,9920	0,9928
0,935	0,9670	0,9778	0,9833	0,9866	0,9889	0,9904	0,9916	0,9926	0,9933
0,940	0,9695	0,9796	0,9847	0,9877	0,9897	0,9912	0,9923	0,9931	0,9938
0,945	0,9721	0,9813	0,9860	0,9887	0,9906	0,9920	0,9930	0,9937	0,9944
0,950	0,9747	0,9830	0,9873	0,9898	0,9915	0,9927	0,9936	0,9943	0,9949
0,955	0,9772	0,9848	0,9886	0,9908	0,9924	0,9934	0,9943	0,9949	0,9954
0,960	0,9798	0,9865	0,9898	0,9919	0,9932	0,9942	0,9949	0,9955	0,9959
0,965	0,9823	0,9882	0,9911	0,9929	0,9941	0,9949	0,9956	0,9960	0,9964
0,970	0,9849	0,9899	0,9924	0,9939	0,9949	0,9957	0,9962	0,9966	0,9970
0,975	0,9874	0,9916	0,9937	0,9949	0,9958	0,9964	0,9968	0,9972	0,9975
0,980	0,9899	0,9933	0,9950	0,9960	0,9966	0,9971	0,9975	0,9978	0,9980
0,985	0,9925	0,9950	0,9962	0,9970	0,9975	0,9978	0,9981	0,9983	0,9985
0,990	0,9950	0,9967	0,9975	0,9980	0,9983	0,9986	0,9987	0,9989	0,9990
0,995	0,9975	0,9983	0,9987	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	0,9994	0,9995
1,000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1,005	1,0025	1,0017	1,0012	1,0010	1,0008	1,0007	1,0006	1,0006	1,0005
1,010	1,0050	1,0033	1,0025	1,0020	1,0017	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010
1,015	1,0075	1,0050	1,0037	1,0030	1,0025	1,0021	1,0019	1,0017	1,0015
1,020	1,0100	1,0066	1,0050	1,0040	1,0033	1,0028	1,0025	1,0022	1,0020
1,025	1,0124	1,0083	1,0062	1,0050	1,0041	1,0035	1,0031	1,0027	1,0025
1,030	1,0149	1,0099	1,0074	1,0059	1,0049	1,0042	1,0037	1,0033	1,0030
1,035	1,0173	1,0115	1,0086	1,0069	1,0058	1,0049	1,0043	1,0038	1,0034
1,040	1,0198	1,0132	1,0099	1,0079	1,0066	1,0056	1,0049	1,0044	1,0039
1,045	1,0223	1,0148	1,0111	1,0088	1,0074	1,0063	1,0055	1,0049	1,0044
1,050	1,0247	1,0164	1,0123	1,0098	1,0082	1,0070	1,0061	1,0054	1,0049
1,055	1,0271	1,0180	1,0135	1,0108	1,0090	1,0077	1,0067	1,0060	1,0054

## Продовження додатку Ж

(К)	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$	$\sqrt[4]{\quad}$	$\sqrt[5]{\quad}$	$\sqrt[6]{\quad}$	$\sqrt[7]{\quad}$	$\sqrt[8]{\quad}$	$\sqrt[9]{\quad}$	$\sqrt[10]{\quad}$
1,060	1,0296	1,0196	1,0147	1,0117	1,0098	1,0084	1,0073	1,0065	1,0058
1,065	1,0320	1,0212	1,0159	1,0127	1,0106	1,0090	1,0079	1,0070	1,0063
1,070	1,0344	1,0228	1,0171	1,0136	1,0113	1,0097	1,0085	1,0075	1,0068
1,075	1,0368	1,0244	1,0182	1,0146	1,0121	1,0104	1,0091	1,0081	1,0073
1,080	1,0392	1,0260	1,0194	1,0155	1,0129	1,0111	1,0097	1,0086	1,0077
1,085	1,0416	1,0276	1,0206	1,0164	1,0137	1,0117	1,0102	1,0091	1,0082
1,090	1,0440	1,0291	1,0218	1,0174	1,0145	1,0124	1,0108	1,0096	1,0087
1,095	1,0464	1,0307	1,0229	1,0183	1,0152	1,0130	1,0114	1,0101	1,0091
1,100	1,0488	1,0323	1,0241	1,0192	1,0160	1,0137	1,0120	1,0106	1,0096
1,105	1,0512	1,0338	1,0253	1,0202	1,0168	1,0144	1,0126	1,0112	1,0100
1,110	1,0536	1,0354	1,0264	1,0211	1,0175	1,0150	1,0131	1,0117	1,0105
1,115	1,0559	1,0370	1,0276	1,0220	1,0183	1,0157	1,0137	1,0122	1,0109
1,120	1,0583	1,0385	1,0287	1,0229	1,0191	1,0163	1,0143	1,0127	1,0114
1,125	1,0607	1,0400	1,0299	1,0238	1,0198	1,0170	1,0148	1,0132	1,0118
1,130	1,0630	1,0416	1,0310	1,0247	1,0206	1,0176	1,0154	1,0137	1,0123
1,135	1,0654	1,0431	1,0322	1,0256	1,0213	1,0183	1,0160	1,0142	1,0127
1,140	1,0677	1,0446	1,0333	1,0266	1,0221	1,0189	1,0165	1,0147	1,0132
1,145	1,0700	1,0462	1,0344	1,0275	1,0228	1,0195	1,0171	1,0152	1,0136
1,150	1,0724	1,0477	1,0356	1,0283	1,0236	1,0202	1,0176	1,0157	1,0141
1,155	1,0747	1,0492	1,0367	1,0292	1,0243	1,0208	1,0182	1,0161	1,0145
1,160	1,0770	1,0507	1,0378	1,0301	1,0250	1,0214	1,0187	1,0166	1,0150
1,165	1,0794	1,0522	1,0389	1,0310	1,0258	1,0221	1,0193	1,0171	1,0154
1,170	1,0817	1,0537	1,0400	1,0319	1,0265	1,0227	1,0198	1,0176	1,0158
1,175	1,0840	1,0552	1,0411	1,0328	1,0272	1,0233	1,0204	1,0181	1,0163
1,180	1,0863	1,0567	1,0422	1,0337	1,0280	1,0239	1,0209	1,0186	1,0167
1,185	1,0886	1,0582	1,0433	1,0345	1,0287	1,0245	1,0214	1,0190	1,0171
1,190	1,0909	1,0597	1,0444	1,0354	1,0294	1,0252	1,0220	1,0195	1,0175
1,195	1,0932	1,0612	1,0455	1,0363	1,0301	1,0258	1,0225	1,0200	1,0180
1,200	1,0954	1,0627	1,0466	1,0371	1,0309	1,0264	1,0231	1,0205	1,0184
1,205	1,0977	1,0641	1,0477	1,0380	1,0316	1,0270	1,0236	1,0209	1,0188
1,210	1,1000	1,0656	1,0488	1,0389	1,0323	1,0276	1,0241	1,0214	1,0192
1,215	1,1023	1,0671	1,0499	1,0397	1,0330	1,0282	1,0246	1,0219	1,0197
1,220	1,1045	1,0685	1,0510	1,0406	1,0337	1,0288	1,0252	1,0223	1,0201
1,225	1,1068	1,0700	1,0520	1,0414	1,0344	1,0294	1,0257	1,0228	1,0205
1,230	1,1091	1,0714	1,0531	1,0423	1,0351	1,0300	1,0262	1,0233	1,0209
1,235	1,1113	1,0729	1,0542	1,0431	1,0358	1,0306	1,0267	1,0237	1,0213
1,240	1,1136	1,0743	1,0553	1,0440	1,0365	1,0312	1,0273	1,0242	1,0217
1,245	1,1158	1,0758	1,0563	1,0448	1,0372	1,0318	1,0278	1,0246	1,0222
1,250	1,1180	1,0772	1,0574	1,0456	1,0379	1,0324	1,0283	1,0251	1,0226
1,255	1,1203	1,0787	1,0584	1,0465	1,0386	1,0330	1,0288	1,0256	1,0230
1,260	1,1225	1,0801	1,0595	1,0473	1,0393	1,0336	1,0293	1,0260	1,0234
1,265	1,1247	1,0815	1,0605	1,0481	1,0400	1,0342	1,0298	1,0265	1,0238
1,270	1,1269	1,0829	1,0616	1,0490	1,0406	1,0347	1,0303	1,0269	1,0242
1,275	1,1292	1,0844	1,0626	1,0498	1,0413	1,0353	1,0308	1,0274	1,0246

Продовження додатку Ж

(К)	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$	$\sqrt[4]{\quad}$	$\sqrt[5]{\quad}$	$\sqrt[6]{\quad}$	$\sqrt[7]{\quad}$	$\sqrt[8]{\quad}$	$\sqrt[9]{\quad}$	$\sqrt[10]{\quad}$
1,280	1,1314	1,0858	1,0637	1,0506	1,0420	1,0359	1,0313	1,0278	1,0250
1,285	1,1336	1,0872	1,0647	1,0514	1,0427	1,0365	1,0318	1,0283	1,0254
1,290	1,1358	1,0886	1,0657	1,0522	1,0434	1,0370	1,0323	1,0287	1,0258
1,295	1,1380	1,0900	1,0668	1,0531	1,0440	1,0376	1,0328	1,0291	1,0262
1,300	1,1402	1,0914	1,0678	1,0539	1,0447	1,0382	1,0333	1,0296	1,0266
1,305	1,1424	1,0928	1,0688	1,0547	1,0454	1,0388	1,0338	1,0300	1,0270
1,310	1,1446	1,0942	1,0698	1,0555	1,0460	1,0393	1,0343	1,0305	1,0274
1,315	1,1467	1,0956	1,0709	1,0563	1,0467	1,0399	1,0348	1,0309	1,0278
1,320	1,1489	1,0970	1,0719	1,0571	1,0474	1,0405	1,0353	1,0313	1,0282
1,325	1,1511	1,0983	1,0729	1,0579	1,0480	1,0410	1,0358	1,0318	1,0285
1,330	1,1533	1,0997	1,0739	1,0587	1,0487	1,0416	1,0363	1,0322	1,0289
1,335	1,1554	1,1011	1,0749	1,0595	1,0493	1,0421	1,0368	1,0326	1,0293
1,340	1,1576	1,1025	1,0759	1,0603	1,0500	1,0427	1,0373	1,0331	1,0297
1,345	1,1597	1,1038	1,0769	1,0611	1,0506	1,0433	1,0377	1,0335	1,0301
1,350	1,1619	1,1052	1,0779	1,0619	1,0513	1,0438	1,0382	1,0339	1,0305
1,355	1,1640	1,1066	1,0789	1,0626	1,0519	1,0444	1,0387	1,0343	1,0308
1,360	1,1662	1,1079	1,0799	1,0634	1,0526	1,0449	1,0392	1,0348	1,0312
1,365	1,1683	1,1093	1,0809	1,0642	1,0532	1,0455	1,0397	1,0352	1,0316
1,370	1,1705	1,1106	1,0819	1,0650	1,0539	1,0460	1,0401	1,0356	1,0320
1,375	1,1726	1,1120	1,0829	1,0658	1,0545	1,0465	1,0406	1,0360	1,0324
1,380	1,1747	1,1133	1,0839	1,0665	1,0551	1,0471	1,0411	1,0364	1,0327
1,385	1,1769	1,1147	1,0848	1,0673	1,0558	1,0476	1,0416	1,0369	1,0331
1,390	1,1790	1,1160	1,0858	1,0681	1,0564	1,0482	1,0420	1,0373	1,0335
1,395	1,1811	1,1174	1,0868	1,0688	1,0571	1,0487	1,0425	1,0377	1,0338
1,400	1,1832	1,1187	1,0878	1,0696	1,0577	1,0492	1,0430	1,0381	1,0342
1,405	1,1853	1,1200	1,0887	1,0704	1,0583	1,0498	1,0434	1,0385	1,0346
1,410	1,1874	1,1213	1,0897	1,0711	1,0589	1,0503	1,0439	1,0389	1,0350
1,415	1,1895	1,1227	1,0907	1,0719	1,0596	1,0508	1,0443	1,0393	1,0353
1,420	1,1916	1,1240	1,0916	1,0726	1,0602	1,0514	1,0448	1,0397	1,0357
1,425	1,1937	1,1253	1,0926	1,0734	1,0608	1,0519	1,0453	1,0401	1,0361
1,430	1,1958	1,1266	1,0935	1,0742	1,0614	1,0524	1,0457	1,0405	1,0364
1,435	1,1979	1,1279	1,0945	1,0749	1,0620	1,0529	1,0462	1,0409	1,0368
1,440	1,2000	1,1292	1,0954	1,0757	1,0627	1,0535	1,0466	1,0413	1,0371
1,445	1,2021	1,1305	1,0964	1,0764	1,0633	1,0540	1,0471	1,0417	1,0375
1,450	1,2042	1,1319	1,0973	1,0771	1,0639	1,0545	1,0475	1,0421	1,0379
1,455	1,2062	1,1332	1,0983	1,0779	1,0645	1,0550	1,0480	1,0425	1,0382
1,460	1,2083	1,1344	1,0992	1,0786	1,0651	1,0556	1,0484	1,0429	1,0386
1,465	1,2104	1,1357	1,1002	1,0794	1,0657	1,0561	1,0489	1,0433	1,0389
1,470	1,2124	1,1370	1,1011	1,0801	1,0663	1,0566	1,0493	1,0437	1,0393
1,475	1,2145	1,1383	1,1020	1,0808	1,0669	1,0571	1,0498	1,0441	1,0396
1,480	1,2166	1,1396	1,1030	1,0816	1,0675	1,0576	1,0502	1,0445	1,0400
1,485	1,2186	1,1409	1,1039	1,0823	1,0681	1,0581	1,0507	1,0449	1,0403
1,490	1,2207	1,1422	1,1048	1,0830	1,0687	1,0586	1,0511	1,0453	1,0407
1,495	1,2227	1,1434	1,1058	1,0837	1,0693	1,0591	1,0516	1,0457	1,0410

Продовження додатку Ж

(К)	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$	$\sqrt[4]{\quad}$	$\sqrt[5]{\quad}$	$\sqrt[6]{\quad}$	$\sqrt[7]{\quad}$	$\sqrt[8]{\quad}$	$\sqrt[9]{\quad}$	$\sqrt[10]{\quad}$
1,500	1,2247	1,1447	1,1067	1,0845	1,0699	1,0596	1,0520	1,0461	1,0414
1,505	1,2268	1,1460	1,1076	1,0852	1,0705	1,0601	1,0524	1,0465	1,0417
1,510	1,2288	1,1473	1,1085	1,0859	1,0711	1,0606	1,0529	1,0469	1,0421
1,515	1,2309	1,1485	1,1094	1,0866	1,0717	1,0611	1,0533	1,0472	1,0424
1,520	1,2329	1,1498	1,1104	1,0873	1,0723	1,0616	1,0537	1,0476	1,0428
1,525	1,2349	1,1510	1,1113	1,0881	1,0729	1,0621	1,0542	1,0480	1,0431
1,530	1,2369	1,1523	1,1122	1,0888	1,0735	1,0626	1,0546	1,0484	1,0434
1,535	1,2390	1,1535	1,1131	1,0895	1,0740	1,0631	1,0550	1,0488	1,0438
1,540	1,2410	1,1548	1,1140	1,0902	1,0746	1,0636	1,0555	1,0491	1,0441
1,545	1,2430	1,1560	1,1149	1,0909	1,0752	1,0641	1,0559	1,0495	1,0445
1,550	1,2450	1,1573	1,1158	1,0916	1,0758	1,0646	1,0563	1,0499	1,0448
1,555	1,2470	1,1585	1,1167	1,0923	1,0764	1,0651	1,0567	1,0503	1,0451
1,560	1,2490	1,1598	1,1176	1,0930	1,0769	1,0656	1,0572	1,0507	1,0455
1,565	1,2510	1,1610	1,1185	1,0937	1,0775	1,0661	1,0576	1,0510	1,0458
1,570	1,2530	1,1623	1,1194	1,0944	1,0781	1,0666	1,0580	1,0514	1,0461
1,575	1,2550	1,1635	1,1203	1,0951	1,0786	1,0670	1,0584	1,0518	1,0465
1,580	1,2570	1,1647	1,1212	1,0958	1,0792	1,0675	1,0588	1,0521	1,0468
1,585	1,2590	1,1659	1,1220	1,0965	1,0798	1,0680	1,0593	1,0525	1,0471
1,590	1,2610	1,1672	1,1229	1,0972	1,0804	1,0685	1,0597	1,0529	1,0475
1,595	1,2629	1,1684	1,1238	1,0979	1,0809	1,0690	1,0601	1,0532	1,0478
1,600	1,2649	1,1696	1,1247	1,0986	1,0815	1,0694	1,0605	1,0536	1,0481
1,605	1,2669	1,1708	1,1256	1,0992	1,0820	1,0699	1,0609	1,0540	1,0484
1,610	1,2689	1,1720	1,1264	1,0999	1,0826	1,0704	1,0613	1,0543	1,0488
1,615	1,2708	1,1733	1,1273	1,1006	1,0832	1,0709	1,0617	1,0547	1,0491
1,620	1,2728	1,1745	1,1282	1,1013	1,0837	1,0713	1,0622	1,0551	1,0494
1,625	1,2748	1,1757	1,1291	1,1020	1,0843	1,0718	1,0626	1,0554	1,0497
1,630	1,2767	1,1769	1,1299	1,1026	1,0848	1,0723	1,0630	1,0558	1,0501
1,635	1,2787	1,1781	1,1308	1,1033	1,0854	1,0728	1,0634	1,0561	1,0504
1,640	1,2806	1,1793	1,1316	1,1040	1,0859	1,0732	1,0638	1,0565	1,0507
1,645	1,2826	1,1805	1,1325	1,1047	1,0865	1,0737	1,0642	1,0569	1,0510
1,650	1,2845	1,1817	1,1334	1,1053	1,0870	1,0742	1,0646	1,0572	1,0514
1,655	1,2865	1,1829	1,1342	1,1060	1,0876	1,0746	1,0650	1,0576	1,0517
1,660	1,2884	1,1840	1,1351	1,1067	1,0881	1,0751	1,0654	1,0579	1,0520
1,665	1,2903	1,1852	1,1359	1,1073	1,0887	1,0756	1,0658	1,0583	1,0523
1,670	1,2923	1,1864	1,1368	1,1080	1,0892	1,0760	1,0662	1,0586	1,0526
1,675	1,2942	1,1876	1,1376	1,1087	1,0898	1,0765	1,0666	1,0590	1,0529
1,680	1,2961	1,1888	1,1385	1,1093	1,0903	1,0769	1,0670	1,0593	1,0532
1,685	1,2981	1,1900	1,1393	1,1100	1,0909	1,0774	1,0674	1,0597	1,0536
1,690	1,3000	1,1911	1,1402	1,1107	1,0914	1,0778	1,0678	1,0600	1,0539
1,695	1,3019	1,1923	1,1410	1,1113	1,0919	1,0783	1,0682	1,0604	1,0542
1,700	1,3038	1,1935	1,1419	1,1120	1,0925	1,0788	1,0686	1,0607	1,0545
1,705	1,3058	1,1947	1,1427	1,1126	1,0930	1,0792	1,0690	1,0611	1,0548
1,710	1,3077	1,1958	1,1435	1,1133	1,0935	1,0797	1,0694	1,0614	1,0551
1,715	1,3096	1,1970	1,1444	1,1139	1,0941	1,0801	1,0698	1,0618	1,0554

## Продовження додатку Ж

(К)	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$	$\sqrt[4]{\quad}$	$\sqrt[5]{\quad}$	$\sqrt[6]{\quad}$	$\sqrt[7]{\quad}$	$\sqrt[8]{\quad}$	$\sqrt[9]{\quad}$	$\sqrt[10]{\quad}$
1,720	1,3115	1,1981	1,1452	1,1146	1,0946	1,0806	1,0701	1,0621	1,0557
1,725	1,3134	1,1993	1,1460	1,1152	1,0951	1,0810	1,0705	1,0625	1,0560
1,730	1,3153	1,2005	1,1469	1,1159	1,0957	1,0815	1,0709	1,0628	1,0563
1,735	1,3172	1,2016	1,1477	1,1165	1,0962	1,0819	1,0713	1,0631	1,0566
1,740	1,3191	1,2028	1,1485	1,1171	1,0967	1,0823	1,0717	1,0635	1,0570
1,745	1,3210	1,2039	1,1493	1,1178	1,0972	1,0828	1,0721	1,0638	1,0573
1,750	1,3229	1,2051	1,1502	1,1184	1,0978	1,0832	1,0725	1,0642	1,0576
1,755	1,3248	1,2062	1,1510	1,1191	1,0983	1,0837	1,0728	1,0645	1,0579
1,760	1,3266	1,2074	1,1518	1,1197	1,0988	1,0841	1,0732	1,0648	1,0582
1,765	1,3285	1,2085	1,1526	1,1203	1,0993	1,0845	1,0736	1,0652	1,0585
1,770	1,3304	1,2096	1,1534	1,1210	1,0998	1,0850	1,0740	1,0655	1,0588
1,775	1,3323	1,2108	1,1542	1,1216	1,1004	1,0854	1,0744	1,0658	1,0591
1,780	1,3342	1,2119	1,1551	1,1222	1,1009	1,0859	1,0747	1,0662	1,0594
1,785	1,3360	1,2131	1,1559	1,1229	1,1014	1,0863	1,0751	1,0665	1,0597
1,790	1,3379	1,2142	1,1567	1,1235	1,1019	1,0867	1,0755	1,0668	1,0599
1,795	1,3398	1,2153	1,1575	1,1241	1,1024	1,0872	1,0759	1,0672	1,0602
1,800	1,3416	1,2164	1,1583	1,1247	1,1029	1,0876	1,0762	1,0675	1,0605
1,805	1,3435	1,2176	1,1591	1,1254	1,1034	1,0880	1,0766	1,0678	1,0608
1,810	1,3454	1,2187	1,1599	1,1260	1,1039	1,0885	1,0770	1,0681	1,0611
1,815	1,3472	1,2198	1,1607	1,1266	1,1045	1,0889	1,0774	1,0685	1,0614
1,820	1,3491	1,2209	1,1615	1,1272	1,1050	1,0893	1,0777	1,0688	1,0617
1,825	1,3509	1,2220	1,1623	1,1279	1,1055	1,0897	1,0781	1,0691	1,0620
1,830	1,3528	1,2232	1,1631	1,1285	1,1060	1,0902	1,0785	1,0695	1,0623
1,835	1,3546	1,2243	1,1639	1,1291	1,1065	1,0906	1,0788	1,0698	1,0626
1,840	1,3565	1,2254	1,1647	1,1297	1,1070	1,0910	1,0792	1,0701	1,0629
1,845	1,3583	1,2265	1,1655	1,1303	1,1075	1,0914	1,0796	1,0704	1,0632
1,850	1,3601	1,2276	1,1663	1,1309	1,1080	1,0919	1,0799	1,0707	1,0635
1,855	1,3620	1,2287	1,1670	1,1315	1,1085	1,0923	1,0803	1,0711	1,0637
1,860	1,3638	1,2298	1,1678	1,1321	1,1090	1,0927	1,0807	1,0714	1,0640
1,865	1,3657	1,2309	1,1686	1,1328	1,1095	1,0931	1,0810	1,0717	1,0643
1,870	1,3675	1,2320	1,1694	1,1334	1,1100	1,0935	1,0814	1,0720	1,0646
1,875	1,3693	1,2331	1,1702	1,1340	1,1105	1,0940	1,0817	1,0723	1,0649
1,880	1,3711	1,2342	1,1710	1,1346	1,1109	1,0944	1,0821	1,0727	1,0652
1,885	1,3730	1,2353	1,1717	1,1352	1,1114	1,0948	1,0825	1,0730	1,0654
1,890	1,3748	1,2364	1,1725	1,1358	1,1119	1,0952	1,0828	1,0733	1,0657
1,895	1,3766	1,2375	1,1733	1,1364	1,1124	1,0956	1,0832	1,0736	1,0660
1,900	1,3784	1,2386	1,1741	1,1370	1,1129	1,0960	1,0835	1,0739	1,0663
1,905	1,3802	1,2396	1,1748	1,1376	1,1134	1,0964	1,0839	1,0742	1,0666
1,910	1,3820	1,2407	1,1756	1,1382	1,1139	1,0969	1,0842	1,0745	1,0668
1,915	1,3838	1,2418	1,1764	1,1388	1,1144	1,0973	1,0846	1,0749	1,0671
1,920	1,3856	1,2429	1,1771	1,1394	1,1149	1,0977	1,0850	1,0752	1,0674
1,925	1,3874	1,2440	1,1779	1,1400	1,1153	1,0981	1,0853	1,0755	1,0677
1,930	1,3892	1,2450	1,1787	1,1405	1,1158	1,0985	1,0857	1,0758	1,0680
1,935	1,3910	1,2461	1,1794	1,1411	1,1163	1,0989	1,0860	1,0761	1,0682

## Продовження додатку Ж

(К)	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$	$\sqrt[4]{\quad}$	$\sqrt[5]{\quad}$	$\sqrt[6]{\quad}$	$\sqrt[7]{\quad}$	$\sqrt[8]{\quad}$	$\sqrt[9]{\quad}$	$\sqrt[10]{\quad}$
1,940	1,3928	1,2472	1,1802	1,1417	1,1168	1,0993	1,0864	1,0764	1,0685
1,945	1,3946	1,2483	1,1809	1,1423	1,1173	1,0997	1,0867	1,0767	1,0688
1,950	1,3964	1,2493	1,1817	1,1429	1,1177	1,1001	1,0871	1,0770	1,0691
1,955	1,3982	1,2504	1,1825	1,1435	1,1182	1,1005	1,0874	1,0773	1,0693
1,960	1,4000	1,2515	1,1832	1,1441	1,1187	1,1009	1,0878	1,0776	1,0696
1,965	1,4018	1,2525	1,1840	1,1446	1,1192	1,1013	1,0881	1,0779	1,0699
1,970	1,4036	1,2536	1,1847	1,1452	1,1196	1,1017	1,0884	1,0782	1,0702
1,975	1,4053	1,2546	1,1855	1,1458	1,1201	1,1021	1,0888	1,0786	1,0704
1,980	1,4071	1,2557	1,1862	1,1464	1,1206	1,1025	1,0891	1,0789	1,0707
1,985	1,4089	1,2568	1,1870	1,1470	1,1211	1,1029	1,0895	1,0792	1,0710
1,990	1,4107	1,2578	1,1877	1,1475	1,1215	1,1033	1,0898	1,0795	1,0712
1,995	1,4124	1,2589	1,1885	1,1481	1,1220	1,1037	1,0902	1,0798	1,0715
2,000	1,4142	1,2599	1,1892	1,1487	1,1225	1,1041	1,0905	1,0801	1,0718



*Навчальне видання*

**СТАТИСТИКА:  
основи теорії**

Навчальний посібник

*Укладачі:*

*ГОРОШАНСЬКА Олена Олександрівна,  
ПРОКОПОВА Олена Василівна*

Підп. до друку 03.12.14 р. Формат 60x84/16 . Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.  
Друк ксерографічний. Умов. друк. арк. 15,5 Обл.-вид. 13,8 арк.  
Наклад 50 прим. Замов. №

Надруковано ТОВ «Видавництво «Форт»  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавництв

---

ДК №333 від 09.02.2001 р.  
61023, м. Харків, а/с 10325. Тел.. 057-714-09-08